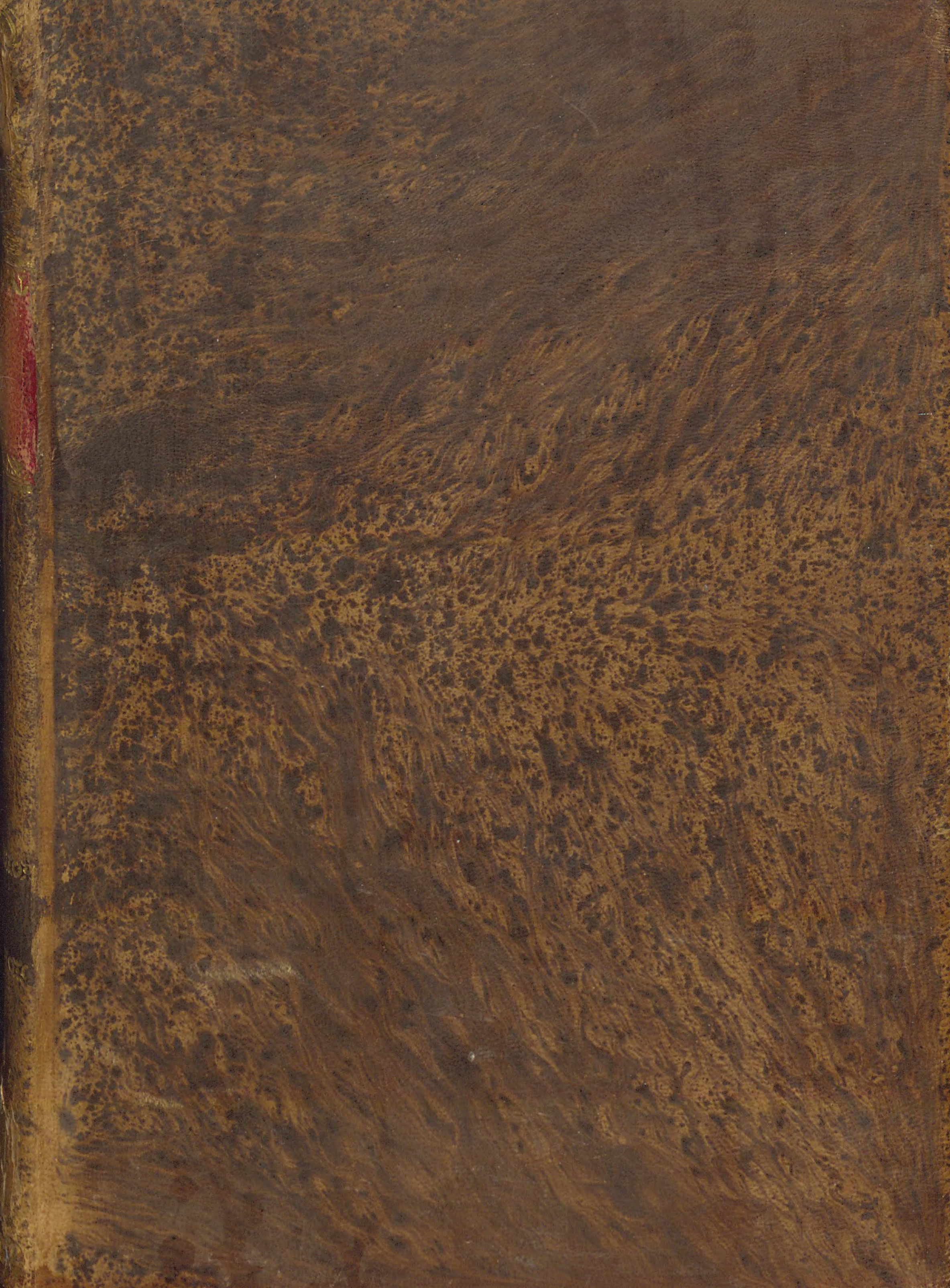
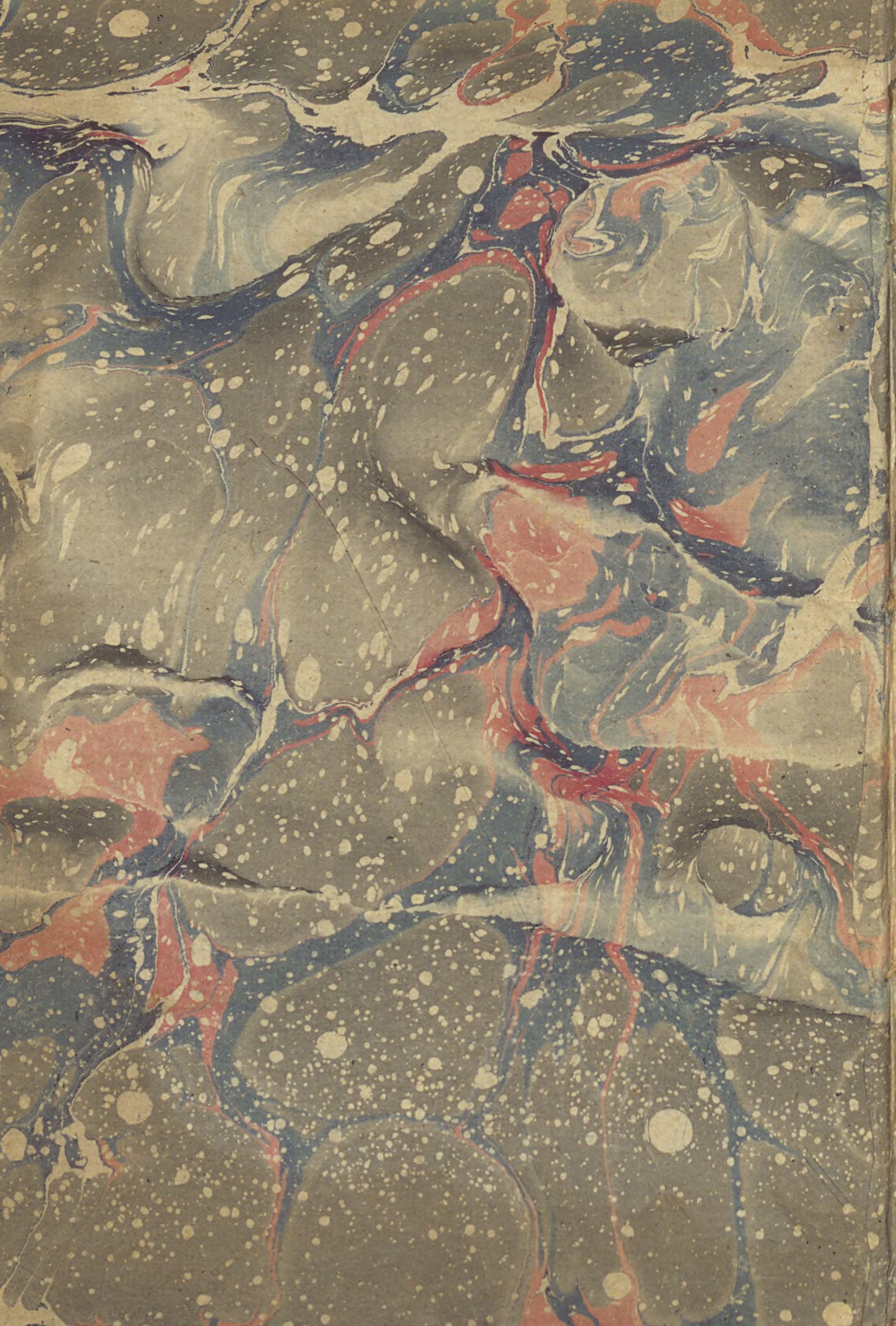






TRATADO DE FÍSICA

COMPLETO Y ELEMENTAL.



TRATADO DE FÍSICA

COMPLETO Y ELEMENTAL

PRESENTADO BAJO UN NUEVO ÓRDEN

CON LOS

DESCUBRIMIENTOS MODERNOS

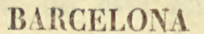
POR ANTONIO LIBES.

TRADUCIDO DEL FRANCES AL ESPAÑOL

Por el Dr. en cirugía-médica, y médico D. Pedro Vieta, catedrático perpetuo de física de la nacional junta de gobierno del comercio de Cataluña, primer ayudante del cuerpo de cirugía militar, sócio de varias academias, censor de la de ciencias naturales y artes de Barcelona, vocal de la junta superior de sanidad de Cataluña, etc.

Segunda edicion aumentada por el traductor.

TOMO PRIMERO.



BARCELONA

EN LA IMPRENTA DE D. ANTONIO BRUSI,

1821.

PRÓLOGO DEL TRADUCTOR.

Los adelantamientos con que cada dia se enriquece el estudio de la naturaleza exigian que se pusiese en nuestro idioma una obra, en que se viese fijado el estado actual de la física. Esta ciencia madre se cultiva cada dia en nuestra España con mas generalidad, y el convencimiento de sus utilidades ha hecho que [illegible] S. M. determinase que constituyese parte de la comun educacion; desaparecerán con esto muchas preocupaciones dañosas, el genio de la observacion se verá mas familiarizado, y el espíritu de adelantamiento no se verá ridiculizado unas veces por la estúpida ignorancia, y otras por el pedante charlatanismo. Constituido en el estado de enseñar, y con esto mas obligado á procurar la ilustracion en mi patria, viendo la falta de obras de esta naturaleza, dudoso entre el traducir y el componer, escogí como á mas

corto aunque menos glorioso el primer medio, á fin de que se diese asi mas pronto á luz una obra, en que pudiesen consultarse los descubrimientos modernos. Examinados con este motivo varios tratados de los que de esta materia han salido desde el año trece á esta parte, me ha parecido que ninguno llenaba mejor el vacío que el tratado de física del señor Antonio Libes, que presento traducido en tres tomos. El buen órden de materias, el método claro y analítico en esponerlas, el servirse de egemplos triviales propios para hacerse inteligible hasta á los que no conozcan el aparato científico, son circunstancias que le recomiendan y que afianzan su utilidad. No hay duda que ciertos puntos se ven mas estensamente tratados en otras obras, como por egemplo los descubrimientos de polarizacion de la luz en *Biot*, los de cristalizacion en *Hauy*, pero estas obras son incompletas, y de otra parte se hallan en la presente los descubrimientos fundamentales de una y otra propiedad. Acompañan á estos muchos otros descubrimientos recientes espuestos con tanta claridad como concision, de manera que nada apenas dejan que desear en el estado actual de la ciencia. La feliz teoría de *Laplace* acerca la capilaridad, los

métodos mas aproximados de medir alturas por medio de los barómetros segun *Daluc*, *Biot*, *Arago* y *Laplace*, la aplicacion de la pila de *Volta* para la descomposicion de los óxides térreos y alcalís, segun los descubrimientos de *Davis*, la balanza eléctrica de *Coulomb*, los delicados esperimentos del mismo sobre el rozamiento, las atracciones tanto planetarias como molécular etc., todo se ha espuesto de un modo satisfactorio y convincente. Estas y otras muchas razones que omito, por hallarse ya indicadas en la introduccion del autor hacen apreciable la obra. El cálculo, recurso interesante para el adelantamiento de la ciencia, ni se halla superfluamente aplicado, ni falta en donde por su auxilio se puede llegar á consecuencias sublimes y para mayor comodidad va siempre puesto en notas. En la version castellana ha sido preciso admitir ciertas voces, como torsion, fuerza de torsion, lucidez, etc. introducidas en la ciencia, porque las que mas se les aproximan en castellano no mueven una idea tan íntimamente unida á los fenómenos que con ellas se quieran indicar, como aquellas que el uso irá poco á poco introduciendo, y cuyo sentido se ve bien en la lectura del párrafo en que se

hallen. En esta segunda edicion va embebido el suplemento que se ofreció en la primera, y los capítulos ó notas que sean de adicion irán precedidos de esta señal (*); y para los que tengan la primera edicion se pondrá un suplemento que se venderá por separado. Para la mejor inteligencia de la obra al fin del tercer tomo se pondrán tablas de reduccion de la medida decimal francesa á las medidas mas recibidas en España.

DISCURSO PRELIMINAR.

Hablando con propiedad no hay mas que una ciencia que es la de la naturaleza. Esta verdad que los antiguos estuvieron vivamente penetrados ha sido despues por el trascurso del tiempo casi generalmente despreciada. Estaba reservado á los físicos modernos el arrancarla del olvido, presentarla bajo toda su brillantez, y romper con mano atrevida las barreras que aislaban cada una de las ciencias. Esta especie de revolucion, para ser saludable debió limitarse á quitar á las ciencias su funesta independencia, que parece haber producido á la física perjuicios de consecuencia. Los químicos y los geómetras se habian, para decirlo asi, amparado de su dominio, y se veia asi la física reducida á ocuparse en la esplicacion de algunos fenómenos particulares nada propios para formar un cuerpo de ciencia. Demos pues á la física sus antiguos límites sin volverla á su independencia.

El físico debe colocarse entre el químico y el geómetra; es verdad que el geómetra no estudia la naturaleza, á favor de un idioma bien hecho, que debe á su estrema concision el privilegio esclusivo de la universalidad, se arroja con atrevimiento, y marcha con una rapidez espantosa por caminos siempre seguros, aunque muchas veces no tienen mas que una existencia hipotética. El físico anda á paso lento por los senderos de la naturaleza: rodeado de escollos y precipicios, necesita para librarse de ellos, tener siempre fijos los ojos de la observancia sobre todos los objetos que se presentan; dichoso si el cálculo puede justificar el resultado de sus indagaciones. La geometría no es estraña al físico: pero no se vale de sus figuras é idioma mas que para confirmar el testimonio de la esperiencia que es siempre su primera guia, ó para deducir de uno ó muchos hechos que ella presenta, conclu-

siones rigurosas, que hacen prever los resultados de los esperimentos futuros.

La química ofrece tambien una antorcha al físico, sobre todo cuando estudia las propiedades de aquellas sustancias que habian usurpado el privilegio de simplicidad, y que su influencia sobre un grande número de fenómenos no puede parecer equívoca.

Antes que la química iluminase las sendas de la física, todos nuestros conocimientos sobre el aire, agua, calórico etc. se limitaban en el de algunas propiedades de estos fluidos. La meteorología no pasaba de la construccion, y esto con mucho trabajo de tablas que no ofrecen mas que un aislado índice de los sucesos que anuncian. Algunos hombres de talento han procurado á la verdad animar estas frias observaciones; pero para fecundar estos estériles trabajos, les ha faltado un profundo conocimiento de la atmósfera; faltaba fijar el número de fluidos aeriformes que la componen, estudiar su naturaleza y propiedades, delinear el cuadro y el resultado de sus combinaciones, y apreciar en fin todo su influjo sobre los fenómenos que la atmósfera nos presenta.

La química moderna ha ofrecido á la física la solucion de estos problemas; desde entonces una feliz reciprocidad de servicios ha estrechado los vínculos de estas dos ciencias que en el dia se glorian de tal especie de fraternidad.

Nollet contribuyó mucho á desterrar de las escuelas la física sistemática para substituirle la esperimental. Este servicio hecho á la ciencia tendria sin duda mas valor, si su estimable autor hubiese sabido evitar el peligro del entusiasmo, tan dañoso y comun en la época de nuevos descubrimientos, si hubiese sabido dejar de despreciar el socorro de la geometría, dar á sus lecciones una marcha menos pueril y rápida, preguntar á la naturaleza con mayor destreza, ó á lo menos interpretar su idioma, cuando sus respuestas arrancadas por una indiscreta importunidad, eran equívocas ú obscuras. Nollet de este modo habria imprimido á sus lecciones un carácter de vigor y solidez, que las habria librado del estrago del tiempo; y bajo el pérfido nombre de *física esperimental* (1), la

(1) No hay física sin esperimentos; pero la física puramente esperimental no presenta al espíritu juicioso mas que un monton de jugue-

física no habria sido el juguete de la infancia, ni el instrumento del charlatanismo.

Lejos de nosotros esta falsa metafísica, que tanto tiempo con sus sombras ha oscurecido el imperio de la física; sustitúyase en este tratado aquella metafísica luminosa que tiene por base la evidencia; por guia la observacion; por objeto el difundir luz sobre todas las cuestiones que le son accesibles; y por medios no admitir jamas sino ideas vivamente representadas, ni emplear mas que voces definidas con exactitud.

La precision, y el método deben caracterizar toda obra destinada á ilustrar la entrada de alguna ciencia. Se ha procurado reunirlos en este tratado; y solo por esta reunion se ha hecho el sacrificio de esplicar circunstancias minuciosas y muchos esperimentos que no añaden grado alguno de probabilidad á los principios que se trata de establecer.

Los errores que se han sucedido despues del orígen de una ciencia, deben tener en su historia un lugar señalado para la época en que han nacido. Un tratado elemental no debe encerrar mas que principios demostrados, teorías sólidamente establecidas y aplicaciones útiles: por lo que no pertenece á mi plan hablar circunstanciadamente de las hipóteses relativas á las cuestiones de que se trata, cuya falsedad demuestran la observacion y la esperiencia. Estos brillantes edificios elevados por la imaginacion, sostenidos despues por el ascendente de la habitud, se han en fin desplomado sobre sí mismos, y no han dejado en su lugar mas que tristes ruinas, solamente propias para hacernos memoria de la fragilidad de los fundamentos sobre que apoyaban. La teoría de Newton y la de los químicos modernos, jamas serán acreedoras á tal desprecio, fundadas en hechos generalmente reconocidos; justificadas por un grande número de fenómenos que se acomodan como por sí mismos, superarán las ruinas del tiempo, y los nombres de sus célebres autores serán siempre sagrados en los fastos de la física.

En vano los detractores de las teorías acusan al físico in-

tes de infancia, en medio de algunos muebles factuosos. Se vende, decia el canciller Bacon, lo curioso por lo útil. ¿Qué mas es menester para atraer la atencion de la multitud ignorante, y para formar esta moda pasagera que termina por el desprecio?

gles de haber hecho renacer las calidades ocultas de los antiguos, estableciendo la existencia de la atraccion. Esta injusta acusacion se desvanece á los ojos del físico que no tiene otra pasion que la de descubrir la verdad. Los cuerpos celestes tienden á aproximarse los unos hácia los otros con velocidades en razon inversa de los cuadrados de las distancias, sea cual fuere la causa de esta tendencia recíproca. Tal es la asercion de Newton desnudada de la voz atraccion, cuyo abuso lo ha enredado todo en la física. El descubrimiento de este grande hombre no pierde pues nada de su mérito; y su teoría no por esto conserva menos la ventaja inapreciable, no solo de representar exactamente con el ausilio de las curvas y del cálculo, todas las variaciones que esperimentan los movimientos celestes; sino tambien de fijar antes la época y la cantidad.

Existe entre la teoría y el sistema una diferencia que conviene apreciar. La teoría consiste en ligar los hechos entre sí, y en reducirles á uno ó dos principales, de cuya existencia no sea permitido dudar. El sistema abraza un conjunto de fenómenos que une fuertemente á un principio imaginario, ó que á lo menos no esté aun demostrado por la naturaleza. La teoría ilumina todos los pasos del físico; le demuestra las relaciones que unen entre sí los fenómenos, y á menudo le hace vislumbrar su dependencia de la causa que le dió orígen. El sistema no esparce jamas sino un falso resplandor sobre el camino del físico, le conduce de error á error, de precipicio á precipicio, y le aleja continuamente de la verdadera senda de la naturaleza. La teoría y el sistema reciben con la misma confianza los socorros de la geometría. La teoría se sirve de ellos con destreza para destruir la diversidad, y aun la aparente oposicion que presentan algunos fenómenos para poner de manifiesto los resortes que la naturaleza pone en movimiento en las operaciones que nos presenta, aun á menudo para descubrir sin temor de error, el resultado de los esperimentos que se han de hacer. El sistema no emplea jamas el idioma de la analísis sino para engañar con mas órden, seguridad y método.

Nosotros no conocemos las causas primeras, intento decir las leyes mas generales, de que dimanan los efectos que fijan diariamente nuestra atencion. Seria ademas en vano que

intentáramos conocerlos. El Criador estableciendo estas leyes, las cubrió de un velo impenetrable, para gozar del privilegio esclusivo de conocer la cadena entera de que ellas forman los primeros eslabones. El físico siempre prevenido contra los deslices de una imaginacion exaltada, sábio y atento respeta esta sagrada barrera, limita su ambicion en aprovecharse de los socorros que le ofrece la teoría; toma celoso uno ó dos hechos naturales de los que no intenta dar razon; pero que una vez dados establecen entre todos los hechos conocidos una relacion tan íntima, que de los dos primeros estraen la luz que refleja sobre ellos.

Estas consideraciones justifican la utilidad de las teorías, siempre que esten revestidas de los caractéres sagrados que distinguen la verdad. Las que se han abrazado en esta obra me han parecido reunirlos. Me vanaglorio de que se grabarán profundamente en todo espíritu ansioso de conocer la naturaleza, y desprendido de las preocupaciones que han retardado por mucho tiempo los progresos de nuestros conocimientos.

Falta decir alguna cosa sobre el verdadero modo de estudiar y enseñar la física.

Deben preceder algunos estudios preliminares al de la ciencia de la naturaleza. Esta exige principalmente el conocimiento elementar de las matemáticas, y los progresos de un discípulo en el estudio de la física son siempre tanto mas rápidos cuanto mas diestro es en la geometría y el cálculo.

Llenada esta condicion importa fijar de repente toda su atencion en los principios generales de la física. Estos principios son las leyes y los fenómenos de la inercía, las leyes y los fenómenos de la atraccion considerada, sea en las grandes masas, sea en las moléculas elementales: la esperiencia y la geometría deben servir igualmente para manifestar su existencia.

En cuanto á los esperimentos, el discípulo no debe contentarse con la lectura de la fria descripcion en el libro cuyo texto haya adaptado. Es necesario que conozca la construccion de las máquinas, que se familiarice con los aparatos, que aprenda en una palabra á preguntar á la misma naturaleza cuando las circunstancias lo exijan. Las leyes que dá la geometría no le parecerán siempre conformes con las que dá la

esperiencia. No tardará en conocer la razon de esta diferencia, de la que una vez bien penetrado inferirá la necesidad de reconocer á la esperiencia cuando se quiere estudiar la naturaleza.

Este estudio de los principios de la física es largo, difícil y fatigoso; no importa. El que esté animado del deseo de hacer progresos en la física se pone firme contra todos los obstáculos; y cuando estos han cedido á la actividad de sus esfuerzos, se halla plenamente satisfecho de sus trabajos. Conoce engrandecerse en algun modo la esfera de su inteligencia. Estos principios concentrados en su espíritu forman alli una especie de foco de donde salen millares de rayos de luz que por su medio aclaran las partes de la física. Combina todas las leyes de la inercía con las de la gravitacion, y esta combinacion le hace levantar con facilidad el velo que encubre el mecanismo del sistema planetario. Combina las leyes de la inercía con las de la atraccion molecular, y esta combinacion le descubre la causa del mayor número de fenómenos que cada dia nos llenan de admiracion y sorpresa.

Lo que se acaba de decir basta para dar á conocer que la enseñanza de la física no consiste en la esposicion de algunos fenómenos particulares, ni de las hipótesis imaginadas para esplicarlos. Los que siguiesen este método serian á mi ver muy parecidos á aquellos maestros de música, que despreciando ó desdeñándose de enseñar los verdaderos principios, llegan despues de mucho tiempo á formar algunos cantores, pero jamas un músico.

TRATADO DE FÍSICA

COMPLETO Y ELEMENTAL.

LIBRO PRIMERO.

DE LA ESTENSION, DIVISIBILIDAD, FIGURABILIDAD, IMPENETRABILIDAD, Y MOVILIDAD DE LOS CUERPOS.

CAPÍTULO PRIMERO,

QUE ENCIERRA EL PLAN DE LA OBRA, Y NOCIONES PRELIMINARES.

1. Entiéndese por *ciencia* un conjunto de proposiciones unidas entre sí por mútua dependencia.

2. El Físico entiende por *naturaleza* la coleccion de todos los cuerpos que componen el universo.

3. Algunas veces la voz naturaleza significa el poder invisible que gobierna el universo, y que imprime en la materia movimientos sujetos á leyes invariables; otras veces se emplea para designar los principios, ó substancias elementares de los cuerpos; asi cree el químico conocer su naturaleza, cuando ha llegado á los últimos resultados de la analísis.

4. Llámase *cuerpo* todo lo que manifiesta su existencia por alguna accion sobre nuestros sentidos.

La naturaleza nos ha dotado de cinco sentidos, á saber: la vista, el oido, el olfato, el gusto y el tacto. Estos órganos estan destinados á recibir las impresiones de los objetos esteriores, cuyas impresiones son las que dan orígen á las sensaciones y á las ideas.

5. Entiéndese por *propiedad* todo lo que se nos presenta constante-

mente en los cuerpos, sea en su modo de existir, sea en su modo de obrar.

6. Los cuerpor son sólidos, ó fluidos.

7. Los *sólidos* son aquellos cuyas moléculas estan unidas entre sí con mas ó menos fuerza, pero siempre capaz de oponer una resistencia sensible á su separacion.

8. Los *fluidos* son aquellos cuyas moléculas tienen entre sí tan débil union que ceden á la presion mas ligera.

9. Divídense principalmente los fluidos en dos clases.

10. Se da el nombre de *líquidos* á aquellos cuya comprension apenas se puede hacer sensible, tales son, el agua, el aceite, el mercurio, etc.

11. Llámanse *fluidos aeriformes* aquellos cuyas moléculas estan de tal manera atenuadas y separadas las unas de las otras, que se pueden aproximar con la mayor facilidad, y que su agregacion forma siempre un cuerpo invisible é impalpable: tal es esta masa fluida que rodea el globo que habitamos.

12. La voz *fenómeno*, que se empleará muy á menudo en esta obra es una voz de origen griego, que significa *apariencia*: esta se aplica á toda accion, movimiento, y en una palabra, á todo suceso que nos presente el espectáculo del universo.

Estas definiciones preliminares harán mas inteligible y facil todo lo que siga.

13. La física es la ciencia de la naturaleza.

Esta definicion no caracteriza la física, por ser comun á todas las ciencias naturales; siendo asi que existe entre ellas una diferencia que importa apreciar, y para acertar subamos á la época del origen de las ciencias.

14. Cuando los antiguos se entregaron al estudio de la naturaleza, se vieron al instante detenidos por la inmensidad de terreno que tenian que desmontar: á los movimientos de la sorpresa y del temor sucedieron bien pronto los consejos de la prudencia: esta les inspiró que se partieran el trabajo para asegurar el resultado, y que multiplicaran, para decirlo asi, los talleres sobre el vasto campo que habian de recorrer, á fin de facilitar su cultura. Desde entonces unos se encargaron de estudiar los cuerpos con relacion á sus propiedades, y á esta parte del estudio de la naturaleza se la ha llamado *física*; otros se ocuparon en descomponer los cuerpos, y en recomponerlos en seguida con los elementos que resultaron de su descomposicion, á cuya parte de la ciencia de la naturaleza se le ha dado el nombre de *química*. Al mismo tiempo los cuerpos ofrecen caractéres distintivos, sacados de sus calidades esteriores, tales como la forma, la fractura, etc. etc. La ciencia de la naturaleza mirada bajo este último aspecto lleva el nombre de *historia natural*.

Tiene por consiguiente la física por objeto las propiedades de los cuerpos; la química estudia sus principios, y la historia natural observa para decirlo asi su fisonomía. Es cierto que el naturalista se entretiene en algunas propiedades de los cuerpos; pero se limita siempre en manifestar su existencia, dejando al físico el cuidado de manifestar sus causas y efectos.

15. Esta division de la ciencia de la naturaleza tan útil en su principio, ha sido despues nociva en sus progresos. Mientras la física, la química y la historia natural estuvieron aisladas, y absolutamente independientes, quedaron reducidas á un estado de debilidad y languidez. Sus progresos rápidos se cuentan desde la feliz época en que reunieron sus respectivas riquezas para formar un tesoro comun que sirviera en beneficio de cada una. Me aprovecharé de la utilidad que consigo lleva esta reunion, y procuraré valerme de su influencia en la esplicacion de un grande número de fenómenos.

16. Me parece útil colocar al principio de esta obra el cuadro general de los objetos que la componen. Se me censurará tal vez el que empieze por donde deberia acabar este tratado elemental. Las ideas generales no se componen en efecto mas que de particulares, y solo despues de haber corrido las diferentes ramas de la física es cuando uno puede gloriarse de conocer su encadenamiento; pero este método conocido bajo el nombre de *síntesis*, y que consiste en bajar de lo general á lo particular, este método digo tiene la ventaja de presentar un complexo que sirve para clasificar las ideas á medida que se adquieren, al paso que presentan puntos fijos distribuidos á largas distancias en la carrera de la ciencia, sobre los cuales puede algunas veces descansar el espíritu fatigado por una atencion demasiado tiempo sostenida.

17. Estas conocidas ventajas justifican el uso que haré de la síntesis. En los pormenores emplearé la analísis. Esta consiste en proceder de lo conocido á lo incógnito, y en subir de lo particular á lo general: este es el instrumento favorito del hombre de genio que trabaja para ensanchar los límites de una ciencia. Cuando se enseña, la analísis y la síntesis son inseparables, deben prestarse mútuos ausilios, y esta feliz reciprocidad de servicios es la que asegura buen suceso en la instruccion.

18. Para conocer bien las propiedades de los cuerpos, es menester aislarlos y examinarlos separadamente, distinguir con cuidado aquellas que forman para decirlo asi, el cortejo natural de la materia, y de que es imposible despojarla, de aquellas que la acompañan esclusivamente en ciertos estados ó circunstancias, y que se le podrian quitar sin destruir su existencia. Las primeras son comunes en el mismo grado á todos los cuerpos de la naturaleza; tales son la estension, la divisibilidad, la figurabilidad, la impenetrabilidad, la movilidad, la inercia y la gravedad: las segundas son particulares, ó á lo menos

variables; estas caracterizan ciertos cuerpos; tales son la susceptibilidad para el calórico, la compresibilidad, la porosidad, la elasticidad, la fluidez, la facultad sonora, la lucidez, la electricidad, el magnetismo, el galvanismo, etc. etc.

19. Por primera cosa me ocuparé en las propiedades comunes, y hablando de ellas estableceré, al ausilio de la esperiencia y de la geometría, los principios fundamentales de la física. La movilidad me conducirá á fijar la verdadera idea de las voces, espacio, tiempo, velocidad; á establecer las leyes del movimiento sea uniforme, sea variable, y á determinar la medida de la fuerza que lo produce. Presentaré despues el cuadro de los fenómenos que pertenecen á la inercia de los sólidos; seguirá á esto el choque de los cuerpos el que estando sujeto á las leyes constantes é invariables que la elasticidad modifica, se darán á conocer las mutaciones que esta les imprime: de aqui pasaré á la composicion del movimiento, al movimiento curvilíneo originado de las fuerzas centrífuga y centrípeta, al equilibrio en las máquinas, y en fin á las resistencias que resultan sea por el rozamiento, sea por la rigidez de las cuerdas destinadas á transmitir el movimiento.

20. Consideraré en seguida los fenómenos que pertenecen á la inercia de los líquidos. En estos fenómenos examinaré particularmente las diferentes leyes que los fluidos observan en su presion, el equilibrio de los cuerpos que sobrenadan en ellos y de los que se van al fondo, la determinacion de las gravedades específicas, las circunstancias que acompañan al derrame de los líquidos de un vaso mantenido ó no constantemente lleno, las que se refieren á las aguas en los surtidores y en los tubos de conduccion, pasando despues á las resistencias que los fluidos oponen al movimiento de los cuerpos.

22. Me ocuparé por fin en la última propiedad comun; la gravedad. La consideraré en todos los cuerpos de la naturaleza, y particularmente en los celestes. Precederá una breve esposicion de nuestro sistema planetario á la esplicacion de las leyes á que está sujeta esta fuerza. Relativamente á este objeto entraré en circunstancias que me pondrán en estado de considerar los cuerpos celestes con relacion á la fuerza que les retiene en órbitas elípticas. Keplero hizo de ella una feliz aplicacion hallando sus leyes por medio de la observacion. Estaba reservado á Newton el confirmarlas por el cálculo, demostrar la ley general de que aquellas no son mas que una consecuencia, de darnos á conocer las fuerzas que animan los cuerpos celestes, y de rasgar el velo que nos ocultaba sus movimientos.

Esta ley general consiste en que todos los cuerpos se atraen en razon directa de sus masas, é inversa del cuadro de sus distancias. Esta servirá para fijar la verdadera relacion de masas, de volúmenes, de densidad de los planetas para determinar su figura y tendencia hácia la superficie del sol y de los demas planetas; para despejar la verda-

dera causa de las diferentes longitudes del péndulo en la superficie de los planetas, del movimiento directo del apogeo de la luna, del movimiento retrógrado de sus nodos; para esplicar en fin los fenómenos del flujo y reflujo del mar, de la precesion de los equinoccios, y de la nutacion del ege de la tierra.

22. Consideraré en seguida la gravedad relativamente á los cuerpos terrestres, y bajo este respecto la llamaré *pesadez*. La ley general á que obedece sufre aqui alguna modificacion. En la superficie de la tierra los cuerpos que bajan, caen de alturas cuya diferencia es insensible comparadas con su distancia del centro de la tierra; por lo que el peso que les anima durante todo el tiempo de su descenso puede considerarse como una potencia acceleratriz constante; de manera que obedecen en su caida á la ley del movimiento uniformemente acelerado. Esta se aplicará á los cuerpos que bajan por planos inclinados, terminando la teoría de la pesadez consideraciones importantes sobre el movimiento de los péndulos.

23. Me faltará examinar la gravedad en las moléculas elementares de los cuerpos, y en este caso se le dará el nombre de *atraccion química* ó de *atraccion molecular.* La teoría de la atraccion molecular estaba, poco tiempo hace, esclusivamente bajo el dominio de la química. El físico respetaba la barrera imaginaria que le privaba la entrada, y la física estaba condenada á entretenerse en errores anticuados, y á sufrir los disgustos de la esterilidad. En el dia en que estamos convencidos de que no hay mas que una sola ciencia, que es la de la naturaleza; en el dia en que está bien conocido que las atracciones planetaria y química son una misma y sola fuerza, la teoría de la atraccion molecular ha pasado á ser una importante cuestion de la física. Esta teoría ha contribuido mucho para acelerar los progresos de la meteorología, é higrometría; nos ha ilustrado acerca la formacion de los cuerpos sólidos, y en particular sobre el arreglo simétrico de sus moléculas bajo formas geométricas que merecen toda la atencion del físico sea por sí mismas, sea por su diversidad relativamente á una misma sustancia. Esta ha dado tambien origen á muchas é importantes teorías, entre las que la del calórico fijará pronto mi atencion. Indagaré con mucho cuidado las propiedades físicas y químicas de este fluido; las diferentes aplicaciones, que de ellas se pueden hacer á las artes y á los usos mas comunes de la sociedad; su influjo sobre la porosidad, comprensibilidad y elasticidad de los cuerpos, sobre su paso de la solidez á la liquidez, y de esta á fluidos aeriformes; y finalmente sobre el ascenso del mercurio en el termómetro, de cuyo instrumento manifestaré la construccion y usos.

24. El fluido aeriforme cuyo conocimiento nos interesa mas, es el aire admosférico. Probaré su pesadez, y los efectos de su presion en el ascenso del agua en las bombas, y del mercurio en el barómetro.

Una vez establecida la elasticidad de este fluido será fácil esplicar los fenómenos del sonido, y establecer la teoría de las cuerdas sonoras sobre principios exactos. Examinaré despues la naturaleza del aire haciendo concurrir la analísis y la síntesis para probar que es compuesto de los fluidos aeriformes, cuya naturaleza y propiedades se manifestarán.

25. Despues de haber examinado las propiedades del aire atmosférico, consideraré el agua en sus estados de hielo, liquidez y vapor elástico. Le quitaré la antigua prerogativa que la colocaba entre los elementos. Demostraré que el agua resulta de la combinacion de las bases de dos fluidos aeriformes en la proporcion de 85 á 15. De esta importante verdad, y de otras que se habrán antes establecido sobre la naturaleza del aire admosférico, se desprenderá como por sí misma la esplicacion de los fenómenos los mas interesantes que la naturaleza nos presenta. Entiendo por estos los fenómenos de combustion, de respiracion, de calor animal, de vegetacion y fermentacion. Muchos otros fenómenos atmosféricos tales como el trueno, la lluvia tempestuosa, las auroras boreales se sujetarán naturalmente á la teoría á que han dado orígen estos bellos descubrimientos, y á esto seguirán los conocimientos que se tienen de los álcalis, ácidos y tierras. Estos objetos reunidos componen la química general, sin que dejen de pertenecer á la física particular.

26. Examinaré despues los fenómenos de la lucidez; la prodigiosa velocidad del fluido luminoso; su disminucion sea en razon de distancias, sea en razon de un medio supuesto homogéneo que haya de atravesar; la descomposicion de este fluido en una infinidad de rayos de diferente refrangibilidad cuyo número se ha reducido á siete; los fenómenos de los colores del arco iris, de la vision; las leyes de reflexion, y refraccion; todos estos importantes objetos deben llamar la atencion del físico. Seguirá á esto el influjo del fluido luminoso en la vegetacion, en los animales, y en el desprendimiento de gas oxígeno en muchos fenómenos notables. El fluido luminoso y el calórico tienen propiedades comunes y otras que les distinguen; hay pues entre estos dos fluidos una diferencia que procuraré apreciar.

27. Serán por fin el objeto de mis indagaciones los admirables fenómenos que dan la electricidad, el magnetismo, y el galvanismo. Reduciré los fenómenos eléctricos á la atraccion y repulsion que se esperimentan, segun las electricidades son homogéneas ó contrarias, adoptando el modo mas plausible para esplicar estos efectos despues de la idea de dos fluidos tales que las moléculas de cada uno se repelen, atrayendo las del otro en razon inversa del cuadrado de la distancia. Daré á conocer el ingenioso y decisivo esperimento por el que *Coulomb* estableció la existencia de esta ley. Reuniré á los fenómenos que resultan de la electricidad adquirida por frotacion ó por comunicacion

los que este mismo fluido produce en ciertos cuerpos por medio de la simple calorificacion, y en otros por el solo contacto.

Este último modo de electrizar ha dado origen á la invencion de la pila, y nos ha manifestado propiedades singulares que distinguen las substancias resinosas.

28. Hay una admirable relacion entre los imanes, y los cuerpos eléctricos. Esta me servirá para unir la teoría del magnetismo á la de la electricidad bajo la idea semejante de la existencia de dos fluidos sujetos á las mismas leyes, que los que componen el fluido eléctrico. De esta idea deduciré la esplicacion de las atracciones y repulsiones de los imanes y los diferentes modos de comunicar al hierro la fuerza magnética, entre los que indicaré el que me parezca preferible.

29. Consideraré por fin los fenómenos que toman origen en el seno de la atmósfera, deduciendo su esplicacion de los diferentes artículos que componen este tratado.

Tal es el plan de esta obra. El es vasto en el todo, é interesante en los pormenores. Presidirán en su egecucion el órden, la precision y la claridad. El abuso de voces es un escollo por desgracia demasiado comun en las ciencias; por lo que procuraré evitarlo dando una definicion exacta de todas las que sean susceptibles de ella. Las voces se han inventado para espresar las ideas; las que son signos de las ideas primeras no pueden definirse, y aun seria perjudicial el emprenderlo. Las largas y ociosas discusiones, y aun me atreveré á decir pueriles, sobre la definicion de la línea recta, que por largo tiempo han tenido divididos los geómetras son probablemente el fruto de una empresa de esta naturaleza. No sucede asi con las voces que representan ideas compuestas: definirlas con cuidado es sujetarlas á una especie de analísis que apartando los equívocos acota el manantial mas fecundo de errores.

CAPITULO II.

DE LA ESTENSION, Y DE LA DIVISIBILIDAD.

De la estension.

30. La voz *estension* espresa una de aquellas ideas que entran como á elementos en nuestras diversas concepciones, y que por su simplicidad no se sujetan á especie alguna de analísis. Los antiguos se esforzaron inútilmente en dar de ella una definicion satisfactoria: se cansaron en vanas discusiones, en indagaciones esteriles para saber si constituye la esencia de los cuerpos. La solucion de este problema depende del conocimiento de la naturaleza de la materia, sobre el que hasta aqui nada ha podido la actividad de los físicos. Limitémonos en el ac-

tual estado de conocimientos en lo que la relacion de los sentidos nos enseña en órden á la estension, concibiendo que hay estension en donde hay contigüidad, y distincion de partes. La estension, concebida de esta manera tiene siempre tres dimensiones, longitud, latitud y profundidad. El geómetra considera y mide cada una de estas tres dimensiones separadamente, el físico jamas las aisla, estudia los cuerpos tales como se los presenta la naturaleza, y esta nunca presenta cuerpo alguno en que las tres referidas dimensiones no esten siempre reunidas.

De la divisibilidad.

31. Asi como no hay cuerpo sin estension, tampoco lo hay sin contigüidad, y sin distincion de partes; luego todos los cuerpos son compuestos de partes. Estas partes que la atraccion (1) ha reunido para formarlos, pueden ser separadas las unas de las otras, y esto es lo que constituye la divisibilidad. Para efectuar la separacion de las partes de un cuerpo es menester emplear una fuerza repulsiva mayor que la que las mantiene encadenadas: esta fuerza repulsiva puede ser el efecto de una potencia mecánica, tal como la lima, el rallo, majadero etc. Puédese tambien emplear el calórico (2) el que como se verá despues tiene la propiedad de apartar las moléculas de cuantos cuerpos se sujeten á su accion; los fluidos tales como el agua, el alcohol ó espíritu de vino; sirviendo tambien muchas veces al mismo fin los acidos.

32. Pero cualquiera que sea el medio que las circunstancias y naturaleza de los cuerpos, cuyas partes intentamos separar, nos obliguen á emplear, hállanse despues de la operacion reducidas en un grande número de moléculas sumamente pequeñas; y cuando su estrema pequeñez las oculta á la agudeza de nuestra vista, el microscopio nos hace aun percibir en cada una de ellas las tres dimensiones que caracterizan la estension. Entonces concebimos que es posible continuar la division, y si estas moléculas resisten fuertemente á los medios que empleamos para efectuarla, debemos atribuirlo á la insuficiencia de estos, pues que cada una de estas partecillas es compuesta de otras que son susceptibles de separarse. El almiscle está dotado de una divisibili-

---

(1) *Llámase* atraccion *la fuerza por la que todos los cuerpos tienden recíprocamente los unos hácia los otros. Esta tendencia puede ser efecto de una impulsion. Con esta voz se intenta significar el efecto, y no la causa. Cuando se considera en los cuerpos terrestres toma el nombre de* pesadez, *y en las moléculas elementares se llama* atraccion molecular, ó atraccion química.

(2) *El calórico es un fluido infinitamente sutil, cuya presencia, real ó hipotética, escita en nosotros la sensacion de calor.*

dad tal, que un decigrama (1, 88 grano) de esta materia puede esparcir su olor en términos de incomodar en un aposento por espacio de veinte años.

Boyle halló que 53 miligramas (un grano) de cobre disuelto contiene 22,788,'000,000 de partes visibles. La naturaleza nos ofrece otros muchos ejemplos de la prodigiosa divisibilidad de la materia, sea en la disolucion del fósforo, sea en la emanacion del fluido que esparce continuamente el astro que nos ilumina, sin que su masa haya esperimentado ninguna alteracion sensible.

33. A tantos hechos, que manifiestan del modo mas positivo la admirable divisibilidad de la materia, se unen útiles aplicaciones, cuya descripcion exige la naturaleza de esta obra. Bastan algunos gólpes de martillo para dar á una masa de oro del peso de 53 miligramas (un grano) la forma de una ancha hoja; colóquese esta hoja entre dos pergaminos, y sujétese á nuevos golpes con los que adquirirá mucha superficie á espensas de su espesor. Para evitar el peligro de rasgarla, á que está muy espuesta por su delgadez, se coloca entre dos pieles muy finas que se sacan del estómago de los bueyes, y con reiterados golpes llega á una delgadez tal, que es menester poner 300,000 de estas hojas unas encima de otras para llegar á la dimension de 27 milimetros (1 pulgada 1,96381 línea).

34. El arte de tirador de oro nos ofrece resultados aun mas maravillosos. Con una cantidad de panes de oro que jamas escede al peso de 183,56 gramas, (6 onzas) y que algunas veces se reducen hasta á 30, 59 (una onza) se cubre un cilindro de plata de 0,595 metros de largo (22 pulgadas), 0,034 metros de diámetro (15 líneas) y de peso de 100 hectogramas (45 marcos). Hácese pasar sucesivamente este cilindro dorado por una hilera, cuyos agujeros van en disminucion y prolongándose á espensas de su diámetro adquiere una longitud de 377957,84 metros (193920 toesas). Durante esta operacion el oro se estiende sobre el hilo de plata de manera que no queda punto alguno de plata descubierto: se hace despues pasar el hilo por entre dos cilindros de acero pulido á fin de formar de él una lámina: esta operacion aun le prolonga de un séptimo, quedando la lámina dorada por las dos superficies superior é inferior; de que se sigue que se obtienen asi dos láminas de oro, cada una de longitud de 430 kilometros (97 leguas).

35. La seda antes de ser hilada para la fabricacion de nuestras telas lo ha sido ya por el insecto que nos la regala á beneficio de una hilera de que le ha dotado la naturaleza. El hilo de que forma su capullo es de una finura tal, que es menester tomar de él 3565 decimetros (300 varas) para obtener el peso de 32 miligramas (0,58 grano). Los hilos de las arañas tales cuales los producen antes que los unan para formar su tela, son con relacion á un cabello, segun observaciones

de *Reaumur*, menores que el hilo dorado de que se ha hablado, con relacion al cilindro de que se ha sacado y su diámetro apenas iguala el grosor de la ligera capa de oro que cubre al hilo de plata.

36. El físico debe principalmente dirigir su talento, y laboriosas indagacianes á la aplicacion de las verdades físicas á las artes. Esto da á las ciencias un título de utilidad, y que él solo basta para justificar los cuidados que se ponen para su cultura. Se pasarán por consiguiente en silencio aquellas ociosas y pueriles cuestiones que la sana física ha condenado al olvido. ¿La materia es realmente divisible de manera que su division no admita límites posibles? ó bien por último resultado está ella compuesta de moléculas indivisibles? Este es el famoso problema que ha fijado por mucho tiempo la atencion de los físicos. La ley que me he impuesto de proceder siempre de lo conocido á lo incógnito, me obliga á remitir la solucion al tercer capítulo de la parte cuarta del libro tercero que trata de la atraccion considerada en las moléculas elementales de los cuerpos.

CAPÍTULO III.

DE LA FIGURABILIDAD É IMPENETRABILIDAD.

De la figurabilidad.

37. La estension de los cuerpos tiene sus límites, y estos son las superficies que les rodean. Estas superficies se diferencian entre sí por el número, figura, disposicion y magnitud, y son las que forman la figura de los cuerpos, la que debe por consiguiente variar al infinito.

38. La figura de los cuerpos no es obra del acaso. Si se observa con cuidado la naturaleza, es fácil convencerse de que hay ciertas figuras regulares, que ella elabora de un modo uniforme bajo iguales circunstancias; y que anuncian por su parte una accion sujeta á leyes invariables. Estos cuerpos se llaman *cristales*. El físico en su formacion conoce á primera vista el trabajo de la naturaleza; pero lo que mas le sorprende es el ver que cristales originarios, ó primitivos de la misma substancia, y por consiguiente compuestos de los mismos principios químicos, admiten en su estructura una diferencia sensible, y aun algunas veces una especie de oposicion, al paso que cristales originarios de diferentes sustancias se presentan constantemente bajo la misma forma: asi el carbonate calcareo toma unas veces la forma de un romboide, otras la de un prisma exaedro regular, otras la de un sólido terminado por doce triángulos escalenos, otras la de un dodecaedro regular, cuyas caras son pentagonos; cuando el fluate calcareo, el muriate de sosa, el súlfure de hierro, el súlfure de plomo, etc., se presentan constantemente bajo una forma cúbica.

39. Este fenómeno estaba reservado para incitar la actividad de los físicos. Se han ocupado para hallar su esplicacion, y justificar asi una aparente estravagancia de la naturaleza. Se ofrecerá ocasion en alguna parte de esta obra de dar á conocer los resultados de sus indagaciones.

De la impenetrabilidad.

40. Es la impenetrabilidad aquella propiedad por la que dos cuerpos al mismo tiempo no pueden ocupar el mismo lugar. Un hombre abandonado al solo órgano de la vista podria formar idea de la estension de los cuerpos; pero le seria imposible adquirir la de su impenetrabilidad. Débese al tacto la idea de esta propiedad de la materia. Cuando tocamos cuerpos sólidos, y hacemos esfuerzos para comprimirlos notamos una resistencia efecto de su impenetrabilidad; de que se sigue que la impenetrabilidad de los cuerpos sólidos es una propiedad incontestable. La de los líquidos no se manifiesta de un modo tan sensible: la grande movilidad de sus moléculas, y la suma facilidad con que ceden, sin resistir á la mas ligera presion, pueden producir dudas acerca de su impenetrabilidad. La de los fluidos aeriformes debe aun parecer mas equívoca. El aire atmosférico nos toca continuamente, nos toca igualmente por todas nuestras partes; pero la habitud nos ha familiarizado tanto con su contacto que es menester reflexion para conocer la impresion que hace en nosotros. Opone una resistencia real á todos nuestros movimientos, la que á menudo escapa de nuestros sentidos y atencion; por lo que importa establecer la impenetrabilidad del aire atmosférico con rigurosos esperimentos. Una vez probada la impenetrabilidad de este fluido la ley de analogía nos conducirá á deducir que los líquidos y fluidos aeriformes estan todos dotados de la misma propiedad.

Esperimento. Llénese de agua clara un grande vaso de cristal hasta á los dos tércios de su capacidad, y échese encima el agua un pedazo de corcho que sostenga una vela encendida. Si se toma despues un vaso largo y de menor diámetro que el primero, y puesto boca abajo se le sumerge verticalmente cogiendo la vela dentro, se ve que esta llega hasta al fondo del agua sin apagarse.

El vaso que se sumerge verticalmente en este esperimento contiene un volúmen de aire que llena su capacidad. Esta masa fluida, aunque poco densa, es no obstante compuesta de partes sólidas, que por su impenetrabilidad se conducen relativamente al agua que encuentran como todo otro cuerpo, cuyas partes sean unidas: este es el motivo porque la vela que se ha puesto encima del pedazo de corcho baja hasta al fondo del agua sin apagarse.

Aunque el aire encerrado en el vaso se opone al esfuerzo que hace el agua para entrar, su resistencia no es tal que la escluya enteramen-

te. Se verá despues que el aire es compresible, y que puede estrecharse reduciéndose á un volúmen menor cuando se comprime. Se verá tambien que un cuerpo sumergido en un fluido esperimenta una presion tanto mayor cuanto su inmersion es mas profunda. Bien comprendidos estos dos principios se ve que el agua debe elevarse un poco, dentro del vaso que se sumerge en el líquido, no obstante la resistencia del aire que encierra; pero por grande que sea la profundidad á que se sumerja el vaso, jamas el agua reducirá á cero el volúmen del aire para ocupar toda su capacidad, y esto basta para probar la impenetrabilidad de los fluidos aeriformes.

41. Por poco que se reflexione sobre el precedente esperimento, es fácil ver 1.° porque por grande que sea la fuerza que se emplea para hacer bajar el émbolo en una bomba no se puede jamas hacerle tocar en el fondo; 2.° porque no se llena un vaso cuando se sumerge boca abajo; 3.° porque un embudo cuya canal ajuste exactamente con el cuello estrecho de una botella no puede introducirle bien el licuor; 4.° porque un pedazo de papel pegado en el fondo de un vaso no se moja cuando se sumerge el vaso verticalmente boca abajo en una masa de agua; 5.° porque el papel se moja si el fondo del vaso está agujereado, por estrecha que sea la abertura.

42. La impenetrabilidad del aire ha dado orígen á una máquina conocida bajo el nombre de *campana de los buzos*. Esta consiste en una grande campana guarnecida de pesos que la obligan á bajar verticalmente á una determinada profundidad. El aire siendo impenetrable aunque compresible deja entrar agua; pero sin que jamas pueda alcanzar al buzo que apoya sobre un travesaño puesto en lo interior. Esto no obstante, el aire contenido en la campana adquiere por la presion del agua una densidad funesta, y un mefitismo para la respiracion del buzo que han decidido la proscripcion de la máquina.

43. Pero ¿este fluido que se escapa al sentido del tacto, y cuyas moléculas son tan ténues que no las alcanza nuestra imaginacion parte su impenetrabilidad con los demas cuerpos de la naturaleza? Sí, sin duda, responden unánimamente los físicos; porque una luz demasiado viva daña al órgano de la vista: nuestros ojos no pueden fijarse sobre cuerpos que luzcan con brillantez que deslumbre. El fluido luminoso refleja al dar sobre espejos; refringe en el diamante, y demas cuerpos transparentes; divídese cuando pasa al traves del ángulo de un prisma en rayos de diferentes colores; todas sus propiedades, verdaderamente dignas de nuestra admiracion, no permiten, dicen ellos, mirar como dudosa la impenetrabilidad de este fluido.

Basta un instante de reflexion para conocer lo frívolo de estos raciocinios. Las propiedades del fluido luminoso que se han referido en este artículo nada prueban á favor de su impenetrabilidad. Tengo algunas razones para pensar que este fluido goza del privilegio esclusivo

de penetrar todos los cuerpos de la naturaleza. No es este el lugar de hablar detenidamente de este punto; se tratará de él en el capítulo de esta obra que tiene por objeto la transparencia, y la opacidad.

44. Dícese comunmente que un clavo penetra la madera en que entra, que el agua y el alcohol mezclados se penetran mútuamente: es fácil ver que en estos casos no hay mas que penetraciones aparentes; en el primero hay apartamiento de las partes de la madera por el clavo que va entrando, por lo que el espacio en que está el clavo no está al mismo tiempo ocupado por molécula alguna de madera; en el segundo caso el espacio ocupado por el agua y el alcohol juntos es menor que la suma de los espacios que necesitaban cuando separados, porque combinándose han espelido una porcion de calórico interpuesto entre sus moléculas, cuya espulsion se manifiesta por el aumento de temperatura de la mezcla.

CAPÍTULO IV.

DE LA MOVILIDAD.

45. Todos los cuerpos pueden ser transportados de un lugar á otro. Se da á esta propiedad el nombre de *movilidad*. Esta propiedad es la misma en todas las moléculas de la materia, y por consiguiente independiente de la figura, y de lo pulido de la superficie que influyen esclusivamente en la cantidad de resistencias que se oponen al movimiento.

Todo lo que concierne al movimiento de los cuerpos pertenece á su inercia; por lo que parece que se deberán esponer en la movilidad las diferentes circunstancias que acompañan al movimiento.

46. Llámase *movimiento* el estado de un cuerpo que se halla actualmente transportado de un lugar á otro.

47. Hay dos especies de movimiento, que son *absoluto* y *relativo*.

El primero es el movimiento de un cuerpo que pasa de una parte del espacio á otra en virtud de un impulso, ó fuerza que se le ha imprimido.

El segundo es el de un cuerpo que muda de situacion con relacion á aquellos con que se le compara, de que se ve;

1.º Que un cuerpo puede tener movimiento relativo sin tener el absoluto. Para esto basta compararlo cuando está en quietud con cuerpos animados de un movimiento cualquiera.

2.º Dos cuerpos tienen movimiento absoluto sin tener el relativo cuando se mueven con la misma velocidad, y en direcciones paralelas.

48. El reposo es un estado puramente negativo: se divide en dos especies *absoluto* y *relativo*.

El primero es la constante permanencia de un cuerpo en un mismo

punto del espacio. El segundo es la constante situacion de un cuerpo con relacion á los que le rodean.

49. Hablando con propiedad no hay reposo absoluto en la naturaleza. Se verá despues que desde las menores moléculas de la materia hasta á estos inmensos globos que giran con magestad sobre nuestras cabezas, hay en todo ó movimiento, ó tendencia al movimiento: esta tendencia es la que resiste á la quietud absoluta, anima sin cesar las moléculas de la materia, las hace entrar en diferentes combinaciones, les da mil formas diversas que concurren á variar y vivificar la naturaleza.

Las diferentes circunstancias que acompañan al movimiento de un cuerpo son: 1.º su masa; 2.º el espacio corrido; 3.º el tiempo; 4.º la velocidad; 5.º la fuerza que produce el movimiento.

De la masa.

50. La masa de un cuerpo es la cantidad de materia que contiene, sin relacion á su volúmen, ó al espacio que ocupa. Si se considera la cantidad de materia de un cuerpo bajo un determinado volúmen toma el nombre de *densidad.*

Del espacio.

51. Puédense concebir anulados todos los cuerpos de la naturaleza, y conservarse aun la idea de una inmensa estension que se prolongue en todo sentido, á la que se llama *espacio absoluto.* Una parte cualquiera de este espacio se llama *espacio relativo.* El espacio absoluto es infinito é inmutable; el relativo es susceptible de medida. Para medirle exactamente es menester una unidad. Esta habia sido arbitraria hasta ahora y por consiguiente diferente en diferentes paises. Desde mucho tiempo formaban los sabios votos estériles para dar á esta unidad la uniformidad que le conviene, y que era facil dársela tomándola en la naturaleza misma. Este servicio hecho á las ciencias y á las artes se debe á un trastorno. La unidad de medida se ha tomado en el meridiano terrestre; esta es la diez milionésima parte del arco de meridiano comprendido entre el ecuador y el polo, y se le ha dado el nombre de *metro.* (*)

(*) *Fundado en estos mismos principios el señor Rós individuo de la academia de ciencias naturales y artes de Barcelona ha presentado al Gobierno una erudita disertacion sobre los mas adecuados pesos y medidas que pueden adoptarse en las Españas.*

Del tiempo.

52. La voz *tiempo* no significa una cosa real; solo espresa la idea de un cierto órden de cosas que se suceden sin interrupcion. Para conocer lo que es tiempo basta parar la atencion al modo como nuestras ideas se suceden continuamente las unas á las otras. Puédese tambien formar una idea del tiempo cuando se reflexiona en el modo con que un cuerpo en movimiento muda de lugar pasando de un punto á otro, de que se sigue que la medida del tiempo se ha debido buscar en el movimiento. Para tener de él una medida exacta y rigurosa seria menester hallar un cuerpo cuyo movimiento fuese siempre igualmente veloz. No hallándose este modelo en la naturaleza, ha sido menester contentarse con una aproximacion, sacando la medida del tiempo del movimiento diurno de la tierra, y tomando por unidad la duracion de la revolucion aparente de una estrella al rededor de este planeta.

De la velocidad.

53. La comparacion del espacio corrido con el tiempo empleado en correrle ha dado orígen á la idea de *velocidad*.

54. Si un cuerpo corre espacios iguales en tiempos iguales su velocidad es uniforme.

55. Un móvil se mueve con velocidad acelerada cuando en tiempos iguales corre espacios que van siempre en aumento, ó bien espacios iguales en tiempos que van siempre decreciendo. Si los espacios corridos aumentan igualmente en tiempos iguales, la velocidad es uniformemente acelerada.

Cuando un móvil corre espacios iguales en tiempos que van sucesivamente aumentando; ó bien si suponiendo los tiempos iguales los espacios corridos van sucesivamente disminuyendo, la velocidad es retardada; esta es uniformemente retardada si las disminuciones de espacios corridos son las mismas en tiempos iguales.

La velocidad uniforme, acelerada, ó retardada se llama tambien muy á menudo *movimiento uniforme*, *acelerado*, ó *retardado*.

56. Si Pedro corre con una velocidad, ó con un movimiento uniforme un dado espacio en una hora, y Juan corre el mismo espacio en media hora, es claro que Juan tiene una velocidad doble que Pedro; por lo que la velocidad aumenta, dado el mismo espacio, en razon inversa del tiempo. Si Pedro corre en una hora un espacio doble que Juan en el mismo tiempo, es evidente que Pedro tiene una velocidad doble que Juan; y por consiguiente, dado el mismo tiempo, la velocidad aumenta en razon directa del espacio: de que se sigue que en el movimiento uniforme la velocidad debe espresarse por el cociente de una division

en la que el espacio debe ser el dividendo, y el tiempo el divisor; pero como el espacio y el tiempo sean cantidades heterogeneas, para efectuar la division es menester despojarles, para decirlo asi, de su heterogeneidad, reduciéndoles á números abstractos. Para esto se toma una unidad de tiempo, un segundo por ejemplo; tómase tambien una unidad de espacio, tal como un metro, y asi el espacio y el tiempo son números abstractos que indican cuantas unidades encierran de su especie. La velocidad es de este modo el cociente de una division en que el dividendo y el divisor son números abstractos, y su unidad es la velocidad de un cuerpo que corre un metro en un segundo. Reduciendo asi la velocidad, el espacio y el tiempo á números abstractos, se puede decir que en el movimiento uniforme la velocidad es igual al espacio dividido por el tiempo, y que este es igual al espacio dividido por la velocidad.

Si bien la naturaleza no nos presenta ejemplo alguno de movimiento uniforme, nos los presenta de movimientos ya uniformemente acelerados, ya uniformemente retardados. Los cuerpos que caen libremente sobre la superficie de la tierra corren con un movimiento uniformemente acelerado: aquellos empero que reciben un impulso en sentido contrario del de la gravedad, se mueven con un movimiento uniformemente retardado. En estos ejemplos la gravedad es unas veces potencia aceleratriz y otras retardatriz. El movimiento uniformemente acelerado está sujeto á ciertas leyes que conviene establecer ahora; porque muchos puntos de que, segun el plan establecido, se habrá de tratar antes que de los fenómenos de la gravedad, suponen su conocimiento.

57. Un cuerpo que se mueve con un movimiento uniformemente acelerado recibe velocidades iguales en tiempos iguales: de que se sigue que la serie que espresa el número de instantes pasados desde el principio de la aceleracion indica tambien el número de grados de velocidad adquirida, y por consiguiente que la velocidad adquirida durante la aceleracion es proporcional al tiempo.

58. Supongamos el tiempo contado sobre el lado AB del triángulo rectángulo ABE (fig. 1) y su orígen en el punto A. Por diferentes puntos a, b, c, supónganse tiradas las líneas af, bg, ch, paralelas á la base BE del triángulo: estas serán proporcionales á las alturas Aa, Ab, Ac, y podrán por consiguiente representar las velocidades adquiridas al fin de los tiempos Aa, Ab, Ac. Si en lugar de estas líneas matemáticas suponemos otras cuya latitud sea infinitamente pequeña, y que intercepten por consiguiente partes infinitamente pequeñas sobre la línea de los tiempos, su relacion por esto no mudará, y representarán de la misma manera las velocidades; pero en un instante infinitamente pequeño la velocidad debe ser mirada como uniforme, porque no se puede concebir que la potencia aceleratriz renueve su accion antes de pasar un instante infinitamente pequeño; por consiguiente el espacio corrido en este instante es proporcional á la velocidad, y puede ser representado por

la misma línea. Supuesto dividido el tiempo AB en instantes infinitamente pequeños, el espacio corrido en cada instante está representado por la línea ó la pequeña superficie correspondiente; pero la suma de estos instantes es igual al tiempo AB, y la suma de todas las superficies es igual á la del triángulo ABE; luego esta superficie representa el espacio corrido en el tiempo AB. Tómese otro triángulo A*af*, su superficie representa el espacio corrido en el tiempo A*a*. A mas de esto los triángulos ABE, A*af* son semejantes y por consiguiente estan entre sí en razon del cuadrado de los lados homólogos; por lo que el espacio corrido en el tiempo AB es al espacio corrido en el tiempo A*a* como $\overline{AB}^2 : \overline{Aa}^2$, ó bien como $\overline{BE}^2 : \overline{af}^2$, esto es como los cuadrados de los tiempos, ó como los cuadrados de las velocidades adquiridas durante la aceleracion.

59. Divídase el tiempo AB en partes iguales, y finitas A*a*, *ab*, *bc*, *c*B, y supóngase siempre que las líneas tiradas por los puntos de division sean paralelas á la base. Los espacios corridos durante el instante primero, segundo, tercero, etc. estan representados por las superficies A*af*, *abgf*, *bchg*, B*ch*E, estas superficies tienen la misma altura, luego estan entre sí como la suma de sus bases opuestas, esto es, como 1, 3, 5, 7, etc. De que se sigue que los espacios parciales corridos en tiempos iguales aumentan como la progresion de los números impares, mientras que los espacios totales son como los números cuadrados 1, 4, 9, 16 etc.

El espacio corrido en el tiempo AB, en virtud del movimiento acelerado de que se trata, es igual á ABE, ó bien á $\frac{AB \cdot BE.}{2}$. Supongamos que al fin del tiempo AB, el móvil no reciba mas grados de velocidad, y que continúe á moverse durante el tiempo AB en virtud de la que haya adquirido; en este caso la velocidad será uniforme, y el espacio corrido igual á AB . BE, producto del tiempo multiplicado por la velocidad; de que se sigue que el espacio corrido con un movimiento uniformemente acelerado es la mitad del espacio corrido en el mismo tiempo con un movimiento uniforme con la velocidad adquirida al fin de la aceleracion.

60. Es fácil demostrar con esperimentos estas leyes de movimiento uniformemente acelerado por medio de un instrumento inventado por el doctor Athoowd.

Las principales piezas de esta máquina son 1.º una polea A cuyo ege rueda en una chapa como se manifiesta aqui (fig. 2), ó mejor aun sobre rodillos cilíndricos y móviles para disminuir mejor los efectos del roce. Un hilo de seda muy delgado pasa por la garganta de la polea, el que en sus estremos tiene unos corchetes destinados á recibir los convenientes pesos B, C; 2.º una regla vertical KL, dividida en partes

iguales, de tres pulgadas inglesas por ejemplo; 3.º dos planchas de metal movibles, que se pueden fijar por medio de un tornillo en el lugar de la regla que se quiera. La una de ellas I está agujereada de manera que deje pasar libremente el peso B, la otra es llena y destinada á detener este peso; 4.º en fin se adapta á la máquina un péndulo que bata minutos segundos con un círculo que los señale.

En las dos estremidades B,C del hilo de seda se suspenden dos pesos iguales los que representaremos por 64, y que se mantienen en equilibrio. Para perder este equilibrio se quita del lado C un peso como 1, el que se añade al lado B; este teniendo un peso como 2 mayor que el lado C bajará á lo largo de la regla. El peso 2 aplicado á una masa 2 le dará una velocidad igual á la de la pesadez; pero como sea aplicado á una masa 128 debe producir un efecto 64 veces menor. La gravedad hace correr á un cuerpo 16 pies ingleses en un minuto segundo, como se verá en lo sucesivo; por lo que el peso B no correrá mas que un cuarto de pie ó tres pulgadas inglesas, que ocupan una division de la regla KL. Por medio de esta reduccion se pueden hacer en un aposento los siguientes esperimentos, los que sin la máquina de Athoowd, exigirian mucho cuidado y edificios de una grande altura.

Primer esperimento. Teniendo la máquina dispuesta como se acaba de esponer, y el peso B en o, si se deja caer se ve por medio de un péndulo, que este peso se halla en la primera division al fin de un segundo, en la cuarta al fin de dos, en la novena al fin del tercero, y asi sucesivamente, de manera que los espacios corridos son como los cuadrados de los tiempos.

Segundo esperimento. Colóquese la plancha de cobre I en la cuarta division, y en lugar del peso que determinó la caida, y que era redondo como C, substitúyase otro igual pero prolongado como H. En este caso el peso B llega al fin del segundo minuto segundo á la plancha I en donde deja el peso H; siendo actualmente iguales los pesos que mueven el hilo CEFB, B ya no se mueve mas que en virtud de un movimiento adquirido antes. La esperiencia hace ver que al fin de otros dos minutos segundos ha corrido otras ocho divisiones. De esto se sigue que si la fuerza aceleratriz deja de obrar al fin de cierto tiempo, el móvil correrá en el mismo tiempo en fuerza del movimiento adquirido el duplo del espacio descrito desde el principio de la caida.

61. Segun los principios que se acaban de esponer, se podrá saber el espacio corrido en un tiempo cualquiera, si se conoce el descrito en otro tiempo; porque los esperimentos que se han hecho acerca de este objeto prueban, que en nuestra latitud los cuerpos bajarian en el vacío en un segundo (antigua division del dia) de la altura de cerca de 16 pies ingleses. El espacio corrido en el mismo tiempo seria mayor en el polo y menor en el ecuador, porque la gravedad es mayor en el primer lugar y menor en el segundo.

62. Pasemos á aplicar al movimiento uniformemente retardado las leyes que se acaban de establecer para el movimiento uniformemente acelerado.

63. AB (fig. 1) represente el tiempo durante el que se mueva un cuerpo en direccion opuesta al impulso de gravedad, el que pasa á ser en este caso potencia retardatriz, y BE esprese la velocidad con que ha sido arrojado; el cuerpo dejará de subir cuando no tenga velocidad; por lo que las líneas paralelas á la base en el triángulo ABE representarán las velocidades en las distancias á que correspondan, y la superficie del triángulo ABE representará el espacio corrido durante el tiempo AB con un movimiento uniformemente retardado, como es fácil deducirlo de lo demostrado en los cuerpos movidos con un movimiento uniformemente acelerado. A mas de esto representando BE la velocidad que un cuerpo puede adquirir movido por un movimiento uniformemente acelerado durante el tiempo AB, este mismo triángulo ABE representa el espacio corrido por un cuerpo entregado á la accion de la gravedad, mientras adquiere en su caida la misma velocidad BE: de que se sigue 1.º *que un cuerpo que ha bajado de una determinada altura con un movimiento uniformemente acelerado ha adquirido una velocidad suficiente para hacerle remontar á la misma altura con un movimiento uniformemente retardado*; 2.º *que los espacios corridos por dos cuerpos movidos con movimiento uniformemente retardado con diferentes velocidades son entre sí como los cuadrados de estas velocidades.*

De la fuerza.

64. Un cuerpo en movimiento es transportado de un lugar á otro. Este transporte es un efecto real, debe por consiguiente reconocer una causa real. Esta causa es la que se indica con el nombre de *fuerza.* Esta es y será siempre desconocida, por lo que limitémonos á conocer sus efectos y á determinar las leyes de su accion.

65. En el movimiento uniforme dos ó mas cuerpos que tengan una misma masa, tienen fuerzas proporcionales á sus velocidades: porque si las velocidades estan en la razon de 1 á 2, los espacios corridos en el mismo tiempo estarán tambien como 1 á 2; y asi las fuerzas que hacen correr estos espacios estarán en la misma razon; de consiguiente dada la misma masa las fuerzas son proporcionales á las velocidades.

Dos ó mas cuerpos teniendo la misma velocidad tienen fuerzas proporcionales á sus masas. Si las masas estan en la razon de 1 á 100, las fuerzas lo estarán tambien. Un cuerpo como 100, y con una velocidad como 1 tiene cien veces mas partes materiales que transportar con la misma velocidad, que un cuerpo como 1 y con una velocidad como 1; la fuerza del primero debe ser pues cien veces mayor que la del segundo; de que se sigue que dada la misma velocidad la fuerza es directa-

mente como la masa, y por consiguiente *que la fuerza de un cuerpo es igual al producto de la masa por la velocidad*, suponiendo que estas cantidades heterogéneas sean reducidas á homogéneas por su reduccion á números abstractos. El producto de la masa por la velocidad se llama tambien *cantidad de movimiento.*

66. Si las fuerzas de dos cuerpos son iguales los productos de las masas por las velocidades son iguales, y por consiguiente las masas y las velocidades estan en razon recíproca. Si las masas y las velocidades de dos cuerpos estan en razon recíproca, los productos de las masas por las velocidades son evidentemente iguales, y por consiguiente las fuerzas que representan estos productos son iguales.

67. En los movimientos uniformemente acelerados las fuerzas son como los productos de las masas por los cuadrados de las velocidades; porque las fuerzas son siempre proporcionales á los espacios que hacen correr, y como en el movimiento uniformemente acelerado los espacios sean como los cuadrados de las velocidades, resulta que las fuerzas se componen de las masas y de los cuadrados de las velocidades.

68. Estaban los físicos acordes en el modo de valuar las fuerzas que producen los movimientos, cuando *Lebnitz* estableció una distincion entre la fuerza que obra sobre un obstáculo invencible y la que obra contra un obstáculo que cede. A la primera la llamó *fuerza muerta*, y á la segunda *fuerza viva*: *Lebnitz* y los físicos que abrazaron su opinion convinieron que para valuar la fuerza muerta era menester multiplicar la masa por la velocidad; pero en cuanto á la fuerza viva pretendieron que para estimarla segun su justo valor era menester multiplicar la masa por el cuadrado de la velocidad. Yo no entraré en el pormenor de los raciocinios y numerosos esperimentos que se han hecho para apoyar su asercion. Estos se hallan en un grande número de obras que pueden con facilidad consultarse, y particularmente en las institucionas de física por el *marques de Chatelet*, como tambien en una obra de *Mairan*, que tiene por título: *Disertacion sobre la valuacion de las fuerzas motrices de los cuerpos.* Yo me contentaré con decir que si la opinion sobre el modo de valuar la fuerza de los cuerpos en movimiento estaba dividida, era porque los defensores de las fuerzas vivas en nada estimaban el tiempo en el examen de los hechos que ponian en prueba de su opinion. Nosotros convenimos con ellos que el efecto de un cuerpo que se mueve con una velocidad como 2, es cuádruplo en comparacion al del que se mueve con velocidad como 1; pero esto no es porque 4 sea el cuadrado de 2, sino porque el móvil que tiene una velocidad como 2 hace un esfuerzo repetido dos veces, mientras el del que tiene velocidad como 1 no se efectúa mas que una vez; de que se sigue que estas dos fuerzas son absolutamente las mismas, y que en su resultado no difieren sino por la falta de la consideracion del tiempo.

LIBRO SEGUNDO.

DE LA INERCIA.

69. La *inercia* es una de aquellas propiedades que no se pueden definir hasta haber manifestado su existencia. Sea un cuerpo de un volúmen y peso determinados, por ejemplo una esfera de plomo que pese 183,42 granos (6 onzas) suspendida libremente por un hilo en un aire tranquilo, y otra esfera de plomo igual, tambien suspendida, que vaya á chocar contra la primera con una fuerza como 4. La esperiencia hace ver que la esfera en reposo recibe de la que la choca parte de su fuerza, y que esta última pierde en el choque lo que la otra parece haber adquirido. El mismo efecto tiene lugar aunque la esfera chocada no esté en quietud con tal que tenga menos movimiento que la chocante, esta pierde en el choque una parte de su fuerza igual á la que aquella recibe.

70. Resulta de esto que un cuerpo escitado á moverse no recibe movimiento sino á proporcion que hace perder igual cantidad á los cuerpos que obran sobre él. Cuando un cuerpo viene á dar contra otro se parten los dos toda la cantidad de movimiento; y lo mas notable que en esto sucede es que esta particion se hace como si la cantidad de movimiento fuese una cosa material. El cuerpo chocado recibe movimiento á espensas del cuerpo chocante, y esto parecido al modo como un vaso se llena á espensas de otro que se vacía.

71. La inercia es independiente de la resistencia del aire: 1.º el choque de los cuerpos da los mismos resultados en el vacío, que en atmósfera libre. 2.º El mismo aire hace parte de la cuestion que actualmente nos ocupa, porque se trata de saber si la inercia conviene á todos los cuerpos en general; y el aire incitado á moverse no resiste al movimiento sino en fuerza de su inercia.

72. La inercia no puede ser mirada como un efecto de la gravedad; porque si esta fuese su causa la inercia seria diferente segun la diferente direccion de los cuerpos en movimiento, seria nula en los que se mueven horizontalmente; no obstante que es fácil ver que la inercia es siempre igual en un cuerpo en movimiento, sea cual fuere la direccion que se le suponga.

73. La inercia no debe ser mirada como una fuerza inherente á la materia. Toda fuerza produce movimiento, ó á lo menos tendencia á él: tal es la idea que está significada por la voz fuerza. Asi la gravedad es una fuerza, porque tiende sin cesar á precipitar los cuerpos há-

cia al centro de la tierra. Si no produce siempre su efecto, es porque algun obstáculo invencible se opone; pero desde el instante que el obstáculo se aparta obra con eficacia, y el cuerpo se precipita. La inercia lejos de producir movimiento ó tendencia al movimiento solicita, al contrario, á los cuerpos en quietud á perseverar en el estado en que se hallan y por su misma inercia resisten á toda mutacion de estado; aunque esta resistencia no es el efecto de una fuerza particular, debe ser mirada como una ley de la naturaleza en virtud de la que un cuerpo no puede adquirir movimiento por la accion de otro cuerpo sin quitarle parte.

Estas nociones sobre la inercia nos conducen al establecimiento de dos leyes á las que obedecen todos los cuerpos de la naturaleza.

Primera ley.

74. *Todo cuerpo intenta perseverar en su estado de quietud ó movimiento á no ser que una causa esterna le obligue á mudar de estado.*

Un cuerpo en quietud no puede por sí darse movimiento alguno; porque él en sí no encierra motivo alguno para moverse en una direccion mejor que en otra.

Un cuerpo en movimiento debe siempre moverse segun su primera direccion, á no ser que se le oponga algun obstáculo invencible; porque no hay razon alguna para que el cuerpo se dirija mas bien á la derecha que á la izquierda de su direccion primitiva. A mas de esto debe siempre moverse con un movimiento uniforme si no encuentra resistencia; porque ¿como un cuerpo incapaz de darse movimiento podrá alterar el que haya recibido? Observamos tambien todos los dias que la duracion del movimiento aumenta en la misma razon que se disminuyen los obstáculos; lo que nos conduce á creer que los movimientos serian perennes sino hubiera obstáculo alguno. Añadamos á esta prueba la que nos ofrecen los movimientos celestes, que despues de un grande número de siglos no han esperimentado alteracion alguna sensible, y no nos parecerá equívoca esta ley de la naturaleza.

Segunda ley.

75. *La reaccion es siempre igual y contraria á la accion.*

Cuando un cuerpo va á chocar contra otro en quietud, la accion con que el primero obra sobre el segundo le comunica una cantidad de movimiento. Pero se puede antes de la accion concebir al segundo animado por esta cantidad de movimiento, y por otra igual y directamente opuesta; la accion del cuerpo chocante se reduce así á destruir esta última cantidad de movimiento; pero para esto debe emplear una cantidad de movimiento igual y contraria, que será destruida; de que

se sigue que en la accion mutua de los cuerpos la reaccion es siempre igual y contraria á la accion.

Esta ley de la naturaleza se manifiesta de una manera nada equívoca en un grande número de fenómenos; el iman atrae al hierro de la misma manera que es atraido por este; obsérvase el mismo fenómeno en las atracciones y repulsiones eléctricas, en la accion de las fuerzas elásticas, y aun de las fuerzas animales; sea cual fuere el principio motor del hombre y de los animales, es cierto que reciben por la accion de la materia una fuerza igual y contraria á aquella que le comunican y que asi bajo este respeto las mismas leyes sujetan á los seres sensibles que á los inanimados.

La quietud de los cuerpos cuando por alguna parte se aplican mutuamente justifica altamente la igualdad de accion y reaccion; porque aunque estos cuerpos se compriman mutuamente, y puedan ceder facilmente, el uno no hace mudar de lugar al otro. Si antes del contacto de estos cuerpos se pone entre ellos un obstáculo que impida que ellos se aproximen sin privar su accion mutua, el obstáculo queda en reposo con los cuerpos aunque no sea detenido por fuerza alguna; al paso que es constante que está comprimido igualmente por una y otra parte, mientras estos cuerpos se atraen mutuamente.

Los fenómenos que pertenecen á la inercia de los sólidos difieren de los que pertenecen á la inercia de los fluidos. De estos se hablará separadamente.

PARTE PRIMERA.

DE LOS FENÓMENOS QUE PERTENECEN Á LA INERCIA DE LOS SÓLIDOS.

76. Los fenómenos que pertenecen á la inercia de los sólidos son principalmente el choque de los cuerpos, el movimiento compuesto, el movimiento curvilíneo, de los que nacen las fuerzas centrífuga y centrípeta, el equilibrio en las máquinas y las resistencias que resultan, sea de la rigidez de las cuerdas, sea del roce que sufren los cuerpos resbalando ó girando los unos sobre los otros.

CAPÍTULO PRIMERO.

DEL CHOQUE DE LOS CUERPOS.

77. Llámase *choque* la accion que un cuerpo emplea cuando estando en movimiento da contra otro con toda su fuerza.

78. Este choque se ve cuando un cuerpo puesto en movimiento encuentra en el camino otro cuerpo que esté en quietud, ó cuando dos cuerpos movidos segun direcciones opuestas se encuentran; ó en fin cuando un cuerpo en movimiento encuentra á otro que se mueve segun su misma direccion y menos velocidad.

Estos tres casos tienen lugar en los cuerpos blandos, en los duros y en los elásticos.

79. Los cuerpos blandos se comprimen en el choque, y conservan el estado en que la presion les ha puesto, los duros no esperimentan compresion alguna, los elásticos se comprimen por el choque, pero despues vuelven por sí mismos al estado en que se hallaban antes de la compresion.

80. Se da el nombre de *velocidad respectiva* á aquella por la que dos cuerpos se aproximan ó se alejan mutuamente, de que se sigue: 1.º que si un cuerpo está en quietud y el otro se mueve acercándose al primero, la velocidad respectiva es en este caso la misma que la velocidad absoluta: 2.º si dos cuerpos se mueven segun la misma direccion con velocidades iguales, la velocidad respectiva es nula; si ellos se mueven segun la misma direccion con velocidades diferentes, la velocidad respectiva es igual á la diferencia de las velocidades absolutas: 3.º si dos cuerpos se mueven el uno hácia el otro segun una direccion contraria la velocidad respectiva es igual á la suma de las dos velocidades.

81. Para hacer la teoría del choque de los cuerpos mas simple é inteligible, supóngase: 1.º que los cuerpos son ó perfectamente blandos, ó perfectamente duros, ó perfectamente elásticos; 2.º que su movimiento se efectúa en un medio sin resistencia y sin roce, de manera que la teoría seria falsa si los hechos que indicara se hallaran exactamente comprobados por la esperiencia; porque los obstáculos de que hacemos abstraccion inducen necesariamente alguna modificacion en el choque.

82. Consideraremos desde luego el choque directo, esto es aquel choque de los cuerpos en que los centros de gravedad (1) se hallan en la direccion del movimiento; y para ejecutarlo con mas facilidad, emplearemos para nuestros esperimentos cuerpos esféricos suspendidos de hilos muy delgados, á fin de disminuir en lo posible los roces y la resistencia del aire; y como á menudo se necesitará conocer el grado de velocidad de estas pequeñas esferas, se tendrán suspendidas de puntos fijos al rededor de los que podrán describir arcos de círculo que serán medidos por graduaciones. Lo que despues se dirá hablando de la gra-

---

(1) *El centro de gravedad es aquel punto al rededor del que todas las partes de un cuerpo estan en equilibrio.*

vedad nos dará á conocer como se puede, por el grandor de estos arcos, medir la velocidad de los cuerpos que los describen. El célebre *Mariotte* se ha valido felizmente de este método. La máquina de que nos servimos y que está representada (fig. 3) es la suya, cuyo uso se ha ido estendiendo y se emplea con comodidad.

PARRAFO PRIMERO.

Del choque directo de los cuerpos no elásticos.

83. Las mismas leyes del choque que dominan en los cuerpos duros, dominan en los blandos, con la corta diferencia que la comunicacion de movimiento es instantanea en los cuerpos duros, y sucesiva en los blandos. Este fenómeno depende de la naturaleza de los cuerpos. En los que son perfectamente duros tales como aqui se suponen, las moléculas estan de tal manera adherentes entre sí que no pueden ceder separadamente á la impresion del choque: cede por consiguiente á un tiempo toda la masa del cuerpo, y el chocado obedeciendo al esfuerzo del chocante se desaloja enteramente en el instante en que recibe el golpe. No sucede asi con un cuerpo blando cuyas partes estan muy poco adherentes entre sí, estas ceden sucesivamente al impulso del choque, de manera que el chocado no sale de un lugar sino por grados, para decirlo asi, y no es enteramente desalojado hasta que todas sus partes han recibido la impresion total del chocante.

Primera ley.

84. *Si un cuerpo no elástico va á dar contra otro en quietud ó que se mueve segun la misma direccion con menor velocidad que él, debe comunicarle en el acto del choque una parte de su fuerza, y esta suficiente para marchar los dos despues del choque con la misma velocidad.*

Esta ley no es equívoca, pues que está fundada en que el cuerpo chocante no puede comunicar al chocado mas ni menos fuerza que la precisa para marchar despues juntos. Si le comunicara mas, el chocado marcharia con mayor velocidad que el chocante, y de consiguiente esta no perseveraria en su estado tanto tiempo como habria podido, lo que es evidentemente contrario á la ley de la inercia. Si el chocante comunicara al chocado menor fuerza que la precisa para marchar con igual velocidad el obstáculo no se quitaria, renaceria sin cesar, y el fin prescrito á la naturaleza en la comunicacion del movimiento en nada se llenaria.

85. Síguese de esta ley; 1.º que en el choque las fuerzas deben repartirse entre el cuerpo chocante y el chocado proporcionalmente á sus

masas, porque las velocidades de los cuerpos solo pueden ser iguales cuando las fuerzas que les animan son proporcionales á las masas (n.º 65); 2.º que la suma de las fuerzas es la misma antes y despues del choque; la fuerza perdida en el chocante se halla en el chocado; 3.º que despues del choque los cuerpos chocante y chocado tienen siempre la misma velocidad, pero jamas la misma fuerza siendo las masas diferentes.

Estos resultados que da la teoría se hacen sensibles al ausilio de la esperiencia.

Primer esperimento. Suspéndanse en los estremos de dos hilos de la máquina de *Mariotte* dos esferas de arcilla iguales en masa. Estando estas esferas de un mismo plano si se deja una en reposo, y despues de haber levantado la otra por un arco de seis grados se la abandona á su peso, va á chocar contra la que esta en quietud, y despues del choque se mueven las dos segun la direccion de la chocante, y corren juntas un arco de tres grados.

La esfera que ha descendido por un arco de seis grados, si no hubiese hallado obstáculo, habria subido un arco igual por la parte opuesta. Este es un resultado del que puede cualquiera asegurarse facilmente por medio de la esperiencia y del que se dará la razon al esplicar los fenómenos de la pesadez; de que se sigue que la esfera que ha bajado por un arco de seis grados ha adquirido en el punto del perpendículo una velocidad como 6; por lo que suponiéndole una masa como 1 obra contra la esfera en quietud con una fuerza como 6; y puesto que las dos son iguales en masa, la chocante debe comunicar á la chocada fuerza como 3: fuerza como 3 en una masa como 1 produce velocidad como 3. De todo esto se ve que las dos esferas despues del choque deben moverse segun la direccion de la chocante cada una con velocidad como 3, y correr por consiguiente juntas un arco de tres grados.

Nótese que la suma de las fuerzas es la misma antes y despues del choque. Antes la fuerza de la esfera chocante era como 6: despues del choque la fuerza de la misma es como 3, y la de la chocada es tambien como 3; por consiguiente la suma de las fuerzas es como 6.

Segundo esperimento. Póngase la esfera chocada que se dejó en reposo, de masa doble que la chocante á la que se le den seis grados de velocidad, supuesto todo lo demas como en el esperimento anterior, despues del choque las dos corren un arco de dos grados.

La esfera chocante tiene masa como 1, y ha adquirido antes del choque velocidad como 6; con que hiere á la esfera que tiene masa como 2 con fuerza como 6; luego le comunicará fuerza como 4: fuerza como 4 produce en una masa como 2 velocidad como 2: debe pues la esfera chocada moverse con velocidad como 2: y quedar en la chocante fuerza como 2: fuerza como 2 produce sobre una masa como 1 velocidad como 2: de que se sigue que las dos esferas deben despues

del choque correr juntas un arco de dos grados. La suma de las fuerzas es la misma antes y despues del choque; antes la fuerza de la esfera chocante era como 6, despues la fuerza de esta es como 2, y la de la chocada como 4; de que se ve que la suma de las fuerzas despues del choque es como 6.

Podríanse sin duda multiplicar los ejemplos á discrecion; pero este trabajo seria largo, fastidioso é inútil. Cualquiera por poco versado que esté en esta materia hará sin grande trabajo la aplicacion de estos principios á toda clase de esperimentos de este órden.

Segunda ley.

86. *Cuando dos cuerpos no elásticos se mueven en direccion contraria quedan despues del choque en quietud, ó se mueven segun la direccion del mas fuerte, y con el exceso de la fuerza de este distribuida relativamente á las masas.*

Estos dos cuerpos se mueven con fuerzas iguales ó desiguales: si son iguales se destruyen en el choque, y por consiguiente quedan los cuerpos en reposo. Si las fuerzas son desiguales con motivo de la oposicion, la menor es destruida por una parte de la mayor, y no queda efectivo despues del choque mas que el exceso que el mas fuerte lleva sobre el mas débil: debe por consiguiente suceder lo mismo que si estando en quietud el mas débil, el mas fuerte obrara contra él con el exceso de fuerza que conserva despues del choque: por lo que despues del choque deben moverse los dos segun la direccion del mas fuerte, con el exceso de fuerza de este distribuido con relacion á las masas.

87. Se deduce de esta ley, que la fuerza que subsiste despues del choque entre dos cuerpos no elásticos, que se mueven en direccion contraria es siempre igual á la diferencia de las fuerzas antes del choque.

La esperiencia confirma la verdad de esta ley.

Primer esperimento. Suspéndanse de los estremos de dos hilos de la máquina de *Mariotte* dos esferas no elásticas de masa igual: elevese la una por un arco de seis grados de una parte, y la otra por un arco igual por la parte opuesta. Déjeselas caer en el mismo tiempo. Estas dos esferas se encuentran en el lugar mas bajo de su caida en que quedan quietas.

En este esperimento hay oposicion de fuerzas iguales. Las masas se han supuesto iguales, las velocidades son tambien iguales, pues que se ha supuesto que caian de la misma altura. Fuerzas iguales y opuestas se destruyen, y de esta destruccion nace el reposo. Asi pues despues del choque la fuerza es nula, y de consiguiente igual á la diferencia de las fuerzas antes del choque.

Segundo esperimento. Muévanse las dos esferas de masa igual, la una hácia la otra como en el esperimento procedente; pero hágase que

sus velocidades, y por consiguiente sus fuerzas esten en razon de 6 á 12. Las dos esferas despues del choque continuarán moviéndose segun la direccion de la que tenga mayor fuerza con tres grados de velocidad.

En el choque fuerzas iguales y contrarias se destruyen. La esfera cuya fuerza es 6 pierde de consiguiente toda su fuerza, mientras que la que tiene fuerza como 12 solo pierde la mitad, de que resulta que despues del choque queda á esta una fuerza como 6 que se parte con la primera igual á ella en masa. Asi cada una tiene despues del choque una fuerza como 3, y tambien velocidad como 3. Nótese que la suma de las fuerzas despues del choque iguala á su diferencia antes del choque. La suma de las fuerzas despues del choque es $3+3=6$. La diferencia de las mismas antes del choque es $12-6=6$.

88. Este es el lugar de observar que el choque, esto es la accion de un cuerpo sobre otro que se opone á su movimiento, no se efectua en virtud de toda la velocidad del cuerpo chocante, pues que si los dos cuerpos tuvieran la misma velocidad no habria choque; esta accion solo se efectua en razon de la diferencia de las velocidades, es decir de la velocidad relativa de los dos cuerpos: de esto depende sin duda que cualquiera que reciba un peso que caiga de determinada altura baja la mano para disminuir la accion, con que el peso obraria. Si al contrario se dirigiera la mano al encuentro del peso, la impresion seria mas dolorosa, porque seria mayor la velocidad.

NOTA.

Aqui está una fórmula, es decir, la espresion abreviada de los resultados que da en todos los casos la esperiencia, relativamente al choque de los cuerpos no elásticos.

La fuerza que anima á un móvil es igual al producto de la masa por la velocidad (n.º 65), y de consiguiente la velocidad igual al cociente de la fuerza dividida por la masa. Síguese de aqui que la velocidad comun á los cuerpos chocante y chocado iguala á la suma de sus fuerzas despues del choque dividida por la suma de sus masas. Por lo que espresando la velocidad comun por C, la fuerza del primero despues del choque por F, y su masa por M, la fuerza del segundo por f, y su masa por m, tendremos $C=\frac{F+f}{M+m}$ Cuando las direcciones no son opuestas la suma de las fuerzas es la misma antes y despues del choque, (n.º 85); por lo que si se espresa la velocidad del cuerpo chocante antes del choque por V, y la del chocado por u, podemos sustituir $MV+mu$ en lugar de $F+f$, y tendremos $C=\frac{MV+mu}{M+m}$

Si las direcciones son opuestas la suma de las fuerzas despues del cho-

que es igual á la diferencia de las fuerzas antes de él, (n.º 87.) En este caso $F + f = MV - mu$, y de consiguiente se tendrá $C = \frac{MV - mu}{M + m}$.

§ II.

Del choque directo de los cuerpos elásticos.

89. En el choque de los cuerpos elásticos la naturaleza está sujeta á las mismas leyes que rigen en el de los no elásticos. Pero como en los no elásticos las partes comprimidas por el choque se restablecen con una fuerza igual á la que las comprimió, este último esfuerzo que se junta al del movimiento comunicado por el choque es causa de muchas variaciones en los resultados.

90. Es menester pues distinguir con cuidado dos especies de fuerzas en el choque de los cuerpos elásticos; una que es independiente de la elasticidad, y que en el cuerpo chocado la llamarémos *movimiento comunicado*; otra que nace de la elasticidad á que se la llamará *resorte ó elaterio*.

Primer principio.

91. *Existen despues del choque en un cuerpo elástico dos elaterios, uno hácia adelante, y otro hácia atras.* La existencia de estos dos elaterios la demuestra el siguiente esperimento.

Primer esperimento. Póngase sobre un plano horizontal un anillo circular de acero de cerca 324 milimetros (un pie) de diámetro sobre 15 milimetros (7 líneas) de espesor. Pónganse en lo interior de este anillo y en las dos estremidades de un mismo diámetro dos pequeñas bolas de marfil iguales en masa; hiérase en seguida con un pequeño martillo el punto de la circunferencia esterior que corresponde á una de las dos bolas, y se ve que parten en el mismo tiempo viniendo á encontrarse en el centro del círculo: de que se sigue que el diámetro del anillo se ha acortado por una y otra parte. Este diámetro se restablece inmediatamente; asi pues hay dos elaterios, el uno hácia adelante, y el otro hácia atras: á mas de esto las dos estremidades del diámetro se han comprimido igualmente, pues que las dos esferas han sido impelidas con igual velocidad; luego deben restablecerse con la misma fuerza, y de consiguiente los dos elaterios son iguales.

En las obras dedicadas á la esposicion de teorías matemáticas no se habla generalmente mas que del elaterio hácia atras del cuerpo chocante, y del elaterio hácia adelante del chocado, porque los otros dos se destruyen como se verá bien pronto. No obstante me parece que seria

útil hacer mencion de estos dos últimos, y aun de demostrar su existencia; porque no es facil concebir la existencia de un elaterio en un punto en que no hay choque, cual en el mismo tiempo no se halla en el punto donde el choque se efectua.

Segunda ley.

92. *Cada uno de los elaterios es igual al movimiento comunicado al cuerpo chocado ó al movimiento perdido por el cuerpo chocante.*

Del movimiento perdido por el cuerpo chocante nace la compresion, el elaterio produce la restitucion; pero en los cuerpos perfectamente elásticos tales como los suponemos aqui la fuerza de restitucion es igual á la de compresion, y de consiguiente cada uno de los elaterios es igual al movimiento comunicado al cuerpo chocado ó al movimiento perdido por el chocante.

93. Hay por consiguiente tres cosas que considerar en cada uno de los cuerpos elásticos despues del choque. Cuando las direcciones no son opuestas hállanse en el cuerpo chocado el movimiento comunicado, el elaterio hácia adelante y el elaterio hácia atras, y cada uno de estos elaterios igual al movimiento comunicado. Hállanse tambien en el cuerpo chocante el movimiento residuo, y los elaterios hácia adelante y atras, y cada uno de estos igual al movimiento perdido. Si las direcciones son opuestas y las fuerzas desiguales cada uno de los elaterios es igual, 1.º al movimiento perdido en el primer instante del choque por la destruccion de fuerzas iguales; 2.º al movimiento comunicado en el segundo instante por el mas fuerte en virtud del exceso de su fuerza sobre la del mas débil.

94. Resulta de estos principios, que si dos cuerpos elásticos iguales ó desiguales en masa vienen á chocarse con velocidades propias iguales ó diferentes, se separan despues del choque y su velocidad respectiva es la misma que antes del choque.

Porque si los dos cuerpos no fueran elásticos ó se detendrian mutuamente ó marcharian juntos; la fuerza elástica aumenta la velocidad del choque, y disminuye la del chocante, asi la fuerza elástica de los cuerpos ó la fuerza de restitucion produce su separacion despues del choque, y da origen á su velocidad respectiva, cuando esta antes del choque produce la fuerza de compresion; y como la fuerza de compresion produce la de restitucion, se sigue que la velocidad respectiva es la misma antes y despues del choque.

Segundo esperimento. Póngase una esfera de marfil A suspendida del estremo de uno de los hilos de la máquina de *Mariotte*, en reposo, y otra B igual á la primera en masa, hágase bajar por un arco de seis grados y que venga por consiguiente á chocar contra la esfera A con una fuerza como 6. Despues del choque la esfera chocante queda-

rá en quietud en el lugar del contacto, y la chocada corre un arco de seis grados por la parte opuesta; de que resulta que el cuerpo chocado ha recibido una velocidad igual á la del cuerpo chocante.

Por la suposicion la esfera B va á dar contra la A que está en quietud, y que le es igual en masa, con una fuerza como 6, y debe comunicarle una fuerza como 3. Si estas no fuesen elásticas marcharian juntas con una misma fuerza, y de consiguiente con una velocidad como 3. Veamos como la elasticidad modifica esta ley. El elaterio hácia atras del cuerpo chocado es destruido por el elaterio hácia adelante del cuerpo chocante á causa de su igualdad y oposicion; resta pues en el cuerpo chocado el movimiento comunicado, que es como 3, y el elaterio hácia adelante que iguala al movimiento comunicado.

Debe pues el cuerpo chocado moverse con una fuerza como 6: fuerza como 6 sobre una masa como 1 produce una velocidad como 6; por lo que el cuerpo chocado debe moverse con toda la velocidad del chocante. El elaterio hácia adelante del cuerpo chocante se ha empleado en destruir el elaterio hácia atras del chocado, y asi resta en el chocante el movimiento residuo, y el elaterio hácia atras, que se destruye por razon de su igualdad y oposicion; de que se ve que el cuerpo chocante debe quedar en reposo.

Tercer esperimento. Despues de haber dispuesto en la misma línea una fila de bolas elásticas contiguas entre sí é iguales en masa si se levanta la primera A por un arco de seis grados, y elevada se abandona á sí misma hiere á la esfera B, quedando todas en reposo á excepcion de la última que se aparta de la fila, y corre un arco semejante al que la primera habia corrido antes del choque.

La esfera A mide antes del choque un arco de seis grados; por consiguiente hiere á la B, que le es igual en masa con una fuerza como 6 y el movimiento comunicado es 3. Sentado esto, el elaterio hácia atras de la bola B es destruido por el elaterio hácia adelante de A; resta pues á la esfera B el movimiento comunicado $= 3$, y el elaterio hácia adelante $= 3$: asi la esfera B hiere á la C que le es igual en masa con una fuerza como 6. El movimiento comunicado á la esfera C es pues como 3. El elaterio hácia atras de esta esfera es destruido por el elaterio hácia adelante de la B, con que resta á aquella el elaterio hácia adelante $= 3$, y el movimiento comunicado $= 3$: la tercera esfera C debe tambien herir á la cuarta con una fuerza como 6. De aqui se ve que la esfera chocante debe siempre quedar en quietud despues del choque, pues que destruyéndose su elaterio hácia adelante por el elaterio hácia atras de la bola chocada, hállase siempre entre dos fuerzas iguales y opuestas tales como el movimiento residuo, y su elaterio hácia atras.

Cuarto esperimento. Sea una esfera de marfil en quietud, y otra de la misma materia que tenga una masa doble que baje por un arco

de seis grados, y choque por consiguiente á la que está en quietud despues de haber adquirido una velocidad como 6. Despues del choque la esfera chocada corre un arco de ocho grados hácia á la parte opuesta, y la chocante corre en el mismo sentido un arco de dos grados.

Por la suposicion la esfera chocante tiene una masa como 2, y velocidad como 6, pues que corre antes del choque un arco de seis grados, y asi choca á la esfera en quietud y como 1 con una fuerza como 12, por lo que le comunica una fuerza como 4. De aqui se ve que se ha comunicado á la esfera chocada un movimiento = 4, elaterio hácia adelante = 4, y elaterio hácia atras = 4. El elaterio hácia atras es destruido por el elaterio hácia adelante del cuerpo chocante por ser iguales, opuestos, y que obran el uno contra el otro por el punto de contacto: por consiguiente no hay efectivo en el cuerpo chocado mas que el elaterio hácia adelante = 4, y el movimiento comunicado = 4, por lo que el cuerpo chocado debe moverse con una fuerza como 8. Fuerza como 8 produce sobre una masa como 1 velocidad como 8: debe pues la esfera chocada correr un arco de ocho grados. En el cuerpo chocante no haciendo mérito del elaterio hácia adelante que es destruido, no se puede considerar mas que el movimiento residuo, que es como 8, y el elaterio hácia atras que es como 4. Estas dos fuerzas son opuestas, y en consecuencia la esfera no puede moverse sino con la diferencia de estas dos fuerzas, esto es con una fuerza como 4, siguiendo la direccion del movimiento residuo. Fuerza como 4 produce velocidad como 2 sobre una masa como 2; de que se sigue que la esfera chocante debe correr un arco de dos grados.

95. Hasta ahora se ha supuesto la esfera chocada en quietud ó movida con menor velocidad y segun la direccion de la chocante. Supóngase ahora que las dos esferas se mueven antes del choque segun direcciones opuestas, y haremos aplicacion de los principios espuestos á ejemplos de esta especie.

Quinto esperimento. Háganse caer dos esferas iguales en masa una contra otra, y cada una por un arco de seis grados: las dos esferas se separan despues del choque, y remontan cada una por su lado un arco de seis grados.

Por la suposicion las dos esferas tienen una misma masa y una misma velocidad; caen pues con fuerzas iguales que se destruyen. El choque pone en accion dos elaterios en cada esfera, de los que cada uno es igual al movimiento perdido 6. A mas de esto los elaterios hácia adelante se destruyen, no quedan pues mas que los elaterios hácia atras que hacen remontar las esferas á seis grados cada una por la parte de que han descendido.

96. Si las dos esferas en lugar de chocarse inmediatamente dan contra una tercera esfera de marfil en quietud, resulta el mismo fenómeno porque sus elaterios hácia adelante son destruidos por los de

la esfera en quietud, y sus elaterios hácia atras las hacen remontar al mismo punto de que han bajado. En fin sucederia lo mismo si las esferas chocantes fuesen cuerpos duros, el impulso que las haria remontar en este caso seria el doble elaterio de la esfera de marfil. Poco importa que la esfera elástica haya sido comprimida por el choque ó por otro medio, pues que siempre apartará de la misma manera los dos obstáculos desde el momento que pueda rehacerse. Asi es como se esplica el efecto de los resortes en las máquinas. Un resorte está por un estremo prendido de un punto fijo y del otro de un cuerpo móvil á que tiende el resorte y por donde se le deja obrar. Es claro que estos dos elaterios obrarán igualmente contra el punto fijo y el cuerpo móvil; el primero destruirá la accion que ejerce sobre él, y solo el segundo será arrojado con una fuerza igual á la intensidad del resorte.

Esplícase de la misma manera el retroceso de las armas de fuego. La recámara de un cañon contiene una cantidad de pólvora que está encerrada por una bala que se supone exactamente del mismo calibre de la pieza. Al pegar fuego en la pólvora, parte de ella se convierte en fluidos elásticos que ejercen su resorte contra la bala y la arrojan á una grande distancia. Segun lo que se ha establecido la accion de la pólvora inflamada es la misma sobre el cañon que sobre la bala; debe pues haber un retroceso, pero mucho menor que el de la bala, porque la masa del cañon es mucho mayor, y los obstáculos que impiden su movimiento son tambien mucho mas considerables. Se aumenta el alcance de la bala, aumentando hasta á un cierto punto la longitud del cañon, porque en este caso se inflama mayor cantidad de pólvora durante el movimiento de la bala, en lo interior de la pieza, la que acelera su movimiento. Es claro que esta misma causa aumenta tambien el retroceso.

Los ejemplos que preceden son mas que suficientes para familiarizar á cualquiera en el método que se ha conseguido: serian menester muchos mas para deducir de la esperiencia la esplicacion de todos los fenómenos que comprende el choque de los cuerpos elásticos. La nota que sigue encierra una fórmula que los comprenderá todos.

NOTA.

Sean dos cuerpos elásticos A y B, cuyas masas son M, m y las velocidades V, v, sus fuerzas serán MV, mv; si se suponen destituidos de resorte su velocidad comun despues del choque será $\frac{MV \pm mv}{M+m}$, y sus cantidades de movimiento en la direccion del de A, serán $\frac{MV \pm mv}{M+m} \times M$, y $\frac{MV \pm mv}{M+m} \times m$. Síguese de aqui que el movimiento

perdido, siempre en el mismo sentido, por el cuerpo A, es

$MV - \frac{MV \pm mv}{M+m} . M = M \times \frac{mV \pm mv}{M+m}$, que es igual á cada uno de los

elaterios de los dos cuerpos. El elaterio hácia adelante del cuerpo chocante siendo destruido por el elaterio hácia atras del cuerpo chocado, el primero no tiene mas que su movimiento residuo disminuido de su elaterio hácia atras, es decir una fuerza igual á

$$M \times \frac{MV \pm mv}{M+m} - M \times \frac{mV \mp mv}{M+m} = M \times \frac{MV \pm 2mv - mV}{M+m}$$

de que se sigue que si espresamos con x la velocidad del cuerpo A despues del choque, segun la direccion que tenia antes, se tendrá

$$x = \frac{MV + 2mv - mV}{M+m} = \frac{(M-m)V \pm 2mv}{M+m}.$$

Represéntese por y la velocidad de B despues del choque, la fuerza que impele á este cuerpo es igual al movimiento adquirido $\frac{MV \pm mv}{M+m} \times m$, mas el elaterio hácia adelante $\frac{mV \mp mv}{M+m}$. Se tendrá pues por esta fuerza $m \times \frac{2MV \pm mv \mp Mv}{M+m}$; de que se sigue que

$$y = \frac{2MV \pm mv \mp MV}{M+m} = \frac{2MV \mp (M-m)v}{M+m}.$$

Se deducirán de esta fórmula muchos resultados importantes, que servirán para generalizar los esperimentos de que se ha tratado en este artículo.

Si el cuerpo B está en quietud, $v=o$ se tendrá solamente

$$x = \frac{(M-m)V}{M+m}, \quad y = \frac{2MV}{M+m}$$

El valor de y siendo siempre positivo es claro que B se dirigirá segun la direccion de A. En cuanto á la velocidad de A depende de la relacion de M á m; asi pueden suceder tres casos: 1.º $M > m$, el valor de x es positivo, lo que indica que los dos cuerpos llevan la misma direccion. 2.º $M=m$, en este caso se tiene $x=o$, $y=V$; de que se sigue que el cuerpo chocante queda en quietud y da toda su velocidad al cuerpo chocado. 3.º $M < m$, lo que da x negativo, y de consiguiente el cuerpo A vuelve atras.

Si los dos cuerpos se mueven segun una misma direccion es menester tomar los signos superiores, y por la sola inspeccion de la fórmula se ve: 1.º que el cuerpo chocado se mueve con mayor velocidad despues del choque; 2.º que el cuerpo chocante queda en quietud, con-

tinúa su movimiento segun la misma direccion ó bien vuelve atras segun que $MV + 2mv$ es igual, mayor ó menor que mV. Hay aqui un caso digno de notarse, y es que cuando las masas son iguales, la suposicion de $M = m$ da $x = \frac{2mv}{2m} = v$, $y = \frac{2MV}{2M} = V$: lo que da á conocer que los dos cuerpos cambian sus velocidades y continuan despues á moverse segun la misma direccion.

Si los dos cuerpos vienen al encuentro el uno del otro, se toman los signos inferiores. Suponiendo las masas y velocidades iguales, se tiene $x = -V$, $y = +v$: por consiguiente los dos cuerpos vuelven á su lugar con la velocidad que tenian antes del choque. Sucede lo mismo siempre que $MV = mv$; porque en esta hipótesis

$x = \frac{-mV - mv}{M + m} = -V$, é $y = \frac{MV + Mv}{M + m} = +v$. En cuanto á la direccion del movimiento de dos cuerpos en todos los demas casos está determinada por los signos de los valores de x y de y.

(*) Débese al Sr. *Armet* socio recomendable de la academia de ciencias naturales y artes de Barcelona, la invencion de un aparato para demostrar los elaterios, y efectos del choque de los cuerpos elásticos muy preferible al de *Mariotte*, y que sorprende para decirlo asi los elaterios en medio de su actuacion fijándolos, y presentándolos como graduados á la vista del observador. Esto fue el asunto de una memoria que dividida en dos partes leyó en la academia á principios del año 1821, en la primera hace algunas observaciones acerca la inexactitud del antigo aparato é insuficientes demostraciones que con él se obtienen; en la segunda describe, y fija los esperimentos con el aparato de su invencion: esta parte es la que pongo al pie de la letra, acompañándola con una lámina suplementaria.

PARTE SEGUNDA.

Esperimento primero con las nuevas máquinas.

(Fig. 1ª. Sup.) Para determinar la direccion y cantidad de los elaterios en el primer instante del choque, constrúyese una máquina en esta forma, sea *a*, *d*, *b*, *c* un círculo elástico que tenga en los puntos *a* y *b*, diametralmente opuestos, unas rendijas para pasar libremente el liston *x*, *z*; y en los puntos *d* y *c*, unas charnelas para sujetar en ellas las planchitas dentadas *n c* y *d o*, las cuales desdel liston á sus estremos *n* y *o* tendrán los dientes inclinados á dichos estremos, y del liston á las charnelas los tendrán inclinados á ellas, quedando un poco de espacio sin dientes en la separacion de las dos inclinaciones, que es enci-

ma del liston. En los puntos *h*, *y* se afirmarán dos muelles, uno en cada punto, que ejercerán su fuerza sobre las planchitas dentadas, cada una á la de su parte sobre el espacio que no hay dientes, sujetándoles de modo que no vayan hácia *d* ni hácia *c*, sí solo arriba y abajo.

Dispuesta asi esta máquina, y puesta libremente sobre una mesa, si con un martillo se le da un golpe en *c*, este punto en el primer instante se acercará á *e*, y como no pueda acercarse á *e* sin que los puntos *a* y *b* se aparten entre sí, y estos no pueden apartarse sin que *d* se acerque á *e*, resulta, que el círculo en el primer instante, tomará una figura elíptica como la de puntos, y por medio de los dientes, quedará detenido en esta figura, pues no podrá rehacerse para volver á su primitivo estado, y quedarán demarcados los elaterios, pues el que haya sido mayor habrá pasado mas dientes hácia la otra parte del muelle, y á mas se verá que los dos han sido acercándose al centro.

En este esperimento, se ve claramente que el círculo en el primer instante del choque con el martillo, tiene cuatro elaterios, uno en cada cuadrante, esto es, los dos cuadrantes opuestos *p d k*, y *t c s* se han acercado al centro, y los otros dos *p a t*, y *k b s* se han alejado de él.

Si todo esto no se verificase en el primer instante, es claro que en el primer instante el punto *d* se habria apartado del centro, pero en este caso se habria detenido por medio de los dientes esternos, lo que no sucede, luego etc.

Esperimento segundo. (Fig. 2.ª Sup.) Para probar la direccion de los elaterios en el segundo instante, constrúyese otro círculo elástico que tenga una charnela en *d*, y una rendija en *m* para poder pasar libremente la planchita dentada *d c*, la cual se sujetará en la charnela *d*, y póngase el muelle *e n* firme por el estremo *e* y que ejerza su fuerza sobre la planchita dentada, la cual será dentada solamente de la parte esterna del círculo, esto es, el pedazo *b c*, y sus dientes inclinados hácia su estremo *c*.

Dispuesta asi esta máquina, si se le da un golpe en el punto *a*, en el primer instante sucederá lo que hemos visto en la otra figura, pero como la planchita no tiene dientes en la parte interna, no podrá detenerse en aquel estado, y en el segundo instante al querer rehacerse, pasará los límites de su natural estado y quedará detenida por los dientes de la planchita, formando la figura elíptica que demarcan los puntos, opuesta del todo á la otra; pues lo que en la una es diámetro mayor, es en la otra menor, y viceversa.

En estos dos cuerpos, hemos visto que los elaterios en los puntos opuestos, son tambien opuestos entre sí, esto es, que cuando el uno es hácia delante, el otro es hácia tras; cuando el uno á la derecha el otro á la izquierda; pero esto no es general en todos los cuerpos, pues segun sea su figura, serán los elaterios hácia una misma parte ó á partes opuestas, como lo prueba el siguiente:

Esperimento tercero. (Fig. 3.ª Sup.) Constrúyese una máquina elástica, parecida á una lúnula, como se demuestra en la dicha figura, la cual debe tener dos charnelas, una en el punto *b*, y otra en el punto *c* para sujetar las dos planchitas dentadas *b f* y *c g*, de las cuales la *b f* tendrá el recodo *x z o l* para que no impida el movimiento al arco *s c h*, y ambas tendrán los dientes de la parte esterna del liston inclinados á sus estremos *f* y *g*, y los de la parte interna inclinados á las charnelas *b* y *c*; en *s* y en *h* habrá una rendija para poder pasar libremente el liston *d e*, el cual llevará dos muelles, el uno afiansado en *n*, y el otro en *v*, los cuales ejercerán su fuerza sobre las planchitas dentadas, cada uno á la de su parte sin impedir la otra.

Dispuesta asi esta máquina, si se le da con un martillo un golpe en *a*, este punto en el primer instante se acercará al liston, pero este punto no puede acercarse al liston sin que los puntos *s* y *h* se acerquen á sus estremos *d* y *e*, y estos no pueden marchar hácia los estremos de la regla sin que el punto *c* del arco menor se acerque al liston, como lo demuestra la figura de puntos; y quedará demostrado y verificado con el esperimento, pues el cuerpo no podrá volver á su primer estado á causa de los dientes, y permanecerá en esta figura. Luego en este cuerpo hay tambien cuatro elaterios, los dos en la misma direccion, y los otros dos en direcciones contrarias, esto es, los puntos *a* y *c* se han acercado á la regla, por lo tanto estos dos elaterios son hácia delante; y los puntos *s* y *r* se han apartado entre sí, por lo tanto sus elaterios son uno á derecha y otro á izquierda.

Esperimento cuarto. (Fig. 4.ª Sup.) Determinase la direccion de los elaterios de dos cuerpos que puesto el uno en movimiento va á chocar contra otro que está en quietud, y se observa en cual de ellos es mayor ó menor el elaterio del modo siguiente. Para esto, constrúyese una máquina en esta forma; en medio de la cruz que sirve de pie á la máquina, afiánzanse los dos palos *c d* y *a e* de longitud arbitraria, unidos por sus estremos al travesaño *d e* y distantes entre sí dos pulgadas; en medio de este travesaño se afiánza el liston *m n*, cuya longitud será un poco mas que el diámetro de uno de los cuerpos circulares *x ó z*, y se pondrán en sus estremos los ganchitos *q*, *p* distantes entre sí el dicho diámetro para colgar en ellos dichos dos cuerpos *x y z*; en medio de la parte inferior del travesaño *d e*, habrá otro ganchito destinado al mismo uso. En la tercera parte de la altura de los palos, pónganse los travesaño *f l* y *g r* trabados por sus estremos y distantes entre sí lo mismo que los palos, y su longitud capaz de sostener los arcos de alambre *f o u l*, *g s k r*, entre los cuales han de correr los círculos *x*, *z* los cuales serán elásticos como los demas, y cada uno tendrá una planchita dentada en su parte interior, y sujeta á la charnela que tendrán en la parte interior en el punto de contacto de los dos.

Dispuesta asi esta máquina y colgados los dos cuerpos en medio del

travesaño, si se levanta el uno z hasta r y se deja marchar libremente, chocará con el otro x que está en quietud pendiente en medio de los palos, y marcharán los dos juntos como si fueren cuerpos blandos, porque á causa de los dientes de las planchitas permanecerán conprimidos sin poderse rehacer, y por lo tanto no se habrán impelido. Permaneciendo comprimidos se podrá ver cual ha tenido mayor compresion, ó si la han tenido igual. Si en lugar de estos cuerpos se colocan otros sin la planchita dentada, obrará libremente la elasticidad y resultará lo siguiente: Si se cuelgan en los ganchitos de los estremos y se levanta el uno hasta r dejándole marchar libremente á chocar con el otro en quietud, lo desalojará quedándose él en quietud y marchando el chocado con la velocidad que vino el chocante. Si se cuelgan en el ganchito del medio; y se levanta el uno hasta r, y se deja marchar libremente á chocar con el otro en quietud, lo desalojará tambien, pero el chocante no permanecerá mas que un solo instante en el estado de quietud, á causa de estar fuera de la vertical al tiempo del choque, y marchará tras el otro con la nueva velocidad que habrá adquirido al buscar la vertical, que será menor que la que tenia antes del choque y con la cual marchó el chocado.

CAPÍTULO II.

DEL MOVIMIENTO COMPUESTO.

Hasta aqui no se ha tratado mas que del movimiento simple, es decir, del que es efectuado por un solo impulso. Vamos ahora á ocuparnos del movimiento compuesto, esto es, del que nace de muchas fuerzas que obran á un tiempo sobre un mismo cuerpo.

El movimiento compuesto está sujeto á determinadas leyes, cuya esposicion exige la naturaleza de esta obra.

Primera ley.

97. *Si dos fuerzas cualesquiera obran simultaneamente sobre un mismo cuerpo y segun la misma direccion, engendran una fuerza compuesta que es igual en intensidad y direccion á la suma de las fuerzas componentes. A esta fuerza compuesta, ó á la linea que la representa se le da el nombre de derivada.*

Segunda ley.

98. *Si dos fuerzas iguales y diametralmente opuestas obran juntas sobre un mismo cuerpo, la derivada es nula, y de consiguiente el cuer-*

po debe quedar en quietud. Si las fuerzas son desiguales el cuerpo debe moverse con la diferencia que hay entre ellas, y segun la direccion de la mayor.

Tercera ley.

99. *Si dos fuerzas cualesquiera obran juntas sobre un mismo cuerpo y en direcciones angulares, la derivada es igual en magnitud y direccion á la diagonal del paralelógramo construido sobre la direccion de las fuerzas.*

Los físicos se han esmerado en establecer por esperimentos estas tres leyes de la naturaleza.

La primera se hace visible con el auxilio de la máquina de *Mariotte*, cuando de tres bolas de arcilla iguales en masa la una está en quietud, mientras que las otras levantadas por el mismo lado á diferentes alturas van á chocarla directamente.

Se manifiesta la existencia de la segunda ley, cuando en la misma máquina se abandonan en el mismo instante á la accion de la pesadez dos esferas de arcilla iguales en masa y elevadas á la misma altura en direcciones opuestas.

En fin la tercera ley se demuestra, si se da con dos martillos bajo diferentes ángulos á una esfera de marfil suspendida en el aire ó puesta sobre un tapete: se ve que describe siempre la diagonal, salvas las inexactitudes que dependen de la resistencia del aire y de la del roce.

Pero es menester confesar que estas pruebas esperimentales no son muy satisfactorias, y aqui es donde el físico ve la necesidad de valerse del socorro de la geometría para establecer principios, de que depende la esplicacion de un grande número de fenómenos que suponen conocimientos en ella. Se hallará en la nota que termina este capítulo una demostracion rigurosa de las leyes del movimiento compuesto.

100. Si se observa atentamente la naturaleza, es fácil ver que cuando los pescados, las aves quieren adelantar, su movimiento es siempre precedido de dos golpes de cola fuertemente batidos en sentido contrario. El cuerpo toma un movimiento compuesto de estos dos impulsos y no va ni á derecha ni á izquierda, sino en una direccion media entre una y otra.

101. La práctica ha enseñado al marinero que quiere atravesar un rio, que debe subir oblicuamente y subir tanto mas cuanto su corriente es mas rápida. Obrando de esta manera su barquilla participa del movimiento que le imprime oblicuamente á la direccion del agua y del que le comunica la corriente, y asi llega al punto prefijado pareciendo que no se dirigia á él.

102. En el principio de la composicion de las fuerzas se funda el mecanismo de todos los vuelos oblicuos, de que los grandes espectáculos nos ofrecen ejemplos cada dia.

103. Un hueso de cereza comprimido oblicuamente entre los dedos, escapa con velocidad, y va con movimento compuesto á dar al punto á que se le dirige.

104. Lo que se echa por la puertecilla de un coche en movimiento, ó sobre la ribera cuando se va embarcado llevado por la corriente, no da jamas al punto á que uno se ha propuesto, si solo se atiende á la mera impulsion de la mano. A mas de esta es menester atender al movimiento del coche, ó de la barquilla, que es comun al móvil y á la mano: asi cuando se salta fuera de un coche ó barquilla en movimiento se ha de contar que se caerá mas abajo del punto que viene en frente, en el instante en que uno se arroja.

NOTA.

Cuando muchas fuerzas se aplican á un punto físico, este punto ó queda quieto ó se pone en movimiento: en este último caso como no puede seguir varias direcciones á un tiempo, debe necesariamente moverse por una sola direccion, de la misma manera que si fuera impelido en este sentido por una fuerza determinada; esta fuerza única obrando sobre el punto de aplicacion, que se nombra *derivada*, es como todo el sistema.

Dos fuerzas aplicadas en dos puntos diferentes tienen una derivada siempre que sus direcciones prolongadas se cortan en un punto. Porque se puede tomar por punto de aplicacion de una fuerza uno cualquiera de los de su direccion; y asi las dos fuerzas pueden ser consideradas como aplicadas en el punto de concurso, y por consiguiente tienen una derivada: pero si las dos fuerzas que impelen á un cuerpo no estuvieren situadas en un mismo plano, no podrian considerarse como destinadas á mover el mismo punto, y de consiguiente no tendrian una sola derivada. De aqui se ve que muchas veces no se puede hallar la derivada de varias fuerzas propuestas: el problema de la composicion de las fuerzas consiste en hallarla todas las veces que sea posible.

Las fuerzas siendo cantidades susceptibles de aumento y disminucion pueden representarse por números ó por líneas; aqui se designarán por una parte de su direccion.

Dos fuerzas que obren por una misma línea recta y en una misma direccion equivalen á una sola fuerza igual á su suma, porque dirigiéndose las dos á producir el mismo efecto deben añadirse la una á la otra.

Dos fuerzas iguales que obren en una misma línea, pero en direcciones opuestas se destruyen de manera que el punto de su aplicacion queda en quietud; porque este punto no puede obedecer á una de ellas con preferencia á otra.

Síguese de aqui que si se aplica una fuerza igual y directamente opuesta á la derivada de un sistema de fuerzas, se establecerá equili-

brio; pues que la derivada que sola equivale á todas las fuerzas se halla destruida.

Si dos fuerzas desiguales están directamente opuestas, la mayor podrá descomponerse en otras dos; la una igual á la menor y la otra igual á la diferencia que hay entre las dos; pero la primera es destruida por la menor: por consiguiente el punto de aplicacion será movido segun la direccion de la mayor, y con la diferencia que hay entre las dos.

Cuando dos fuerzas se aplican á un punto segun direcciones angulares, su derivada se halla en el plano de las dos fuerzas; porque no hay motivo para que el punto de aplicacion se escape del plano mas bien hácia á una parte que á otra. A mas de esto la derivada está comprendida en el ángulo de las dos fuerzas; porque el punto de aplicacion no puede moverse ni por el espacio que está encima de una ni por el que está debajo de otra de las fuerzas, por consiguiente no puede moverse sino entre ellas. En cuanto á la exacta direccion de la derivada no se puede determinar á *priori* mas que en un solo caso, esto es en aquel en que las dos fuerzas son iguales, pues en este debe dividir en dos ángulos iguales al de las componentes; porque si el punto de aplicacion pudiese moverse en otra direccion diferente de la que se le señala, podria concebirse en un lado de la línea que divide en dos partes iguales al ángulo de las fuerzas, una línea puesta con relacion á las dos fuerzas, de la misma manera que la derivada, y seria tambien la derivada de las dos fuerzas: de que se sigue que el punto de aplicacion podria moverse por dos direcciones diferentes, lo que es absurdo.

Busquemos entre tanto la derivada de dos fuerzas situadas en el mismo plano: hay dos casos que considerar, uno en que las fuerzas son paralelas, y otro en que son oblicuas. Puede empezarse por la resolucion del uno, y deducir de él la solucion del otro. El primero que nos ocupará será aquel en que las fuerzas son paralelas.

Sean P, y Q (fig. 4) dos fuerzas paralelas aplicadas á los puntos A y B de la línea recta AB; prolónguese esta línea por uno y otro estremo, y supónganse aplicadas en A, y en B dos fuerzas M, N iguales y directamente opuestas; estas se destruirán, y de consiguiente no mudarán la derivada del sistema. Las dos fuerzas M y P tienen una derivada S situada en el ángulo MAP; las fuerzas Q y N tienen asi mismo una derivada T en el ángulo NBQ; á mas de esto las dos fuerzas S y T no son paralelas: por lo que si se prolongan se encontrarán en el punto D. Tírese por este punto M′N′ paralela á MN, y DQ′ paralela á las direcciones de las fuerzas P y Q. Los ángulos SDQ′, SDM′ son iguales á los ángulos SAP, SAM, como á correspondientes; por consiguiente la fuerza S aplicada en D puede descomponerse en otras dos M′,P′ dirigidas segun DM′, DQ′ é iguales á las fuerzas M y P. Por la misma razon la fuerza T aplicada al punto D puede descompo-

nerse en otras dos N′, Q′ iguales á N y Q, dirigidas segun DN′, DQ′. Las fuerzas M′, N′, se destruyen por ser iguales, y directamente opuestas; por lo que todo el sistema se reduce á dos fuerzas P′, Q′, que son iguales á P y Q ó á la fuerza P+Q, dirigidas segun DQ′; de que se sigue que la derivada de dos fuerzas paralelas es igual á su suma, y que su direccion es paralela á las componentes, y situada entre ellas.

Si las dos fuerzas P,Q (fig. 4) son iguales, tómense las dos fuerzas arbitrarias M,N iguales á las componentes; la derivada S de dos fuerzas iguales M,P divide en dos partes iguales al ángulo MAP; pero ADC=SAP como á correspondientes, y DAC=SAM como opuestos al vértice: luego el ángulo DAC=ADC, y el triángulo CAD es isóceles, de manera que AC=CD. De la misma manera las fuerzas N y Q siendo iguales, los ángulos QBT, TBN lo son tambien, y se demostraria facilmente que CD=CB, y asi AC=CB, es decir que la derivada de dos fuerzas paralelas iguales encuentra la recta de aplicacion en un punto igualmente distante de las direcciones de las dos fuerzas.

Síguese de esto que se puede siempre descomponer una fuerza en muchas otras que sean paralelas con tal que sean de dos en dos iguales y á la misma distancia de la fuerza propuesta, y que su suma sea igual á esta fuerza. Digo pues que la derivada de dos fuerzas paralelas parte su recta de aplicacion en partes recíprocamente proporcionales á las fuerzas.

Supóngase que las fuerzas P,Q (fig. 5.) sean comensurables, pártase AB por el punto H en partes que les sean directamente proporcionales es decir tales que P:Q :: AH : BH; prolónguese á mas de esto la línea AB por uno y otro estremo, y tómese AG=AH, y BI=BH. Las líneas AH, BH proporcionales á las fuerzas P.Q son comensurables, por lo que las líneas dobles GH, HI lo son tambien; y de consiguiente se puede partir la línea GI en partes tales que GH, y HI contengaan cada una un número entero de ellas. En lugar de cada una de las partes de que se compone GH, supongamos aplicadas fuerzas iguales paralelas á AP, cuya suma sea P, en este caso producirán el mismo esfuerzo que P; de la misma manera substitúyanse á la fuerza Q otras fuerzas iguales y paralelas á BQ, aplicadas en medio de diferentes divisiones de la línea HI, y cuya suma sea igual á Q: la fuerza aplicada en medio de cada division de GH es igual á P dividida por el número de partes contenidas en esta línea: la fuerza aplicada en medio de cada division de HI es igual á Q dividida por el número de partes contenidas en HI; y de consiguiente la primera fuerza es á la segunda como

$\frac{P}{GH} : \frac{Q}{HI}$, ó como $\frac{P}{AH} : \frac{Q}{BH}$; pero estas dos últimas cantidades son

iguales; luego será lo mismo de todas las fuerzas tomadas de la parti-

cion de la línea GI. Á mas de esto es evidente que todas estas fuerzas estan de dos en dos á igual distancia del medio de GI, asi su derivada pasa por este punto. Sea C el punto medio de la línea GI, por el que debe pasar la derivada, se tendrá $CG = \frac{1}{2} GI = AB$, y quitando de una y otra parte la porcion comun AC, queda $BC = AG = AH$; de la misma manera $CI = AB$, y quitando BC de los dos miembros se tiene $AC = BI = BH$; pero por construccion $P : Q :: AH : BH$, luego tambien $p : Q :: BC : AC$: por lo que se ve que la derivada de dos fuerzas paralelas comensurables parte la recta de aplicacion en partes recíprocamente proporcionales á estas fuerzas.

Supongamos ahora que las fuerzas P y Q (fig. 6) sean incómensurables, y tómese el punto C tal que $P : Q :: BC : AC$; este será el punto de aplicacion de la derivada, porque si esto no tiene lugar pasará por uno ú otro lado de este punto: supóngase por un instante que pasa por G entre los puntos C y A. Pártase AB en partes bastante pequeñas para que pueda haber un punto de division I entre G y C; las líneas AI; IB son comensurables; por consiguiente si se supone una fuerza Q' aplicada en B segun la direccion BQ, y tal que $P : Q' :: BI : AI$, la derivada de las fuerzas P' y Q' pasará por el punto I. Siendo menor la razon de AI á IB, que la de AC á BC, se sigue que Q' es menor que Q; asi en lugar de Q se pueden sustituir dos fuerzas, la una igual á Q', y la otra á $Q - Q'$: la derivada de P y de Q' pasa por el punto I, y es paralela á BQ; no queda pues mas que componer esta fuerza en $Q - Q'$; su derivada que es tambien la de las fuerzas P y Q pasará entre el punto I, el punto B; lo que es absurdo, porque su punto de aplicacion está en G; por lo que la derivada de las fuerzas propuestas no puede pasar entre C y B; luego pasa por el punto C, y por consiguiente lo arriba espuesto tiene aun lugar cuando las fuerzas son incomensurables.

Despues de haber demostrado la composicion de las fuerzas paralelas, pasaremos á la de las fuerzas oblicuas, y supóngase desde luego que obran perpendicularmente la una á la otra.

Sean P y Q (fig. 7) las dos fuerzas ortogonales propuestas, y R la derivada cuya magnitud y direccion intentamos determinar. Se describe la línea $p'q'$ perpendicular á la direccion de la derivada, la que encuentra las direcciones de las componentes en D y B. La fuerza P aplicada en D puede descomponerse en otras dos p', p. La primera dirigida segun Dp', y la otra paralela á AR; de la misma manera Q se descompone en q, q'; la primera paralela á R, y la segunda dirigida segun Bq'. Las dos fuerzas opuestas p', q' deben destruirse para que la derivada del sistema sea paralela á las fuerzas q y q. No nos queda pues mas que considerar que estas dos fuerzas. Las dos fuerzas P y Q hacen con sus componentes los mismos ángulos que R hace con P y Q: por lo que la razon de estas dos fuerzas á sus componentes es la misma que la de R á P, y á Q; de manera que se tiene $p : P :: P : R$, y $q : Q ::$

Q : R, ó bien $p=\frac{P^2}{R}$, $q=\frac{Q^2}{R}$; pero la derivada R es igual á la suma de las fuerzas p y q; luego $R=\frac{P^2+Q^2}{R}$, ó $R^2=P^2+Q^2$. Esta ecuacion nos da á conocer la magnitud de la derivada. Para tener su posicion, se ve que la derivada R debe partir la línea de aplicacion BD en partes recíprocamente proporcionales á las dos fuerzas p, q; asi $p:q::$ BC : DC $::\overline{AB}^2:\overline{AD}^2$; y como $p:q::P^2:Q^2$ síguese que á $\overline{AB}^2:\overline{AD}^2::P^2:Q^2$, y tomando la raiz cuadrada de cada término AB : AD :: P : Q. El triángulo rectángulo ABD da $\frac{AB}{AD}=$ tang. ADB $=$ tang. RAQ; por consiguiente tang. RAQ $=\frac{P}{Q}$; lo que determina la posicion de la fuerza R.

Represéntense las fuerzas P, Q por las partes AF, AE de sus direcciones, y constrúyase sobre estas líneas el rectángulo AEGF cuya diagonal es AG. La tangente del ángulo GAE es $\frac{GE}{AE}=\frac{P}{Q}$, luego la diagonal del rectángulo se confunde con la fuerza R: ademas $\overline{AG}^2=\overline{GE}^2+\overline{AE}^2=P^2+Q=R^2$; por consiguiente la derivada de dos fuerzas perpendiculares es representada en magnitud y direccion por la diagonal del paralelógramo construido sobre las líneas que las representan.

Esto tiene lugar en dos fuerzas de direccion cualquiera P y Q (fig. 8); porque habiendo construido el paralelógramo PQ sobre las líneas AP, AQ que representan estas fuerzas, se tiran PC, QE perpendiculares á la diagonal AR, y se terminan los rectángulos BC, DE. La fuerza AP equivale á las dos fuerzas AB, AC, y la fuerza Q á las fuerzas AD, AE; pero de la igualdad de los triángulos ACP, REQ resulta que BA $=$ AD; como estas dos fuerzas son directamente opuestas se destruyen y no restan mas que AE y AC que obran en la misma direccion los mismos triángulos nos dan aun AC$=$ER: luego AC$+$AE $=$ R; y la derivada está representada por la diagonal del paralelógramo APRQ.

CAPÍTULO III.

DEL CHOQUE OBLICUO.

105. El choque oblicuo se verifica siempre que la direccion del movimiento de un cuerpo no pasa por el centro de gravedad del que encuentra. Todos los problemas que se pueden proponer acerca de este

objeto se resuelven por los principios espuestos al auxilio de una simple descomposicion de fuerzas.

106. Llámase ángulo de *incidencia* el que forma la línea de direccion del movimiento de un cuerpo que se aproxima á otro, con una perpendicular á este otro tirada por el punto en que se efectua el choque

107. Llámase ángulo de *reflexion* el que forma la direccion del movimiento de un cuerpo despues del choque con esta misma perpendicular.

108. Un cuerpo duro P (fig. 9) viene á dar oblicuamente contra un plano inmóvil FG segun la direccion P*a*. Veamos cual será su movimiento despues del choque.

Supongamos que la fuerza con que el cuerpo P choca contra el plano inmóvil sea representada por una parte P*a* de su direccion, y constrúyase el rectángulo PC*a*B, la fuerza P*a* se descompone en dos B*a* C*a*. La primera es destruida por el choque, la segunda no recibe por él alteracion alguna: la esfera una vez ha llegado en *a* debe por consiguiente continuar á moverse segun la direccion *a*E, de manera que el ángulo de reflexion es nulo.

109. Si el cuerpo P fuese elástico la fuerza B*a* que contribuye sola al choque será tambien destruida por la resistencia del plano; pero pondria en accion dos elaterios en el cuerpo chocante, el uno hácia adelante que seria destruido, y el otro hácia atras igual al movimiento perdido, cual por consiguiente tenderia á mover al cuerpo hácia B, con una fuerza *a*B. A mas de esto la fuerza C*a* paralela al plano no choca, y tiende á llevar el cuerpo hácia E con una fuerza *a*E. Por lo que el cuerpo P se moverá despues del choque con una fuerza representada en magnitud y direccion por la diagonal *ap* del rectángulo *a*E*p*B. Los triángulos rectángulos iguales P*a*B *pa*B dan P*a*=*pa* y el ángulo B*ap*=B*a*P; por consiguiente cuando un cuerpo elástico choca contra un plano resistente forma un ángulo de reflexion igual al de incidencia, y se mueve despues del choque con la misma velocidad que antes.

110. Si el cuerpo elástico cayera encima de una superficie curva, seria menester tirar un plano tangente al punto del choque, y el resultado seria el mismo. Este aviso es importante porque sirve de base á una parte de la óptica.

111. Supongamos ahora (fig. 10) que el cuerpo chocado sea móvil: P es un cuerpo que viene á dar contra otro Q de la misma masa, con la direccion y fuerza PA. Llegado ya en A el cuerpo P, tírese una línea BD, y fórmese el rectángulo PABC. La fuerza del cuerpo P se descompone en otras dos; la una BA que le hace chocar directamente contra el cuerpo Q, la otra CA que en nada contribuye al choque. Si los dos cuerpos estan privados de resorte, la fuerza BA se partirá igualmente entre ellos, marcharán hácia á *q* con una fuerza AD $=\frac{1}{2}$ AB. El cuerpo Q obedece á esta fuerza, pero P es á mas solicitado hácia E por la fuerza AE = CA: por consiguiente este se moverá con la direccion

y fuerza Ap, diagonal del rectángulo construido sobre AE y AD.

Si los dos cuerpos fueran elásticos, P cederia toda su fuerza AB al cuerpo Q, (véase el segundo esperimento del choque directo de cuerpos elásticos) el que se moveria con esta fuerza mientras el cuerpo P seria animado por la fuerza CA.

112. Cuando el cuerpo chocante es menor que el chocado retrocede despues del choque. Sea P (fig. 11) un cuerpo elástico que va á dar contra Q cuya masa es doble, con la fuerza y direccion PA; haciendo la misma construccion que se ha hecho anteriormente, es evidente que el cuerpo P es llevado hácia E en virtud de AE = CA, y que á mas choca contra el cuerpo Q con la fuerza BA. Esta fuerza se reparte desde luego proporcionalmente á las masas de manera que P conserva $\frac{1}{3}$ BA, y que Q adquiere $\frac{2}{3}$ BA; pero como estos cuerpos son elásticos es menester atender á sus elaterios; el cuerpo P retrocederá pues segun la direccion AB con una fuerza igual á un tércio BA, y Q adelantará segun Qq con una fuerza igual á $\frac{4}{3}$ BA. Combinando la fuerza AD con la AE se ve que el cuerpo P será movido por una fuerza igual á la diagonal Ap del rectángulo ApED.

CAPÍTULO IV.

DEL MOVIMIENTO CURVILÍNEO.

113. Un cuerpo puesto en movimiento no puede abandonar la direccion rectilínea, á no ser que le obligue á ello un nuevo impulso. Despues de este nuevo impulso el movimiento pasa á ser compuesto: de los dos sale un tercero que es tambien en línea recta: de que se sigue que un cuerpo no puede moverse en línea curva, si á cada instante no se le imprime un nuevo impulso. No se puede á la verdad reducir una curva á líneas rectas, á no ser que se la conciba dividida en partes infinitamente pequeñas. Por consiguiente el movimiento curvilíneo no es otra cosa que una serie no interrumpida de movimientos en líneas rectas que forman entre sí ángulos muy obtusos.

114. Si un cuerpo se halla impelido por una fuerza constante y uniforme á la que llamamos *fuerza proyectil*, y al mismo tiempo está continuamente impelido ó atraido hácia un mismo centro por una fuerza á que llamamos *fuerza central ó centrípeta*, describe una curva, en la que no hay punto en que no se esfuerce para apartarse de ella segun la direccion de la curvatura, esto es de la tangente de la curva.

1.° Sea un cuerpo impelido por la fuerza proyectil AB (fig. 12) é incitado continuamente por una fuerza dirigida hácia el centro C; este cuerpo no puede seguir ninguna de las direcciones de las fuerzas, sino que debe moverse segun la longitud de AF diagonal del paralelógramo

construido sobre sus direcciones; y sino recibiera algun otro impulso continuaria su movimiento segun la misma direccion; pero por la suposicion la fuerza central no deja de obrar: por consiguiente despues de haber corrido AE parte infinitamente pequeña de la diagonal AF, el cuerpo recibe un nuevo impulso segun la direccion EG, por lo que debe moverse en la direccion EG hasta que la fuerza central renueve su accion; y como esta fuerza da un nuevo impulso en cada instante infinitamente pequeño, resulta que el cuerpo debe describir una serie de diagonales infinitamente pequeñas AE, ED, DI, etc. inclinadas las unas á las otras, y que son de consiguiente los elementos de una curva.

2.º Si la fuerza central dejara de obrar, el cuerpo continuaria su movimiento en línea recta y segun la direccion de la tangente; porque el movimiento de un cuerpo es naturalmente rectilíneo, (n.º 74): de que se sigue que si el cuerpo describe una curva hace cada instante un esfuerzo para marchar por la tangente; cuyo esfuerzo es conocido con el nombre de *fuerza centrífuga.*

Esperimento. Imprímase un movimiento circular á una pieza que tenga en su centro un receptáculo lleno de agua, en cuyas partes leterales esten ajustados dos tubos de vidrio inclinados al horizonte y terminados en esfera por su estremidad superior. La esperiencia hace ver que el agua contenida en el receptáculo, y movida circularmente hace violentos esfuerzos para apartarse segun la prolongacion de la tangente, y que sus moléculas no pudiendo vencer el obstáculo que se les opone marchan impetuosamente del receptáculo por los tubos hasta á los globos que les terminan.

La naturaleza nos ofrece á cada paso fenómenos de este órden.

1.º Cuando se hace dar vueltas á una piedra puesta en una honda, esta se mueve en virtud de un doble impulso. Hállase al mismo tiempo impelida por la fuerza central que la atrae hácia la mano que puede mirarse como el centro del círculo descrito, al paso que hace continuamente esfuerzos para moverse á lo largo de la tangente; pues que al instante que se suelta el cabo de la honda, la piedra marcha por la tangente de la curva que antes describia.

2.º Las ruedas de coche rodando sobre un terreno cenagoso arrastran con su movimiento rápido varias materias, cuya adherencia á las ruedas es mucho menor que la fuerza centrífuga que las anima, por lo que pronto ceden al impulso de esta fuerza que las arroja segun la direccion de la tangente.

3.º Los soles que se presentan en los fuegos de artificio se hacen mucho mayores y mas hermosos por el movimiento de rotacion. La pólvora inflamada se esparce por todas partes por una infinidad de tangentes, y forma un plano mucho mas estendido de lo que seria si quemara sin rodar.

4.º La fuerza centrífuga que anima los cuerpos movidos circu-

larmente se ha empleado con ventaja en la construccion de muchas bombas, de fuelles de forja, de cribas inventadas para limpiar el trigo. El ventilador de *Desaquillers* destinado á renovar el aire del cuarto de un enfermo es tambien una ingeniosa y útil aplicacion de la fuerza centrífuga.

115. Cualquiera que sea la curva que un móvil describa, las areas descritas por su radio vector, es decir por la línea tirada del centro al punto de la curva en que se halla el cuerpo, son proporcionales á los tiempos; y recíprocamente si las areas descritas por el radio vector al rededor de algun punto fijo aumentan como los tiempos, la fuerza que incita al cuerpo se dirige constantemente hácia aquel punto.

1.º Si un móvil recibe un impulso en la direccion A*x* (fig. 13) y corre en el primer tiempo el espacio AB; en el segundo instante la fuerza central dirigida hácia al punto S le hará correr B*c* en un tiempo igual á aquel en que habria corrido BC = AB: el radio vector AS describirá pues en el primer instante ASB; y en un tiempo igual al primero describirá la area BS*c*. A mas de esto el triángulo ASB es igual en superficie al triángulo BS*c*; porque el triángulo ASB es igual en superficie al triángulo BCS por tener estos dos triángulos bases iguales AB, BC, y una altura comun AS; pero el triángulo BCS es igual en superficie al triángulo B*c*S á causa de la base comun BS y de C*c* paralela á BS: de consiguiente el triángulo ASB es igual en superficie al triángulo B*c*S, y asi las areas descritas por el radio vector de un cuerpo que describe una curba son proporcionales á los tiempos.

2.º Si las areas trazadas por el radio vector al rededor de un punto fijo aumentan como los tiempos, la fuerza que mueve al cuerpo es constantemente dirigida hácia á este punto: porque el triángulo BS*c* no es igual en superficie al triángulo ABS por otro motivo que porque C*c* es paralela al radio BS. A mas de esto por las leyes de movimiento compuesto, C*c* debe ser paralela á la direccion de la fuerza que obrando en B impele al cuerpo á describir la diagonal B*c*. Esta fuerza debe pues dirigirse segun el radio BS, y de consiguiente si las areas descritas por el radio vector al rededor de un punto fijo crecen como los tiempos, la fuerza que impele al cuerpo es constantemente dirigida hácia aquel punto.

116. Si un cuerpo es movido circularmente, la fuerza central, de la misma manera que la centrífuga, es igual al cuadrado del arco descrito dividido por el diámetro del círculo.

Sea el cuerpo AC (fig. 14) que se mueve en un círculo y que describe el arco infinitamente pequeño AB. AE es el diámetro del círculo y tirando desde el estremo E de este diámetro la línea EBD puede ser mirada como paralela á EA. AD es la tangente del arco AB, é IB es su seno. Puesto todo esto, la fuerza central del cuerpo A es medida por el seno verso AI del arco descrito, porque este seno señala la cantidad que el cuerpo ha descendido bajo la tangente AD. La fuer-

za centrífuga es espresada por BD, pues que esta línea manifiesta la cantidad que el cuerpo se habria apartado de la curva si solo hubiera obedecido al impulso de la fuerza proyectil AD; mas BD es igual á AI porque AE puede mirarse como paralela á DE, y AD es paralela á IB á mas el seno verso AI del arco AB es igual al cuadrado de este arco dividido por el diámetro: luego la fuerza centrípeta, y de consiguiente la centrífuga de un cuerpo movido circularmente es igual al cuadrado del arco descrito dividido por el diámetro del círculo.

117. Síguese de aqui que la fuerza centrífuga de un cuerpo movido circularmente es siempre igual á su fuerza centrípeta. A mas de esto estas dos fuerzas estan directamente opuestas; por lo que se destruyen en cada instante. Esta destruccion de fuerzas no engendra por esto la quietud, porque la fuerza aceleratriz da á cada instante un nuevo impulso, y la fuerza central que de aqui resulta se combina con la proyectil que es constante, para hacer renacer la fuerza centrífuga.

118. Hasta aqui hemos considerado bajo un aspecto general las fuerzas de los cuerpos que se mueven en líneas curvas: vamos ahora á compararlas entre sí, y esta comparacion nos revelará verdades interesantes.

Las velocidades de los cuerpos que circulan, sus masas y sus distancias al centro del movimiento son los solos datos á que es menester atender para valuar las fuerzas que impelen á estos cuerpos, y que pueden por consiguiente dar lugar á alguna diferencia sensible entre ellas. En su comparacion estas tres causas de diferencia fijarán esclusivamente nuestra atencion.

119. Llámase *tiempo periódico*, el tiempo que un móvil emplea para hacer en su curva una revolucion entera al rededor de su centro.

120. El tiempo periódico depende evidentemente de la velocidad del móvil, y es con relacion á dos cuerpos que se mueven con velocidades diferentes en una misma curva, en razon inversa de sus velocidades.

121. Si los tiempos periódicos son iguales y tambien las distancias del centro, las fuerzas centrífugas son proporcionales á las masas.

Para hacer sensible esta verdad hágase mover circularmente una pieza en cuyo centro vengan á parar varios tubos inclinados al horizonte, que encierren fluidos cuyos volúmenes iguales tengan peso diferente. La esperiencia hace ver que el fluido mas pesado se aleja con preferencia del centro, elevándose en el tubo á mayor altura que el fluido mas ligero. Si se introducen en estos tubos cuerpos sólidos con los fluidos, los sólidos mas ligeros que los fluidos se aproximan al centro, cuando sólidos mas pesados que los fluidos se alejan. Estos efectos dependen visiblemente de que los cuerpos que tienen mayor masa bajo el mismo volúmen estan animados, cuando circulan, de una mayor fuerza centrífuga.

122. Si las masas de dos cuerpos son iguales, y tambien sus tiempos periódicos, sus fuerzas centrífugas son como sus distancias del cen-

tro. Sean los dos cuerpos iguales en masa A y B (fig. 15), que se muevan al rededor del centro C. La distancia del cuerpo A es AC, y la de B es BC. Por ser los tiempos periódicos supuestos iguales, saliendo los dos cuerpos en el mismo tiempo de A y de B, se hallarán en el mismo instante el uno en F y el otro en I; y si se tiran las dos tangentes de estos arcos AD y BH, las fuerzas centrífugas serán representadas por DF y HI; y á mas de esto HI : DF : : BC : AC; porque CH : BC : : CD : AC; por consiguiente CH — BC : BC : : CD — AC : AC, ó CH — BC : CD — AC : : BC : AC ó HI : DF : : BC : AC.

123. Síguese de aqui que sobre los diversos paralelos terrestres la fuerza centrífuga debida al movimiento de rotacion de la tierra es proporcional á los radios de los mismos paralelos, y de consiguiente que de todos los cuerpos situados en la superficie del globo de la tierra los que estan en el ecuador son los que tienen mayor fuerza centrífuga.

124. Si dos cuerpos de masa igual giran á la misma distancia del centro con velocidades diferentes, sus fuerzas centrífugas estan en razon inversa de los cuadrados de los tiempos periódicos.

Porque la fuerza centrífuga de un cuerpo que se mueve circularmente es igual al cuadrado del arco descrito dividido por el diámetro del círculo (n.º 116); mas por la suposicion dos cuerpos iguales en masa se mueven á la misma distancia del centro; por consiguiente los diámetros de los círculos que describen son iguales: sus fuerzas centrífugas son pues como los cuadrados de los arcos descritos. Los arcos representan las velocidades; y asi las fuerzas centrífugas de estos cuerpos son como los cuadrados de las velocidades: y por ser las velocidades recíprocas á sus tiempos periódicos, (n.º 120), las fuerzas centrífugas de dos cuerpos que tengan igual masa, y que esten á la misma distancia del centro estan en razon inversa de los cuadrados de los tiempos periódicos.

125. Si nada es igual las fuerzas centrífugas estan en razon compuesta de las masas, de las distancias del centro, y de la inversa de los cuadrados de los tiempos periódicos. Llamando á la fuerza centrífuga de un cuerpo F, á su masa M, á su distancia del centro D, y al tiempo periódico T; á la fuerza centrífuga de otro cuerpo f, á su masa m, á su distancia del centro d, y al tiempo periódico t, tendremos

$$F : f : : \frac{MD}{T^2} : \frac{md}{t^2}.$$

126. Si los cuadrados de los tiempos periódicos son proporcionales á los cubos de las distancias, las fuerzas estan en razon inversa de los cuadrados de las distancias.

Porque por la suposicion los cuadrados de los tiempos periódicos son proporcionales á los cubos de las distancias; por lo que sustituyen-

do D^3 en lugar de T^2, y d^3 en lugar de t^2 en la proporcion que precede tendremos

$$F:f::\frac{MD}{D^3}:\frac{md}{d^3}::\frac{M}{D^2}:\frac{m}{d^2}.$$

Débese á *Huyghens* el conocimiento de estas verdades importantes que condujeron á *Newton* al descubrimiento de los movimientos de los cuerpos celestes, y á la demostracion de la ley de gravitacion.

CAPITULO V.

DEL EQUILIBRIO EN LAS MÁQUINAS.

PÁRRAFO PRIMERO.

Nociones preliminares.

127. Llámase *máquina* todo instrumento que sirva para transmitir la accion de una fuerza á un cuerpo que no se halla en su direccion. En general una máquina es un instrumento destinado para producir movimiento, ahorrando ó tiempo en la produccion del efecto ó fuerza en la causa.

128. El *equilibrio* es un estado de quietud que resulta de la exacta igualdad de dos fuerzas que se contrarestan.

129. Se consideran siete máquinas simples; á saber la *palanca*, *la polea*, *el torno*, *el plano inclinado*, *el tornillo*, *la cuña y las cuerdas ó máquinas funiculares.* Esta simplicidad es relativa al modo como se miran las máquinas, y de aqui es que ciertos físicos las reducen al número de cinco, otros á tres etc. La union de muchas máquinas simples forma las máquinas compuestas, cuyo número es infinito.

130. Una fuerza no puede obrar en otra direccion que la propia, si algun obstáculo no se opone en parte al movimiento que intenta producir; es menester pues que haya en toda máquina uno ó muchos puntos de apoyo.

A mas de esto hay cuatro cosas que considerar en una máquina, 1.º *la resistencia*; esta es una fuerza que se trata de vencer ó con que se intenta equilibrar otra; 2.º *la potencia*, esta es la fuerza que se emplea para vencer la resistencia ó para equilibrarse con ella; 3.º el *punto de apoyo*; 4.º el *centro de gravedad.*

De la resistencia.

131. Hay tantas especies de resistencia cuantos son los objetos que pueden proponerse en la construccion de una máquina. Tan pronto es

un peso que se intenta elevar, como una barquilla que se quiere hacer subir contra la corriente de un rio ó una fuerte presion que se ha de ejecutar; algunas veces el objeto es vencer la cohesion de las moléculas de un cuerpo; hay en fin otra especie de resistencia que no depende del efecto que se intenta producir, y sí solamente de la imperfeccion de las máquinas: tales son el roce, la tiezura de las cuerdas, la resistencia que los fluidos oponen al movimiento de los cuerpos, etc.

De la potencia.

132. Las potencias que se aplican comunmente á las máquinas son pesos, la fuerza de un fluido en movimiento tal como el agua, el aire, el vapor del agua, el calórico y la fuerza en fin de hombres ó animales.

133. Los pesos se aplican ventajosamente en las máquinas cuando solo se intenta ponerlas en equilibrio, porque la gravedad que les anima presenta una continuidad de efectos; pero es raro valerse de pesos para levantar fardos, y para producir movimientos algo considerables, porque son menester grandes espacios para que puedan descender, y á mas hay necesidad de remontarles muy á menudo.

134. En cuanto á los fluidos no es este el lugar de hablar de ellos. Bastará decir que cuando obran sobre una superficie que han puesto en movimiento no ejercen sobre ella mas que una fuerza que es como el séptimo de su fuerza absoluta (1). Entre los fluidos el agua corriente presenta la ventaja de una continuidad de movimiento, que se nota solo en ella. El viento que se emplea como motor en un grande número de máquinas no tiene siempre la misma intensidad; á menudo su accion disminuye en términos de desaparecer casi del todo; en fin el vapor acuoso que se emplea como motor en todas las máquinas de fuego produce efectos muy considerables.

135. La fuerza que mas comunmente se emplea en las máquinas es la de animales. Muchos físicos se han ocupado con feliz suceso en apreciar sus esfuerzos, y el mayor número de esperimentos se ha hecho sobre los del hombre.

136. *Lahire* considerando la fuerza del hombre por analogía con sus esfuerzos ordinarios obtuvo los siguientes resultados:

	Kil.	*liv.*
Un hombre mediano pesa	70 —	143.
Puede llevar	75 —	153,21.
Y resulta que los músculos de sus piernas llevan	145 —	296,21.
Puede levantar entre sus piernas	50 —	102,14.

(1) *Véanse las* memorias de la Academia de ciencias *del año* 1704.

La mitad de su cuerpo pesa.................................	35 — 71,54.
Los músculos de los lomos pueden levantar...........	85 — 173,68.
El hombre pesando..	70 — 143.
Puede suspenderse por los brazos con un peso de..	10 — 20,42.
La fuerza de los brazos es pues de......................	80 — 163,42.

137. Estos resultados aunque verdaderos y rigurosos no han sido mas que efectos de esfuerzos momentáneos; por lo que no pueden darnos bastante luz acerca la fuerza del hombre empleada como á potencia en una máquina, porque en esta ha de obrar continuamente. Para apreciar su potencia es menester atender á la naturaleza y á la duracion del trabajo.

Amontons ha hallado que 175,050 metros (90 toesas) han sido corridos por dos porta-sillas cargados con 140 kilogr. (286 lib.) en 80 segundos.

Un mozo de cordel cargado con 80 kilogr. (163,43 lib.) en 139 seg.

Un hombre corriendo en 25 seg.

Uno arrastrando un carreton cargado de 150 kilogr. (306,43 lib.) en 86 seg.

Un caballo en una carreta arrastrando 800 kilogr. (1634,30. lib.) en 112 seg.

Dos caballos en una carrosa, sobre el empedrado al paso en 62 seg.

Idem al trote en 45 seg.

Un caballo llevando un hombre y una silla de 80 kilogr. (165,43 lib.) en 80 seg.

Idem al gran paso, en 50 seg.

Dos esportilleros han corrido en 12 horas un espacio de 475,684 metros (242,932 toesas) con una carga de 15 kilogr. (30,643 lib.)

Un hombre ha levantado 12,5 kilogr. (25,53 lib.) á 72,5 metros (37,026 toesas) de altura, en 145 seg.

Dos caballos uncidos en un carro hacian un esfuerzo de 75 kilogr. (153,215 lib.)

Un serrador de madera ha dado 200 golpes de sierra con un esfuerzo de 12,5 kilogr. (25,53 lib.) y una elevacion de 0,7 metros (2,149 pies) en 143 seg.

138. Los físicos han procurado calcular la fuerza de los animales por su momento estático. Entiéndese por *momento estático* el peso elevado á 0,3247 metro (un pie) de altura en un segundo.

De que resulta que el momento estático del hombre que ha levantado 12,5 kilogr. (25,53 lib.) á 72,5 metros (37,026 toesas) de altura en 145 seg. seria de 19,3 kilogr. (39,425 lib.)

El aserrador de grandes piezas que ha dado 200 golpes de sierra de 0,7 metros (2,149 pies) de elevacion, con un esfuerzo de 12,5 kilogr. (25.53 lib.) habria elevado en los 145 seg. 12,5 kilogr. (25.53 lib.) á 140 metros (71,83 toesas) de altura, por lo que el momento estático habria sido de 37 kilogr. (75,58 lib.)

139. Los físicos que se han ocupado en determinar el momento estático del hombre han obtenido diferentes resultados.

Amontons lo juzgó de 18,75 kilogr. (36,30 lib.)

Daniel Bernoulli de 27 kilogr. (55,15 lib.)

Otros geómetras de 25 á 30 kilogr. (51,72 á 61,28 lib.)

Desaquilliers de 50 kilogr. (102,14 lib.)

Borda de 36 kilogr. (73,54 lib.)

140. Parece segun los esperimentos de *Lambert* que en el mismo hombre el momento estático varía en razon de su inclinacion. Varía tambien por el modo con que es empleada la fuerza del hombre. La aplicacion de las fuerzas humanas es mucho mas variada que la de los animales. Estos no se aplican sino á tirar ó á llevar. El hombre puede llevar, tirar, pesar y hacer esfuerzos musculares, cuyo resultado parece á veces inesperado. *Desaquilliers* refiere muchos de estos esfuerzos, de los que el mas simple es de haber levantado un peso de 500 kilogr. (1021,43 lib.) un hombre de mediana fuerza suspendiendo el peso en una correa fijada en la cintura.

141. Para un tiempo muy corto, pero continuamente renovado, un hombre regular lleva sobre sus espaldas un peso de 50 kilogr. (102,14 lib.) El soldado en marcha va cargado de 12 kilogr. (24,52 lib.) El caballo lleva regularmente 150 kilogr. (306 lib.), lo que no es mas que el triplo del peso que ordinariamente lleva el hombre. Tres hombres pueden por consiguiente equivaler á un caballo, cuando se emplean para llevar peso; pero no tienen la misma ventaja cuando tiran ó arrastran. *Desaquilliers* compara la fuerza de un caballo á la de cinco hombres. Otros físicos la comparan á la de siete hombres. *Sauveur* halló que el momento estático de un caballo era de 262,5 kilogr. (536,28 lib.) Muchos otros físicos lo ponen de 350 kilogr. 714,98 lib.)

142. *Regnier* consignó en el volúmen quinto del Jornal de la escuela Politechnica, esperimentos de los que resulta que la fuerza media de presion del hombre con sus dos manos era de 50 kilogr. (102,14 lib.); que aquella con que puede levantar un cuerpo es de 130 kilogr. (265,55 lib.), y que aquella con que tira andando es de 50 kilogr. (102,14 lib.) Como la fuerza del medio tiro del caballo es de 360 kilogr., resulta que es como el séptuplo de la del hombre.

143. En fin *Coulomb* ha publicado una serie de esperimentos hechos con relacion á los diferentes modos de emplear la fuerza del hombre. Todos confirman que la accion diaria de un hombre que anda es de 3,500 kilogr. (7150,02 lib.) elevados á 1 kilómetro, (0,225 leguas).

Que la de un hombre cargado de 58 kilogr. (118,49 lib.) es de 2048 kilogr. (4183,34 lib.), elevados á la misma altura.

Que la de un hombre cargado de 44 kilogr. (89,89 lib.) es de 2166 kilogr. (4424,87 lib.) La accion útil es de 692,4 kilogr. (1414,49 lib.) Que la del hombre subiendo una escalera sin carga, es de 205 kilogr.

(418,79 lib.): del mismo cargado con 68 kilogr. (138,91 lib.) es de 109 kilogr. (222,67 lib.)

El momento estático del hombre cargado de 68 kilogr. (138,91 lib.) es de 109 kilogr. (222,67 lib.)

El del hombre que tira de un carreton, es de 1022 kilogr. (2087,82 lib.)

El del hombre que clava estacas, tirando de la cuerda de un martinete, es de 75,2 kilogr. (154,24 lib.)

El de un hombre que acuña moneda con un moton, es de 39,5 kilogr. (80,69 lib.)

El del hombre que saca agua, es de 71 kilogr. (145,04 lib.)

El del hombre que mueve un manubrio, es de 116 kilogr. (236,97 lib.)

El del hombre que trabaja, es de 110 kilogr. (224,72 lib.)

Estos resultados muy importantes para la ciencia, hacen entrever que multiplicando los esperimentos, de manera que entren en consideracion la naturaleza y la duracion del trabajo, se llegará á determinar con exactitud la fuerza que el hombre y los animales emplean en el servicio de las máquinas.

Punto de apoyo.

144. En una máquina el *punto de apoyo* es un punto fijo é inmóvil capaz de resistir al esfuerzo de la potencia y de la resistencia. Puédense mirar la *potencia*, la *resistencia* y el *punto de apoyo* como tres fuerzas cualesquiera, cuyos mutuos esfuerzos se destruyen en el caso de equilibrio.

Del centro de gravedad.

145. Todos los cuerpos tienden á precipitarse en el centro de la tierra en virtud de la gravedad; esta fuerza obra no solo sobre su masa, sino que ejerce su accion sobre las mas pequeñas partes; de manera que pueden considerarse todas las moléculas de un cuerpo como impelidas por fuerzas iguales dirigidas hácia al centro de la tierra, y que deben ser miradas como paralelas á causa de la inmensa distancia de su punto de concurso. Pero cuando muchas fuerzas paralelas son aplicadas á puntos unidos entre sí de un modo invariable la derivada es igual á su suma, y pasa constantemente por el mismo punto; la derivada ó el peso del cuerpo es por consiguiente igual á la suma de todos los pequeños pesos, y pasa siempre por el mismo punto, al que por esto le llamamos *centro de gravedad ó de pesadez.*

A *Arquímedes* se debe el descubrimiento del centro de gravedad: despues de él muchos geómetras hábiles se han ocupado en determinar su posicion, sea en las superficies, sea en los sólidos: *Euler* conside-

rando que no depende mas que de la figura de los cuerpos llamó á este punto *centro de inercia*; puédese tambien llamar *centro de las fuerzas paralelas*.

146. La vertical que pasa por el centro de gravedad se llama *línea de direccion*; porque esta es en efecto la direccion de la derivada, ó la línea bajo cuya direccion el centro de gravedad del cuerpo tiende á precipitarse hácia la tierra.

147. Para impedir que un cuerpo obedezca á la accion de la gravedad basta aplicar á su centro de gravedad una fuerza igual y directamente opuesta á su derivada. Si el cuerpo es suspendido libremente en plena atmósfera, el punto de apoyo podrá considerarse como una fuerza igual á la de la gravedad; pero para que el equilibrio exista es menester ademas que le sea directamente opuesta: por lo que el cuerpo oscilará hasta tanto que su línea de direccion pase por el punto de apoyo; entonces estará entre dos fuerzas iguales y contrarias, y quedará establecido el equilibrio.

Se ve que la misma vertical pasa por el punto de apoyo y por el centro de gravedad, lo que proporciona un método simple para obtener mecánicamente su posicion.

Se suspende por uno de sus puntos el cuerpo cuyo centro de gravedad quiera conocerse; se señala la vertical que pasa por este punto, suponiéndola prolongada por lo interior del sólido; se hace lo mismo sobre otro punto, y se tienen asi dos líneas en las que debe hallarse el centro de gravedad; su interseccion es la que da á conocer su posicion.

Puédese tambien poner el cuerpo en equilibrio sobre la arista de un prisma; en este caso el centro de gravedad debe encontrarse en el plano vertical tirado desde esta arista, pues que la línea de direccion debe pasar por uno de los puntos de apoyo. Si se repite la misma operacion en tres posiciones diferentes del cuerpo se tendrán tres planos que se cortarán, por contener todos el centro de gravedad, y su comun seccion determinará su posicion.

148. Pasemos ahora á describir algunos fenómenos cuya esplicacion depende de los principios que se acaban de esponer.

1.º Ciertos cuerpos puestos sobre un plano inclinado ruedan, cuando otros no hacen mas que resbalar por su superficie.

Si la línea de direccion del cuerpo pasa por su base, es decir por la parte que está en contacto con el plano inclinado, la resistencia de este plano obliga la potencia que obra oblicuamente sobre él á descomponerse en dos fuerzas, la una perpendicular al plano, y la otra paralela, la que hace resbalar al cuerpo sobre el plano inclinado. Pero si la línea de direccion no pasa por la base la accion de la gravedad no se descompone, toda ella se emplea en hacer caer al cuerpo hácia la tierra, obligándole á dar vueltas al rededor de su punto de apoyo, de manera que rueda por toda la longitud del plano.

2.º Si se coloca sobre dos reglas que forman un ángulo, y que estén un poco elevadas por los estremos opuestos á este ángulo, un sólido compuesto de dos conos unidos por sus bases, da vueltas sobre estas reglas, y se eleva hácia su parte superior. Parece de repente contrario á las leyes de gravedad, ver que un cuerpo sube por sí mismo por un plano inclinado; pero como las dos reglas se apartan continuamente la una de la otra, el sólido apoya sobre puntos que se aproximan mas y mas á las estremidades de su eje; de que se sigue que su centro de gravedad baja realmente cuando al parecer va subiendo. A mas de que puede cualquiera asegurarse que la línea de direccion encuentra al plano de las dos reglas mas arriba que los puntos de contacto; lo que manifiesta que el sólido debe moverse hácia lo alto del plano.

3.º Las famosas torres de Pisa y de Bolonia tienen suficiente estabilidad, no obstante que la primera cuya altura es de 46 metros (cerca de 142 pies) tenga una inclinacion de 5 metros, (como 15 pies), y la segunda sea inclinada de 3 metros (como 9 pies) sobre 43 metros (132 pies) de altura. El arquitecto supo ordenar de tal manera la disposicion de sus partes, que las líneas de direccion de estas torres pasan por sus bases, y la inclinacion de la torre no hace violencia contra los fundamentos.

4.º Asimismo sucede por semejante posicion de la línea de direccion que un hombre se inclina hácia adelante cuando lleva algun fardo sobre sus espaldas, y que se inclina hácia atras cuando lo tiene entre sus brazos: en su situacion habitual la posicion de su centro de gravedad situado entre el hueso púbis, y las nalgas hace que la línea de direccion del hombre pase constantemente por sus pies.

5.º Se concibe facilmente el mecanismo de aquellos muñecos de madera que se mantienen en cualquiera posicion en que se coloquen; un contrapeso puesto cerca sus pies hace que su centro de gravedad coincida con su punto de apoyo. Se construyen asimismo pequeños autómatas taladrados, introduciéndoles una corta cantidad de mercurio: este fluido pasando de los pies á la cabeza, muda la posicion de su centro de gravedad, y les obliga á cabriolear por lo largo de una escalera.

149. La exacta determinacion del centro de gravedad es de una necesidad absoluta en todas las cuestiones relativas al equilibrio ó al movimiento de los cuerpos; porque se puede siempre mirar su peso como concentrado en este punto. El método que se ha dado no puede ponerse en práctica sino en cuerpos muy pequeños, á mas de que tiene el inconveniente que no se le puede aplicar el cálculo; por lo que juzgo oportuno dar otro mas general con auxilio de la geometría. La nota que sigue lo contiene.

NOTA.

Se supondrá que los cuerpos cuyo centro de gravedad se indaga son homogéneos, esto es compuestos de partes igualmente pesadas. Esta homogeneidad no existe á la verdad en la naturaleza; pero los mas de los cuerpos se aproximan lo suficiente á ella para que se permita esta suposicion.

Si un cuerpo homogéneo está compuesto de partes dispuestas simétricamente de dos en dos al rededor de una línea, ó de un plano, la suma de los momentos ó esfuerzos de las partes situadas en un lado de esta línea ó del plano con relacion á la misma línea ó plano es igual á la suma de los momentos de las partes situadas en el otro lado (*); luego el cuerpo se hallará en equilibrio al rededor de esta línea ó plano, el que contendrá por consiguiente su centro de gravedad. Se ve tambien que si el cuerpo fuese simétrico con relacion á un punto la suma de los momentos tomados en este punto seria nula, y de consiguiente este seria el centro de gravedad.

Síguese de aqui que el centro de gravedad de una línea recta está en medio de su longitud; que el de un círculo ó de su circunferencia está en el centro de su figura, de la misma manera que el de una esfera ó de su superficie; que el de un paralelógramo ó de un paralelipípedo está en el punto en que se cortan las diagonales tiradas desde ángulos opuestos; sucede lo mismo con muchas otras figuras.

Busquemos ahora el centro de gravedad de un triángulo ABC (fig. 16). Para esto tírese la línea AD, del vértice A al punto D, medio de la base; esta línea divide en dos partes iguales todas las que son paralelas á BC; por lo que el triángulo ABC es simétrico con relacion á AD, y el centro de gravedad se halla en esta línea. Si se tira desde el punto C la línea CE en medio del lado opuesto AB se ve que contendrá tambien al centro de gravedad. Este punto debiéndose hallar en las líneas AD, y CE está en su comun seccion F. Tírese ED, los triángulos semejantes DEF, y AFC dan AC : DE :: AF : FD; pero AC es doble de DE, luego AF es tambien doble de DF, y por consiguiente *el centro de gravedad de un triángulo se halla en los dos tércios de la línea tirada del vértice en medio de la base.*

Para hallar el centro de gravedad de un polígono rectilíneo cualquiera, es menester descomponerlo en triángulos por líneas tiradas del vértice de uno de sus ángulos; se busca en seguida al centro de gravedad de cada uno de los triángulos, lo que reduce el sistema en tan-

---

(*) *Llámase* momento *el producto de una potencia por su distancia á un punto fijo.*

tas fuerzas como triángulos que son aplicadas al centro de gravedad de cada uno de ellos: la magnitud de estas derivadas parciales es igual al peso de cada triángulo, el que se mide por su superficie, por ser el polígono homogéneo; se obtendrá pues el centro de gravedad sea por la composicion de fuerzas, sea por el teorema de los momentos.

Si se quiere hallar el centro de gravedad de una pirámide triangular SABC (fig. 17), es menester tirar desde el ángulo C de la cara ABC la línea CD en medio del lado opuesto; tomar el punto E en los dos tércios de CD, y unirle SE. Siendo el punto E el centro de gravedad del triángulo ABC, es fácil hacer ver que el de toda seccion paralela á la base se halla en la línea SE: por lo que el de la pirámide se halla tambien en esta línea. Tírese del vértice S la línea SD en medio de la base del triángulo SAB, tómese $DF=\frac{1}{3}SD$, y tírese CF; se probará de la misma manera que el centro de gravedad está sobre CF. Las líneas SE, CF se cortan, pues que estan en el mismo plano SDC, y su interseccion G es el punto que se busca.

Descrita EF, los triángulos semejantes EFG, SGC dan EF:SC::EG:SG; pero SC es triplo de EF: luego $SG=3EG$. Asi *el centro de gravedad de una pirámide triangular está en los tres cuartos de la línea que une su vértice con el centro de gravedad de su base.* Lo espuesto puede servir para una pirámide cualquiera, como es fácil asegurarse de la verdad.

Para hallar el centro de gravedad de un poliedro es menester descomponerle en pirámides, y calcular sobre los sólidos como se ha indicado para las superficies.

La suma de los momentos de todas las fuerzas que impelen un cuerpo es igual al momento de la derivada, es decir al peso del cuerpo multiplicado por la distancia del centro de los momentos al centro de gravedad; asi se tendrá esta distancia dividiendo la suma de los momentos por el peso total. Aplicando el cálculo diferencial é integral á este resultado se hallará un medio simple para determinar el centro de gravedad, el que tiene ademas la ventaja de poderse aplicar á las figuras terminadas por curvas cuya ecuacion es conocida.

Supóngase que se quiera conocer el centro de gravedad de una línea recta cuya longitud es x; si la suponemos aumentada de dx, el momento de dx referido al principio de la línea será xdx, el que representa la diferencial de la suma de los momentos; luego esta suma es $\frac{x^2}{2}+\text{const.}$; pero haciendo $x=o$, la suma de los momentos es tambian o; luego la constante es nula y la distancia del principio de la línea á su centro de gravedad es $\frac{\frac{x^2}{2}}{x}=\frac{x}{2}$ lo que era fácil preverlo.

Sea una parábola cuya ecuacion $y=px$, y que se proponga hallar el centro de gravedad de la parte MAM′ (fig. 18) comprendida entre el vértice y la doble ordenanza MM′. Hágase AP$=x$, y supóngase esta abcisa aumentada de P$p=dx$; la superficie MM′ $m'm$ es la diferencial de la area de la curba, y su momento tomado relativamente al punto A, es la diferencial de la suma de los momentos. Puesto esto, la ecuacion de la parábola da PM$=y=p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}$, luego MM′ $m'm=2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx$, y su momento es $2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx$; de que se sigue que las distancias del punto buscado al orígen de las coordenadas es $\frac{\int 2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx}{\int 2p^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}dx}=\frac{\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}+\text{const.}}{\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}+\text{const.}}$

Las dos constantes son nulas por destruirse el numerador y el denominador por la suposicion de $x=0$; asi la distancia de que se trata es $\frac{\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}}{\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}}=\frac{3}{5}x$. Lo que manifiesta que el centro de gravedad de la porcion de la parábola propuesta está en los $\frac{3}{5}$ de su eje empezando por el vértice.

Tómese por último ejemplo un cono cuya altura es x. Siendo representada por a la relacion constante del radio de una seccion circular á la altura, será ax este radio, y πa^2x^2 la superficie del círculo á que pertenece; por lo que si se supone la altura del cono aumentada de dx, la diferencial del sólido será πa^2x^2dx, y la de la suma de los momentos πa^2x^3dx, de manera que la distancia del vértice al centro de gravedad será $\frac{\int\pi a^2x^3dx}{\int\pi a^2x^2dx}=\frac{\int x^3dx}{\int x^2dx}=\frac{\frac{1}{4}x^4+\text{const.}}{\frac{1}{3}x^3+\text{const.}}=\frac{\frac{1}{4}x^4}{\frac{1}{3}x^3}=\frac{3}{4}x$: luego el centro de gravedad del cono está á los $\frac{3}{4}$ de su altura.

Sucede á menudo que la figura de un cuerpo no da en la primera inspeccion una línea que contenga su centro de gravedad; en este caso es menester tomar sucesivamente los momentos con relacion á los tres planos coordenados; asi se tendrá la distancia del centro de gravedad á estos tres planos, y por consiguiente su posicion. Terminaré este artículo observando que algunas veces se ha de buscar el centro de gravedad de un cuerpo compuesto de muchos otros heterogéneos; para esto es menester determinar el centro de gravedad de cada parte, y hacer entrar la densidad en la estimacion de la fuerza aplicada al centro de gravedad de cada una de ellas.

§ II.

De la palanca.

150. La *palanca* es una máquina simple que consiste en una vara de hierro, de madera ó de cualquiera otra materia equivalente, que

sirve para levantar pesos ó para vencer una resistencia cualquiera.

151. El geómetra mira la palanca como una línea recta ó curva que no tiene ni peso, ni flexibilidad, y que puede moverse al rededor de un punto de apoyo. Por lo que la palanca geométrica no existe en la naturaleza; pues que esta no nos ofrece cuerpo alguno perfectamente inflexible, sin peso, y reducido á una sola de las tres dimensiones que caracterizan la estension. Pero para establecer bien la teoría son precisas estas abstracciones á las que es menester despues referirse, cuando para confirmarla con resultados invoca el físico el testimonio de la naturaleza.

152. Se distinguen tres especies de palancas. Se dice *palanca del primer género* aquella en que el punto de apoyo está situado entre la potencia y la resistencia: se llama *palanca del segundo género*, cuando la resistencia está entre el punto de apoyo y la potencia. Se llama en fin *palanca de tercer género*, cuando la potencia está colocada entre la resistencia y el punto de apoyo.

Ley general de equilibrio.

Si con el auxilio de una palanca ó de una máquina cualquiera, se hacen obrar el uno contra el otro dos pesos de los que el uno haga la funcion de potencia, y el otro de resistencia, habrá equilibrio siempre que la potencia y la resistencia esten en razon inversa de sus distancias al punto de apoyo.

El equilibrio no puede resultar sino de dos fuerzas que se contrarestan, y las fuerzas se componen de las masas multiplicadas por las velocidades: de que se sigue que el equilibrio existe en una máquina simple que las masas de dos cuerpos que obren el uno contra el otro esten en razon inversa de las velocidades que tomarian, si el equilibrio se perdiese por un instante infinitamente pequeño.

En la palanca, por ejemplo, las velocidades que tomarian los dos cuerpos en el primer instante de la pérdida del equilibrio son entre sí como las longitudes de los brazos de la misma palanca: asi en el caso de equilibrio la potencia y la resistencia estan en razon inversa de su distancia al punto de apoyo.

El principio que nos ha servido para establecer la ley general del equilibrio es el de las velocidades virtuales.

La misma ley puede ser aplicada al principio de la composicion de las fuerzas. Para esto es menester comparar juntas la potencia y la resistencia; la condicion que espresa que su derivada pasa por el punto de apoyo será la que se necesita para el equilibrio de una máquina. Si el apoyo fuese una superficie, seria ademas preciso espresar que la derivada es normal á esta superficie, sin lo que la máquina resbalaría sobre su apoyo.

El peso de la palanca, de que se ha hecho abstraccion, debe fijar la atencion de los físicos que quieran probar por esperiencia la ley que se acaba de establecer; porque si la longitud de un brazo de palanca es doble ó triple de la del otro, su peso será tambien doble ó triple, y este exceso de peso seria en favor de la potencia ó de la resistencia, si no se tuviera la precaucion antes de hacer el esperimento de poner la palanca en equilibrio consigo misma.

154. Pero como se medirá la distancia de la potencia ó de la resistencia al punto de apoyo? Es evidente que cuando la direccion de la potencia ó de la resistencia es perpendicular al brazo de la palanca, la longitud de este brazo mide la distancia al punto de apoyo. No sucede asi si la direccion de la potencia, ó de la resistencia es oblicua al brazo de la palanca. En este caso para conocer esta distancia es menester tirar una perpendicular desde el punto de apoyo sobre la direccion de la potencia ó de la resistencia prolongada, si es preciso. Esta perpendicular es siempre mas corta que el brazo de la palanca á que corresponde; porque es uno de los lados de un triángulo rectángulo en que el brazo correspondiente de la palanca es la hipotenusa: de que se sigue: 1.º que la fuerza de la potencia ó de la resistencia disminuye solo con que su direccion pase á oblicua siendo antes perpendicular; 2.º que si hay equilibrio entre la potencia y la resistencia siendo sus direcciones perpendiculares al brazo de la palanca, el equilibrio subsistirá tambien cuando las direcciones pasen á oblicuas con tal que tengan el mismo grado de obliquidad: porque en este caso las distancias disminuyen segun la misma proporcion, por ser proporcionales á las longitudes del brazo de la palanca.

Pero si las direcciones pasan á ser oblicuas, y las obliquidades son diferentes, habrá necesariamente pérdida de equilibrio en favor de la potencia cuya direccion sea menos oblicua: porque aunque su distancia al punto de apoyo disminuya, esta sufre no obstante una disminucion menor respectivamente á aquella cuya direccion es mas oblicua.

155. Sucede muy á menudo que en lugar de una palanca recta se hace uso de una curva, esto es de una cuyos lados forman un ángulo en el punto de apoyo. Es fácil ver que estas palancas que se emplean ventajosamente para mover mazos, bombas y en una palabra siempre que la accion del motor no puede transmitirse directamente, tienen las mismas propiedades que una palanca recta: porque cuando girando los dos brazos de la palanca angular se hallan oblicuos á las direcciones de la potencia y de la resistencia, esta obliquidad es igual por una y otra parte; lo que establece una igual relacion de distancias perpendiculares del punto de apoyo.

156. Síguese de lo que se acaba de decir; 1.º que la palanca de primera especie puede favorecer igualmente á la potencia que á la resistencia, porque suponiéndose los brazos desiguales pueden uno y otro

de estos momentos hallarse colocados en la estremidad del mas largo de los brazos.

2.º Que la palanca de segunda especie es esclusivamente ventajosa, á la potencia, por hallarse esta mas distante del punto de apoyo que la resistencia.

3.º Que la palanca de tercera especie favorece siempre la resistencia, la que se halla á mayor distancia del punto de apoyo que la potencia.

4.º Que una potencia en sí muy pequeña, puede á favor de una palanca larga vencer una resistencia muy considerable: no nos sorprendamos pues de aquella especie de entusiasmo que hizo decir á *Arquímedes*: *déseme un punto de apoyo separado de la tierra*, *y la moveré á mi arbitrio.*

5.º Que si una palanca horizontal cargada de un peso, debe estar sostenida en este estado por dos potencias desiguales puestas en sus estremidades, el peso puede estar puesto de manera que cada una de las potencias sostenga una parte proporcional á su fuerza.

157. Las palancas se ven empleadas con frecuencia en las artes y para los usos mas comunes de la sociedad.

Las tigeras comunes, las tenazas, las pinzas, las despabiladeras, etc. no son otra cosa que palancas de primera especie unidas á pares. El esfuerzo de la mano ó de los dedos que aprietan en los estremos de los brazos de aquellas palancas debe ser mirado como la potencia. El clavo ó lo que fija su parte media es el punto fijo comun á los dos, y lo que se corta es la resistencia.

158. Débense contar entre las palancas de segunda especie: 1.º los remos con que se mueve una barquilla. El agua sirve de punto de apoyo, por aplicarse en ella uno de los estremos del remo. La mano que obra en el otro estremo es la potencia, hallándose la resistencia en medio del remo, esto es la barquilla que se impele para acelerar su marcha.

2.º El cuchillo de panadero que fijo por un estremo en la mesa, se mueve al rededor de este punto por medio de la mano aplicada al mango contra la resistencia que se intenta vencer.

3.º Los fuelles de forja y de chimenea. En estos es fácil conocer la potencia que mueve la tapa al rededor de una charnela de cobre adaptada en su estremidad; pero es menester un instante de reflexion para juzgar que la verdadera resistencia es la masa del aire que contiene la capacidad del fuelle, y que sale con mayor ó menor velocidad por el estremo del tubo á proporcion que es comprimido.

4.º El mastil de un navío. El viento cuya accion despliega contra la vela es la potencia: la resistencia es el mismo navío, y el punto de apoyo se halla en el lugar en que el mastil prolongado hallaria la quilla en el punto en cuyo rededor se ejecutaria el movimiento circular del mastil, si el navío entero zozobrara.

5.º Una puerta que se impela tirando de la llave de la cerradura,

es cierto que rueda sobre muchos goznes que multiplican los centros de movimiento, y que la resistencia ó el peso de la puerta no está concentrado en un solo punto: pero puédese siempre discurrir como si no hubiese mas que un solo punto de apoyo situado en la estremidad de la línea horizontal que divida la puerta en dos partes iguales, y como si toda la masa del cuerpo estuviera reunida en medio de esta línea. La potencia no hace casi esfuerzo alguno para mover la resistencia, porque la puerta está como en equilibrio consigo misma: y asi cuando se impele no se ha de vencer mas resistencia que la de inercia, la de roce y la del aire.

6.º Una escala aplicada contra una pared es una palanca de tercer género. La pared debe mirarse como la potencia que la sostiene. El peso del hombre que sube por la escala es la resistencia, y la estremidad de la escala que descansa en tierra es el punto de apoyo: porque si la pared se doblara el peso de la escala y el del hombre reunidos harian dar vuelta á la misma escala al rededor de esta estremidad.

7.º Las tenazas de coger fuego son palancas del mismo género. La mano que las coge es la potencia, el carbon ó ascua la resistencia, y el punto de apoyo se halla en el parage en que las dos palancas se reunen.

§ III.

De la balanza y de la romana.

159. La balanza comun es una máquina que sirve para equilibrar dos cantidades iguales de materia, de manera que conociendo el peso de la una, se sabe por su medio cuanto pesa la otra.

160. Distínguense en una balanza; 1.º el astil cuya longitud está dividida en dos partes iguales por su eje; 2.º los dos platillos suspendidos en las dos estremidades de los brazos del astil; 3.º una manija que sirve de punto de apoyo al eje, en donde está el centro de movimiento.

161. Es fácil ver que la balanza es una palanca de primer género dividida en dos brazos iguales por su punto de apoyo, y cargada por los esfuerzos de una potencia, y de una resistencia cuyas direcciones son siempre paralelas entre sí, y de consiguiente cuyas potencias son siempre iguales en el punto de apoyo sea cual fuere la situacion del astil con relacion al horizonte.

162. La perfeccion de una balanza depende de ciertas condiciones. 1.º Los puntos de suspension de los platillos ó de los pesos deben estar en la misma línea con el centro de la balanza é igualmente distantes de este centro.

163. 2.º Las partes del eje que estan separadas por el astil deben hallarse en una misma línea recta.

164. 3.º La balanza debe ser muy móvil: débese pues disminuir el

frote en cuanto sea posible, y de consiguiente la presion sobre el punto de apoyo. Este es el motivo porque se construyen tan ligeros los astiles de las balanzas de ensayo. No obstante es menester advertir que una escesiva delgadez en el astil, le hace flejible, y que esta flejibilidad altera la igualdad de las distancias al punto de apoyo. Ademas para disminuir el frote del eje se construye con un poco de corte. Esta práctica es muy buena, cuidando mucho que el lugar del agujero en que descansa sea como el mismo eje, muy duro. Sin esta precaucion lo gastaria con el tiempo ó el eje se gastaria asimismo. Esto impediria la movilidad á la balanza.

165. 4.° La bondad de la balanza depende tambien de la disposicion del centro de gravedad del astil con relacion al centro de movimiento. Cuando estos dos centros se confunden y los dos brazos estan igualmente cargados, el astil queda en equilibrio, cualquiera que sea la situacion que se le dé, y la menor diferencia en el peso basta para inclinar la balanza. Esta estrema movilidad es incómoda en los usos ordinarios, porque es menester mucho tiempo y atencion para cargar los platillos de pesos perfectamente iguales. Este inconveniente se evita colocando el centro de gravedad del astil un poco inferior al centro de movimiento. Con esta disposicion el esceso de peso con que obra el uno de los pesos en la balanza, y hace subir el contrapeso, eleva al mismo tiempo el centro de gravedad del astil; y si este esceso de peso no es muy sensible, el esfuerzo del centro de gravedad que tiende siempre á bajar bastará para contener al astil, y oponerse á la caida demasiado precipitada de la balanza.

166. 5.° Una balanza debe estar construida de modo que la longitud de sus brazos sea constantemente la misma, durante el uso del instrumento. Para esto es menester que el astil tenga un buen temple, á fin de que no ceda al esfuerzo del peso de que está cargado. Sin esta precaucion, el uno de los brazos de la palanca ó los dos cediendo á la carga con desigualdad, el uno de los pesos se hallaria mas distante que el otro del punto de apoyo, y de consiguiente el equilibrio que resultaria no indicaria la verdadera igualdad de masas.

167. Para construir una falsa balanza es menester 1.° que la longitud de los brazos del astil sea desigual; 2.° que tambien lo sea el peso de los platillos; pero de manera que si uno de los brazos del astil es de $\frac{1}{12}$ mas largo que el otro, el platillo suspendido del brazo mas corto esceda tambien de $\frac{1}{12}$ al peso del platillo del otro lado. El equilibrio establecido entre pesos colocados en los platillos indicará la desigualdad de masas, porque el equilibrio indica igualdad de fuerzas; pero fuerzas iguales indican desigualdad de masas cuando las velocidades son diferentes, y aqui hay desigualdad de velocidades, por haberse supuesto desiguales los brazos del astil que las representan. La masa menor estará en el platillo pendiente del brazo mas largo. A esta

le falta de peso lo que gana por razon de mayor distancia. Su distancia al punto de apoyo se ha supuesto mayor de $\frac{1}{12}$: por consiguiente en el caso de equilibrio su peso será de $\frac{1}{12}$ menor.

168. La romana es otra especie de balanza en que los brazos son desiguales: el eje y la maneta que la sostienen estan colocados á una muy corta distancia del estremo del brazo en que se suspende la masa cuyo peso se quiere conocer. El otro brazo que es mucho mas largo está dividido en muchas partes iguales. Estas divisiones sirven para determinar el esfuerzo respectivo de un pequeño peso que se mueve á lo largo de este brazo.

169. Es claro que la romana no es otra cosa que una palanca de primer género, en la que el punto de apoyo está mucho mas aproximado á una de las estremidades; de que se sigue que un pequeño peso puede equilibrarse con una masa considerable, alejando proporcionalmente el peso menor del punto de apoyo.

170. La romana tiene ademas otras ventajas sobre la balanza comun. 1.° Puédense al auxilio de la romana pesar masas diferentes con un solo peso, cuando en la balanza comun son menester tantas pesas diferentes cuantas son las masas que se hayan de pesar; 2.° con la romana, cuando se trata de grandes masas, se pesa mas exactamente; porque los frotes en estas máquinas aumentan en razon de las cargas: de que se sigue que si se emplea una balanza ordinaria para pesar grandes fardos, su eje estando cargado del fardo y de su contrapeso será proporcionalmente menos móvil. Asi si se pone en uno de los platos de una balanza un peso como 100, es menester para establecer el equilibrio, cargar el otro plato de un contrapeso como 100, de consiguiente el eje se halla cargado de un peso igual á 200. No sucede esto cuando se hace uso de la romana. Un peso como 100 suspendido del estremo mas corto, se equilibra con un peso como 1 puesto á una distancia 100 veces mayor en el otro brazo, y bajo esta suposicion el eje de la romana no está cargado mas que de un peso como 101.

§ IV.

De la polea.

171. La polea es un plano circular de madera ó de metal, móvil sobre un eje que está sostenido de una chapa. El plano circular tiene en el espesor de su circunferencia una muesca ó garganta para recibir una cuerda que circuye parte de su circunferencia.

172. La polea es fija cuando no tiene otro movimiento que el de rotacion sobre su eje: es móvil cuando ademas del movimiento de rotacion tiene ó puede tener un movimiento de traslacion.

173. En la polea fija la potencia debe siempre ser igual á la resis-

tencia en el caso de equilibrio, porque entonces todo está en perfecto reposo. En la polea la parte inferior nada hace, por lo que no se debe parar la atencion en ella: su parte superior no hace otra cosa que sostener la cuerda que la rodea; de que se sigue que si se fija la cuerda, no habrá por esto mudanza alguna, por lo que se puede tambien dejar de considerar la parte superior sin mutacion en lo demas por estar las cuerdas fijadas en puntos determinados. La polea queda en este caso reducida á una palanca de primer género de brazos iguales. La potencia obrando sobre esta palanca debe por consiguiente ser igual á la resistencia para que haya equilibrio.

La misma demostracion tiene lugar sea cual fuere la direccion de la potencia; porque cortando la parte inferior de la polea, y tambien la superior, no queda mas que una palanca curva con brazos iguales. Estos brazos miden las distancias: de que se sigue que la potencia debe ser igual á la resistencia para que haya equilibrio.

Síguese de todo lo dicho que la polea fija en nada contribuye por sí al aumento de la potencia. No obstante la favorece, porque sirve para mudar como se quiera su direccion.

174. *En la polea móvil la potencia en el caso de equilibrio debe ser el súbduplo de la resistencia, siempre que las direcciones de las cuerdas que abrazan la polea sean paralelas.*

175. Sea la polea DHEA (fig. 19) móvil con el peso P suspendido del garfio en que termina la abrazadera. Supóngase fijo en K el estremo K de la cuerda; la parte superior DHE de la polea no obra, por lo que se la puede considerar como inútil ó separada. La parte inferior DAE no hace otra cosa que sostener la cuerda: de que se sigue que si se fija la cuerda en D y en E no habrá variacion alguna aunque se desprecie la parte inferior DAE de la polea. Quedará pues en este caso la línea recta DCE. El punto de apoyo se hallará en E, y tendrá por estribo la cuerda EK; el peso P obra como si estuviera colocado en el punto C, y la potencia B que levanta este peso con la cuerda BD obra en el punto D. Tenemos pues aqui una palanca de segundo género, y de consiguiente la potencia B debe ser á la resistencia P, como CE es á DE, es decir como 1 es á 2.

175. Supongamos ahora que las cuerdas no son paralelas, y busquemos la razon que en esta suposicion debe haber entre la potencia y la resistencia en el caso de equilibrio.

Sean las dos poleas A y B (fig. 20 y 21) en las que las cuerdas no son paralelas. Tírese la línea MN para reunir los puntos en que las cuerdas tocan en la polea, y del punto M bájese la línea MK perpendicular á la KN. Es evidente que la potencia R, y la resistencia D quedan en este caso en equilibrio como si una y otra estuviesen aplicadas en una misma palanca MN, cuyo apoyo fuese M la resistencia D en O en la direccion OH, y la potencia R en N, segun

NR: de que se sigue que la potencia es aqui á la resistencia en el caso de equilibrio, como MO es á MK; MO es el seno del ángulo MHO, y MK es el seno del ángulo MHN; por lo que en las poleas movibles, sea cual fuere el ángulo que formen entre sí las cuerdas que las rodean, si se prolongan hasta que concurran en un mismo punto, la resistencia será á la potencia, en el caso de equilibrio como el seno del ángulo formado por estas cuerdas es al seno de su mitad.

176. Es comun práctica hacer rodar las poleas sobre una clavija de metal que atraviesa el centro de esta especie de máquinas. Esta construccion es viciosa. La circunferencia del agujero que se abre en el grueso de la polea no es jamas perfectamente homogénea; de que se sigue que ciertas partes se gastan mas pronto por el roce que sufren sobre el eje; el agujero se hace irregular, desigual y tosco, lo que aumenta mas ó menos el roce que la potencia debe vencer. Este inconveniente que aumenta cuanto mas se usa la polea, pone últimamente desiguales los rádios de la polea, y hace que la potencia y la resistencia obren alternativamente á una distancia ya mayor, ya menor del punto de apoyo. Para evitar este defecto de construccion es menester fijar en el espesor de la polea el eje sobre el que debe dar vueltas. Los estremos de este eje deben ser bien redondeados y muy movibles en los ojos de la abrazadera. Es cierto que estos agujeros no son mas homogéneos que los de la polea; pero toda la carga de la polea haciéndose solo sensible de arriba abajo sobre los ojos de la abrazadera, estos se abren y aumentan en este sentido: por consiguiente la polea solo baja en la chapa, y rueda constantemente en los ojos que la sostienen, sin que jamas los rádios se pongan desiguales.

§ V.

Del torno.

177. El torno es una *grande rueda ó tambor* atravesado por un eje sobre el que la rueda gira. En esta máquina el peso está prendido de una cuerda que se envuelve en el eje; y la potencia que obra está aplicada en la grande rueda ó tambor.

178. Sea la grande rueda ó tambor del torno AFB (fig. 22); el eje DE; el centro comun del movimiento C; que la cuerda DP se envuelva en el eje, el peso P esté pendiente de esta cuerda, y la potencia que obra esté aplicada á la grande rueda en el punto B, ó en la cuerda BM en el punto M.

Para que haya equilibrio en esta máquina es menester que la potencia M sea el peso P, como DC rádio del eje, es á CB rádio de la rueda. Porque para que haya equilibrio en esta máquina la potencia M debe ser al peso P, como la distancia de este peso al punto de apoyo,

es á la distancia de la potencia al mismo punto; pero el rádio CD del eje mide la distancia del peso P al punto de apoyo C, y el rádio CB de la grande rueda mide la distancia de la potencia M al punto C; luego para que en el torno haya equilibrio la potencia debe ser al peso como el rádio del eje es al rádio de la grande rueda, ó como el diámetro del eje es al diámetro de la grande rueda. Es útil notar que es menester añadir el diámetro de la cuerda al diámetro del eje.

179. Síguese de todo esto; 1.º que la construccion del torno es tanto mas favorable á la potencia cuanto el diámetro del eje es menor, y mayor el diámetro de la rueda ó tambor.

180. 2.º Si una potencia que obra con el auxilio de esta máquina pierde cada instante una parte de sus fuerzas, mientras la resistencia que debe vencer queda constantemente la misma, la potencia debe aplicarse á un torno construido de manera que su rueda sea muy pequeña al principio de su accion, y que su diámetro aumente siempre en la misma razon que disminuyen las fuerzas de la potencia.

Aplícase este principio en la construccion de relojes cuyo primer motor es un resorte envuelto sobre sí mismo, y encerrado en una cajita. La accion de este resorte disminuye á medida que se desenvuelve, al paso que la resistencia de las ruedas en el relox queda constantemente la misma. Esta es la razon porque se construye un cono canelado BFE (fig. 23) que gira al rededor del eje BA; en el punto E hay una rueda dentada que mueve todas las demas. El cono canelado está circuido de una cadena de manera que la accion del resorte S que acaba de ser tendido es la mayor posible. La cadena tira entonces de la parte superior del cono, y de consiguiente de una pequeña distancia del punto de apoyo. A medida que el resorte se afloja, y que su accion se disminuye, la cadena desciende hácia la parte inferior del cono, y obra á una mayor distancia del punto de apoyo, cual aumenta progresivamente y en la misma relacion que la accion del resorte disminuye.

181. Si la potencia que se habia supuesto en M (fig. 22) se pone en G tirando de la cuerda GF, su accion para levantar el peso P debe ser la misma que cuando estaba en M. Porque la línea CF mide la verdadera distancia de la potencia G al punto de apoyo C; pero CF es igual á CB, porque son rádios de un mismo círculo: por consiguiente la distancia de la potencia al punto de apoyo es la misma, sea que obre en M ó en G, y asi su accion no puede mudar.

182. Constrúyense tornos en cuyo interior andan hombres ó animales, los que por su peso sobre el tambor levantan la masa que está suspendida del eje. Para concebir como en esta máquina obra la potencia contra la resistencia, sea el tambor vacío AFB (fig. 22) dentro del que esté un hombre ó animal cualquiera que se esfuerce para adelantar hácia H, K, S, B.

Al llegar al punto H, su línea de direccion es HE: de consiguiente obra como si estuviese suspendido del punto E: en este caso su distancia al punto de apoyo es CE=CD, y de consiguiente la accion del animal debe ser igual al peso P, siempre que esté en H. Si adelanta hasta al punto K, la línea de direccion será IK; su distancia al punto de apoyo es IC, y de consiguiente la accion del animal en el punto K es al peso P como CD es á CI. Si adelanta hasta á S, la línea de direccion será QS. La distancia al punto de apoyo es CQ: y asi la accion del animal es al peso P como CD es á CQ: de que se sigue que á medida que el animal sube en el tambor su fuerza relativa aumenta, porque al paso que su peso queda el mismo, aumenta sucesivamente su distancia al punto de apoyo. Si el animal pudiese subir hasta al punto B, seria en este el *maximum* de su fuerza, y por consiguiente levantaria en este caso el mayor peso que le seria posible.

183. El torno se presenta bastante á menudo bajo la forma de un simple cilindro atravesado por palancas mas ó menos largas, en cuyas estremidades se aplica la potencia. Llámase *cabria* cuando el cilindro tiene una situacion horizontal; si la tiene vertical se le da el nombre de *cablestante*, que es mucho mas ventajoso que la cabria; 1.° porque la potencia siempre puede obrar perpendicularmente al brazo de la palanca; 2.° porque se le pueden aplicar un gran número de hombres á la vez, esta es la razon porque se le ve frecuentemente empleado en los navíos para levar anclas, é izar velas etc.

184. Creo que se pueden referir al torno las ruedas dentadas con sus piñones, y que se puede hallar de la misma manera la relacion que debe haber entre la potencia y la resistencia para que haya equilibrio en esta máquina. Sea el eje RCA (fig. 24) envuelto por la cuerda AP de la que esté suspendido un peso como 30. Sea una rueda dentada DBG puesta al rededor del eje ACR. Sea el radio CB de la rueda al radio CA del eje, como 6 es 1. Es claro que en esta suposicion un peso como 5 suspendido en el diente B estará en equilibrio con el peso P que es como 30. Sea el piñon E cuyos dientes reciben los de la rueda dentada DBG: en este caso el peso P como 30 obra sobre el diente B con una fuerza como 5; y si suponemos que el radio de este piñon EB es al radio EM de la otra rueda guarnecida de palancas como 1 es á 5, es evidente que una potencia como 1 puesta en el extremo M de la palanca fijada en la rueda se equilibrará con un peso como 5 suspendido en el diente B; y de consiguiente con un peso como 30 suspendido del estremo de la cuerda AB que se envuelve en el eje RCA.

§ VI.

Del plano inclinado.

185. El *plano inclinado* es un plano AC (fig. 25) que forma con el plano horizontal AB un ángulo que no es recto.

186. Si el cuerpo R puesto encima del plano inclinado AC está sostenido por la potencia P, cuya direccion PR es paralela á AC, la potencia P deberá ser á la resistencia R en el caso de equilibrio, como la altura BC del plano inclinado es á la longitud CA del mismo plano.

Tírese del centro de gravedad del cuerpo R al punto D en que el cuerpo toca al plano, la línea RD; y del punto D tírese D*e* perpendicular á la línea de direccion R*e*G del cuerpo R: se formará una palanca RD*e* de primer género cuyos brazos serán RD, D*e* y D el apoyo. La potencia P puede suponerse aplicada en la una de las estremidades R de esta palanca y la resistencia en *e*. La potencia será pues á la resistencia como *e*D es á DR: pero por causa de la semejanza de los dos triángulos RD*e*, ACB, *e*D : RD :: BC : AC; de que se sigue *que en el caso de equilibrio la potencia es á la resistencia como la altura del plano es á su longitud.*

Síguese de aqui que el plano inclinado es tanto mas ventajoso á la potencia cuanto su altura es menor con relacion á su longitud. Un hombre que sube un monte se mueve por un plano inclinado. Aqui el peso de su cuerpo es la resistencia; la accion vital que emplea para sostenerse ó para moverse es la potencia: no nos sorprendamos pues que emplee en cada instante tanta fuerza, y que esperimente de consiguiente tanto mayor cansancio, cuanto la montaña tenga mayor altura con relacion á su longitud.

187. *Si la potencia* O *tira al peso* R *por una direccion paralela á la base* BA, O *deberá ser á* R *para sostenerle*, *como* CB *altura del plano inclinado es á* BA *longitud de su base.*

Concebido todo como se ha espuesto en el número precedente, si se describe la línea recta DI perpendicular á RO se tendrá en este caso la palanca ID*e* en la que obran la potencia O, y el peso R; de manera que para que haya equilibrio es preciso que O sea á R como *e*D es á DI, ó como RI es á DI: á mas de esto el triángulo RID es semejante al triángulo CBA; por lo que RI : ID :: CB : BA; y de consiguiente la potencia O debe ser al peso R como la altura del plano inclinado es á BA longitud de su base.

Con esto es fácil ver que una potencia que intenta elevar un cuerpo por medio de un plano inclinado, obra con tanta mayor ventaja cuanto su direccion se aproxima mas al paralelismo con la longitud de este plano.

§ VII.

De la cuña.

188. Se da el nombre de *cuña* á todos los cuerpos que tengan una base ó el dorso bastante grueso, y que sean puntiagudos por delante. La cuña puede representarse por un prisma triangular. Se emplea para cortar, separar, hender, partir ó levantar otros cuerpos.

189. Distínguense dos especies de cuñas, la simple y la doble.

190. La cuña simple es comunmente representada por un perfil triangular, tal como el triángulo rectángulo ACB (fig. 26). La base AB de este triángulo representa la altura de la cuña: BC, altura del triángulo, representa el dorso, ó la base de la cuña, y AC hipotenusa del triángulo, manifiesta su longitud.

191. La cuña doble ACD (fig. 27) está compuesta de dos prismas triángulares ACE, AED unidos segun su altura AE.

192. Las potencias que se emplean para hacer obrar las cuñas, muchas veces no son mas que simples presiones. Asi si se corta pan con un cuchillo no se hace mas que apretar. A menudo se emplea la percusion para mover una cuña. En este caso se dan golpes con un martillo en el dorso de la cuña, asi es como se corta la leña á golpes de hacha, etc.

193. Entre los cuerpos que se separan por medio de la cuña, los unos se hienden á medida que la cuña adelanta, en otros la hendidura avanza delante la cuña.

194. En el primer caso es menester para que haya equilibrio entre la potencia y la resistencia, que la primera sea á la segunda como la base ó el dorso de la cuña es á su altura.

La cohesion de las partes produce la resistencia contra el corte de la cuña. Esta cohesion, efecto de la fuerza atractiva, es igual á la que se observaria si las partes estuviesen comprimidas por un peso; y de consiguiente en lugar de figurarse la cohesion de las partes, se las puede concebir como comprimidas por un peso que será la resistencia. Esto supuesto, si una cuña simple está metida dentro madera hasta al nivel de su base, las partes contiguas del leño han sufrido un apartamiento igual á la base de la cuña: por consiguiente la resistencia ha corrido un espacio, que es representado por la base de la cuña, mientras que el que ha corrido la potencia en el mismo tiempo está representado por su altura; de que se sigue que la base de la cuña representa la velocidad de la resistencia, y la altura espresa la de la potencia; y asi que en el caso de equilibrio *la potencia debe ser á la resistencia como la base de la cuña es á su altura.* Esta ley de equilibrio es la misma para cada una de las cuñas simples que componen

la doble; de lo que se ve que en la cuña doble la potencia debe ser á la resistencia como la base de la cuña doble es al duplo de su altura.

195. Síguese de los principios que se acaban de establecer que la cuña es tanto mas favorable á la potencia, cuanto su base es mas estrecha, puesto todo lo demas igual.

196. Los cuchillos, los punzones, las hachas, los puñales, los clavos, etc. no son mas que cuñas que penetran con tanta mayor facilidad los cuerpos cuyas partes se intenta separar cuanto mas agudos son.

La resistencia que se propone vencer por medio de la cuña depende de la tenacidad de las partes que se intentan separar, la que varía prodigiosamente de muchos modos: la naturaleza de los cuerpos, su conformacion, su figura y mil accidentes que no es siemqre fácil conocer ni apreciar con exactitud, ejercen una particular influencia sobre su tenacidad. Añádase á estas dificultades la que nos debe arredrar cuando se trata de determinar el esfuerzo de la percusion que se emplea frecuentemente para hacer adelantar una cuña, y no nos sorprenderemos de la poca uniformidad que se halla en los resultados de los esperimentos que muchos físicos han tentado para confirmar esta ley de equilibrio.

197. Falta determinar la intensidad de una potencia que obra sobre el dorso de una cuña cuando la hendidura la precede.

Sea un cuerpo cualquiera, de madera por ejemplo, cuyas partes ya separadas forman el ángulo EFL (*fig.* 28), y que uno se propone abrirlo mas con el auxilio de la cuña ACB, la que tiene la base AB y la altura CD.

Es claro que desde el instante que las partes se separan la potencia sobrepuja á la resistencia; pero antes que las partes sean separadas en F, los puntos E, L deben apartarse de manera que el ángulo EFL pase á ser mayor; supóngase que sea *e*F*l*, y de consiguiente que la cuña baje y tome la posicion *acb*. La parte del tronco E ha sido transportada en *e*, la parte L en *l*; pero las partes mas inmediatas á F corren un espacio menor tal que las líneas EF, LF describen las areas de los triángulos iguales *e*FE, *l*FL.

Tírese *ef* paralela á EF; y *f*F paralela á *e*E. Resulta de esto el paralelógramo *e*EF*f*. Los dos triángulos *e*FE, *fe*F son iguales, y de consiguiente el paralelógramo formado es igual á la suma de los dos triángulos *e*FE, LF*l*: por consiguiente la suma de las areas descritas por las líneas EF, LF es igual á la area descrita por la sola línea EF corriendo el espacio E*e*, ó F*f*: de que se sigue que la línea E*e* representa la velocidad de la resistencia, mientras que la línea C*c* representa la de la potencia; por lo que la potencia es á la resistencia en el caso de equilibrio, como *e*E es á C*c*.

Tírese C*g* paralela á E*e*: estas líneas son evidentemente iguales,

porque el lado AC de la cuña ha sido transportado por un movimiento paralelo; y asi la potencia debe ser á la resistencia como Cg es á Cc.

La línea E*e* puede mirarse como un muy pequeño arco de círculo que tiene á FE por radio: E*e* y Cg son pues perpendiculares á FE.

Tírese por el medio D de la base de la cuña la línea DH que termine en el punto H del lado de la cuña, y que forme un ángulo recto con el lado FE del tronco prolongado. Es evidente que DH es paralela á Cg. Los triángulos Cgc, DHC son semejantes por razon del paralelismo de sus lados homólogos: por consiguiente DH : DC :: gC : Cc: luego la potencia es á la resistencia, en el caso de equilibrio, como DH es á DC que representa la altura de la cuña.

§ VIII.

Del tornillo.

El tornillo se compone de dos partes.

198. La primera que lleva el nombre de *tornillo* es un cilindro recto CDEF (fig. 29) rodeado de un borde saliente, adherente de manera que el intervalo AB que se halla entre dos revoluciones consecutivas del borde ó filete es constantemente el mismo. Este intervalo constante se llama *paso del tornillo.*

199. La segunda que se llama *tuerca ó matriz*, es un sólido (fig. 29) cuya superficie cóncava está revestida de otro filete saliente, adherido y prolongado de manera que llena exactamente los intervalos que dejan entre sí los filetes del tornillo. Estas dos partes que componen el tornillo pueden dar vueltas la una dentro la otra, lo que es absolutamente necesario para el uso de estas máquinas.

200. El tornillo puede servir para levantar pesos considerables. Se emplea lo mas frecuente para ejercer grandes presiones.

201. La cabeza del tornillo está siempre armada de una palanca, en cuyo estremo se aplica la potencia. Tal es el tornillo del cerragero en que el tornillo se mueve, y rueda dentro su matriz por medio de una clavija de hierro que atraviesa la cabeza del tornillo. En las máquinas de esta especie en que la palanca no se manifiesta, la cabeza del tornillo es siempre mayor que el cilindro que termina, y este esceso de grosor forma una especie de palanca á la que se aplica la potencia.

202 Si una potencia mueve un tornillo dentro de otro que le sirva de matriz segun una direccion paralela á la base, debe ser á la resistencia ó al peso puesto sobre la cabeza del tornillo que debe ser movido, como la distancia que se encuentra entre dos filetes del tornillo es á la circunferencia del círculo corrido por el punto de la palanca en que está aplicada la potencia.

Porque la potencia emplea el mismo tiempo en correr la circunferencia del círculo, cuyo radio es la palanca, que la resistencia en correr un espacio igual al intervalo que hay entre dos filetes del tornillo. La velocidad de la potencia está pues representada por la circunferencia del círculo corrido al paso que el intervalo que se halla entre dos filetes del tornillo representa la velocidad de la resistencia. Tenemos para espresar las fuerzas, por un lado la potencia multiplicada por la circunferencia del círculo que describe, por el otro la resistencia multiplicada por un espacio igual al intervalo que media entre dos filetes del tornillo. En el caso de equilibrio los productos que representan las fuerzas son iguales: de que se sigue que sus factores están en razon recíproca, y de consiguiente la potencia es á la resistencia como la distancia entre dos filetes del tornillo es á la circunferencia del círculo que describe la potencia.

203. Cuando la potencia en una máquina cualquiera es igual á la resistencia, por poco que se aumente la intensidad de aquella, queda vencida la resistencia, con tal que la máquina no sufra algun roce. Cuando hay roce toca á la potencia el vencerlo: este es muy considerable en ciertas máquinas, y particularmente en el tornillo. Solo por el roce esta máquina queda en su posicion, y no vuelve por un movimiento retrógado á su primer estado, aûnque sea impelida á volver atras, sea por la fuerza elástica de los cuerpos comprimidos, sea por la gravedad de los pesos elevados cuando la potencia deja de obrar.

204. Importa mucho advertir que en toda máquina cuanto mas gana la potencia por parte de la fuerza tanto mas pierde por parte del tiempo. A menudo se puede disponer del tiempo á voluntad, al paso que no se puede emplear mas que una fuerza limitada. Sucede muchas veces que hay necesidad de procurar una grande velocidad, lo que se logra aplicando la potencia á una muy pequeña distancia del punto de apoyo. Esta posibilidad de aumentar segun la necesidad la masa ó la velocidad de los cuerpos que se han de mover, constituye la principal ventaja de las máquinas.

§ IX.

De las máquinas compuestas.

205. Las máquinas compuestas resultan de la union de muchas máquinas simples. Se emplean en circunstancias en que una sola máquina simple no seria bastante favorable á la potencia. Es inútil entrar en largos pormenores sobre el número y uso de las máquinas compuestas. Limitémonos en determinar la ley de equilibrio en esta especie de máquinas.

Ley de equilibrio para las máquinas compuestas.

206. *En una máquina cualquiera compuesta, la razon de la potencia á la resistencia con que está en equilibrio, es compuesta de todas las razones que separadamente tendrian lugar en cada una de las máquinas simples.*

Primer esperimento. Se disponen tres palancas de primer género *ab*, *ab*, *ab* (fig. 30) móviles sobre sus puntos de apoyo *s*, de manera que cada brazo *as* sea cuatro veces menor que el opuesto *sb*, y que el movimiento de una de estas palancas determine el movimiento de las otras dos. Suspéndese despues un peso P como 1 en la estremidad *b* de la tercera palanca, mientras que el peso R como 64 está suspendido en la estremidad *a* de la primera, y la mas aproximada al punto de apoyo. Dispuesto todo asi, la esperiencia demuestra que el peso P como 1 se equilibra con el peso R como 64.

El peso R como 64 puesto á una distancia como 1 del punto de apoyo se equilibraria con un peso como 16 puesto á una distancia como 4 de este mismo punto; de que se sigue que la estremidad *b* de la primera palanca sostiene un esfuerzo como 16, y que obra sobre el estremo *a* de la segunda con un esfuerzo como 16: el estremo *b* de la segunda palanca puesto á una distancia cuatro veces mayor del punto de apoyo que la otra estremidad *a*, sostiene por lo mismo un esfuerzo como 4, y ejerce una accion como 4 sobre el estremo *a* de la tercera palanca. Siendo la distancia de este estremo *a* al punto de apoyo cuatro veces menor que la distancia al mismo punto de la otra estremidad *b*, este estremo no sostiene mas que un esfuerzo como 1; y de consiguiente un peso como 1 suspendido de esta estremidad de la tercera palanca debe equilibrarse con un peso como 64 suspendido de la estremidad *a* de la primera palanca.

En una palabra, en la primera palanca, la razon de la potencia al peso es de 1 á 4, en la segunda de 1 á 4, en la tercera de 1 á 4. La razon compuesta es 1 á 64.

Segundo esperimento. La figura 31 representa un sistema de cuatro poleas A, B, C, D, en que sola la polea D es fija, las otras tres A, B, C se mueven separadamente, y cada una tiene su cuerda particular. El peso P como 1, suspendido de la cuerda que rodea la polea fija D, se equilibra con el peso R como 8, suspendido de la polea inferior A. En este caso 60 gramos (cerca 2 onzas) sostienen 480 (cerca 16 onzas).

Se ha visto que la razon de la potencia al peso, en cada polea móvil es la de 1 á 2; de que se sigue que la potencia que sostendria la estremidad *b* de la cuerda que rodea la polea inferior A no habria de sostener mas que la mitad del peso. La polea B en que esta cuerda está fijada no sostiene pues mas que la mitad del peso R. La polea C estando dispuesta con relacion á la B, de la misma manera que esta con ra-

zon á la polea A, la C nó sostiene mas que el cuarto del pesò R; y por la misma razon la polea D, ó la potencia P obrando en el estremo de la cuerda que rodea esta polea no sostiene mas que la octava parte del peso R; de que se sigue que un peso de 60 gramos (cerca 2 onzas) debe equilibrarse con otro de 480 gramos (cerca 16 onzas). En una palabra la razon de la potencia al peso en la primera polea móvil es de 1 á 2; en la segunda de 1 á 2; en la tercera de 1 á 2, luego la razon compuesta es de 1 á 8.

207. En esta especie de esperimentos, las cuerdas que rodean las poleas deben estar dispuestas de manera que sean paralelas entre sí.

208. En la teoría se hace abstraccion del peso de las poleas; pero en la práctica no debe despreciarse, porque entra como á elemento en la estima de la resistencia.

209. Esta disposicion de poleas móviles es sin duda muy ventajosa; pero no obstante se emplea poco por motivos que se oponen á su uso. Cuando se hace correr un cierto espacio á la polea A, la segunda polea animada de una velocidad doble, porque sostiene un peso súbduplo, debe necesariamente correr en el mismo tiempo un espacio doble. Por la misma razon la tercera polea corre un espacio cuádruplo, y asi sucesivamente; esta disposicion de poleas móviles necesita un espacio demasiado grande: asi comunmente se usa otra suerte de poleas conocidas bajo el nombre de *garruchas polipastas*.

210. Llámase garrucha polipasta, un sistema de poleas juntadas en una misma chapa (fig. 33), ó enfiladas por un mismo eje (fig. 32).

211. Se emplea al mismo tiempo una garrucha fija y otra móvil, y todas las ruedas de las dos garruchas estan abrazadas por la misma cuerda, de cuyas estremidades la una está fijada en una de las dos garruchas, y la potencia obra en la otra. La resistencia está suspendida de la chapa de la garrucha móvil.

212. Puédense dar diferentes diámetros á las poleas, y disponerlas de modo que todas las porciones de la cuerda que van de una polea á otra sean paralelas entre sí, como en la fig. 32. Esta disposicion aumenta la estension de las poleas. Se reducen á un volúmen menor y mas cómodo, montando las poleas bajo una misma línea, y de diferentes diámetros como en la fig. 33. Con esta disposicion las cuerdas de un lado de las poleas no son paralelas á las del otro lado; pero cuando la distancia que separa las garruchas es algo considerable, se pueden mirar estas cuerdas como paralelas.

Tercer esperimento. Un peso de 60 gramos (cerca de 2 onzas) puesto en el estremo de la cuerda que rodea la garrucha fija (fig. 33) se equilibra con un peso de 360 gramos (cerca de 12 onzas) suspendido de la chapa de la garrucha móvil.

213. Es menester siempre atender al peso de la garrucha móvil y mirarlo como á parte de la resistencia.

214. Este esperimento hace ver que en las garruchas polipastas *la razon de la potencia á la resistencia es la de la unidad al número de cuerdas que rodean las poleas cuya union forma la garrucha móvil.*

215. Pero, porque cuando se emplean tres poleas móviles para formar una garrucha polipasta, la razon de la potencia á la resistencia es menor que cuando nos servimos de tres poleas móviles montadas separadamente en chapas particulares? Es fácil concebir la razon de esta diferencia. No puede haber equilibrio en la garrucha polipasta que no lo haya en cada una de las poleas que la componen, y sin que las dos partes de la cuerda que rodean cada polea esten igualmente tendidas. La suma de estas tensiones se equilibra con la resistencia, ó la tension de una de estas cuerdas multiplicada por su número es igual á la resistencia; de que se sigue que la tension de una de estas cuerdas, ó la potencia es igual á la resistencia dividida por el número de cuerdas que van de una garrucha á otra, y por consiguiente que en el caso de la última esperiencia en que la garrucha está compuesta de tres poleas móviles, la razon de la potencia á la resistencia es la de 1 á 6. No sucede asi cuando se emplea un sistema de poleas móviles, en que cada una está aislada en su chapa particular. Entonces la tension de las cuerdas va disminuyendo desde la primera en que está fijado el peso hasta á la última, y la disminucion sigue la progresion geométrica 8, 4, 2, 1, en el caso en que haya tres poleas móviles, como se ha manifestado en el precedente y último esperimento.

216. Una rueda dentada (fig. 34) puede ponerse en movimiento por medio de un tornillo. A este fin despues de haber dado al tornillo una altura de paso DE igual á una de las divisiones de la rueda dentada, se dispone de manera que su eje esté en el plano de la rueda, y que su filete encaje con los dientes. Dispuesto todo asi, si una potencia Q da vueltas al tornillo sobre su eje por medio de un manubrio FG, el filete arrastra los dientes sucediéndose los unos á los otros, y hace dar vueltas á la rueda, no obstante la potencia P que se opone á su movimiento. Esta máquina compuesta lleva el nombre de *tornillo sin fin.* La menor potencia puede producir los mayores efectos con el auxilio de esta máquina; porque por cada revolucion de la rueda son menester tantas revoluciones del tornillo cuantos dientes tiene la rueda. Si á esta rueda se le ajusta otra rueda dentada, la misma potencia podrá vencer resistencias mas considerables.

217. Júntanse tambien poleas á las cabrias, y de esta reunion resulta una máquina compuesta muy favorable á la potencia que se conoce con el nombre de *grua.* Es fácil determinar la relacion de la potencia á la resistencia en esta especie de máquinas segun la ley que se ha establecido para todas las máquinas compuestas.

§ X.

De la resistencia que nace del roce.

218. Cuando se observan con el auxilio del microscopio los cuerpos mas tersos y pulidos de la naturaleza, no se nota uno solo cuya superficie no presente al observador atento un conjunto de pequeñas eminencias y cavidades: por lo que si se ponen dos cuerpos el uno encima del otro, las partes salientes del primero encajan, ó se introducen en las cavidades del segundo. Si se intenta mover el uno encima del otro, las desigualdades se chocan é impiden el movimiento. A esta clase de ostáculo se le da el nombre de *roce.*

219. Puédese hacer correr un cuerpo por la superficie de otro, 1.º aplicando sucesivamente las mismas partes del uno en diferentes partes del otro, como cuando se hace resbalar un libro sobre una mesa, ó como cuando se dan vueltas á un tornillo dentro de su hembra; y á esta especie de frote se le llama *roce de cuerpos que resbalan*, *ó roce de primera especie*; 2.º haciendo tocar sucesivamente diferentes partes de una superficie en diferentes partes de otra, como cuando se hace rodar una bola sobre un billar, y á este último roce se le da el nombre de *roce de cuerpos que ruedan ó roce de segunda especie.*

220. El roce de cuerpos que resbalan ocasiona casi siempre la ruptura de las pequeñas eminencias que forman la desigualdad de las superficies: de aqui es que nuestros vestidos, nuestros muebles etc. se gastan insensiblemente, y acaban por destruirse; que nuestros cuchillos, hachas, navajas pierden tan pronto el filo de su corte, que la reja del arado se embota en el seno de la tierra que abre; que las piedras mas duras se alteran rodando por los torrentes; que el mármol en fin que adorna nuestros templos, se adelgaza con el tiempo bajo las plantas de la multitud.

221. En el roce de cuerpos que ruedan las eminencias del uno que han entrado en las cavidades del otro se desalojan con corta diferencia, como los dientes de dos ruedas de relox desencajan rodando la una sobre la otra.

222. Hasta aqui los físicos se han esforzado inútilmente para estimar con exactitud el valor de los roces. La diversidad de partes que componen los cuerpos sólidos, la mayor ó menor cohesion de estas partes, la diferencia que hay entre las eminencias, y las cavidades que presentan las superficies de diversos cuerpos, son graves ostáculos que se oponen al descubrimiento de nna ley relativa al roce.

223. Puestas todas las circunstancias iguales, cuantas mas asperidades tenga la superficie de un cuerpo tanto mayor es el roce; de consiguiente la resistencia que se origina aumenta á proporcion que la superficie es menos pulida y recíprocamente.

224. Esta resistencia depende tambien de la naturaleza del roce. En igualdad de circunstancias el roce de cuerpos que ruedan es mucho menor que el de los que resbalan.

225. Cuando se teme que un coche se precipite en una bajada muy rápida, se impide que las ruedas giren al rededor de su eje; entonces los mismos puntos de la circunferencia resbalan sucesivamente sobre diferentes puntos del terreno; asi se produce un roce de primera especie que resiste segun conviene al movimiento del coche. No sucede asi cuando cada rueda gira sobre su eje; su roce de la circunferencia es un roce de segunda especie, y su movimiento, por otra parte muy libre, lo seria demasiado si estuviese favorecido por un rápido declive.

226. En igualdad de circunstancias el roce aumenta, aumentándose las superficies que se frotan.

227. En circunstancias iguales el roce aumenta aumentándose las presiones.

Estas leyes relativas al roce estan fundadas en esperimentos que es fácil repetir por medio de una máquina ingeniosa inventada por *Desaquilliers*. Es tan generalmente conocida que creo escusado el dar su descripcion.

228. La velocidad de las superficies que rozan es tambien uno de los elementos que deben entrar en la valuacion de la resistencia que se origina del roce.

Cuanto mayor es la velocidad, en igualdad de circunstancias, tanto mayor espacio corre la superficie que frota en el mismo tiempo; de que se sigue que sus partes salientes se engastan en un mayor número de cavidades, y de consiguiente que la resistencia que resulta del roce aumenta á proporcion que aumenta la velocidad.

229. Todo lo que se ha dicho hasta aqui nos conduce á concluir que el roce

1.º *Varía por lo pulido de la superficie.*

2.º *Varía segun las presiones.*

3.º *Varía segun las superficies.*

4.º *Varía segun las velocidades.*

5.º *Varía segun la naturaleza del roce.*

230. *Muskembroec* ha probado por un grande número de esperimentos hechos con una máquina á que llama *tribómetro* que en igualdad de circunstancias dos cuerpos homogéneos esperimentan á menudo mayor roce que dos cuerpos heterogéneos.

231. *Camus* ha inferido de sus esperimentos que en los roces hay una diferencia producida por la naturaleza de los baños ó untos, y que esta diferencia varía en razon de las sustancias que rozan.

232. La física debe á *Coulomb* un gran número de nuevos hechos, un gran número de resultados importantes con relacion al roce. Espon-

dré los que encierra una memoria de este célebre físico puesta en el tomo décimo *des Savans ètrangers*. Hállanse en la nota que termina este artículo sus bellos esperimentos relativos al roce de los goznes.

1.º El roce de madera que resbala en seco sobre madera opone despues de un suficiente tiempo de reposo, una resistencia proporcional á las presiones: esta resistencia aumenta sensiblemente en los primeros instantes de reposo; pero despues de algunos minutos se presenta ordinariamente en su *maximum*.

2.º Cuando las maderas resbalan en seco sobre madera con una velocidad cualquiera, el roce es tambien proporcional á las presiones; pero su intensidad es mucho menor que la que se esperimenta al despegar las superficies despues de algunos instantes de quietud; se halla tambien que la fuerza necesaria para despegar y hacer resbalar dos superficies de encina despues de algunos minutos de quietud es á la necesaria para vencer el roce cuando las superficies tienen ya un grado de velocidad cualquiera, con corta diferencia :: 9 : 2.

3.º El roce de metales que resbalan sobre metales sin unto es igualmente proporcional á las presiones; pero su intensidad es la misma, sea que se quieran despegar las superficies despues de un tiempo de reposo, sea que se quiera entretener una velocidad uniforme cualquiera.

4.º Las superficies heterogéneas tales como las maderas y los metales resbalando el uno encima del otro, sin unto, dan en su roce resultados muy diferentes de los anteriores; porque la intensidad de su roce, relativamente al tiempo de quietud, crece lentamente, y no llega á su término hasta á los cuatro ó cinco dias, y algunas veces mas, cuando en los metales está en el mismo instante, y en la madera algunos minutos despues. Esta diminucion es aun tan lenta, que la resistencia de roce en las velocidades insensibles es casi la misma que la que se debe superar conmoviendo ó despegando las superficies despues de algunos dias de reposo. No está todo en esto; en la madera que sin unto resbala sobre madera, y en los metales resbalando sobre metales, la velocidad influye poco en los roces; pero en el presente caso los roces aumentan muy sensiblemente á medida que se aumenta la velocidad; de manera que el roce aumenta, poco mas ó menos, segun una progresion aritmética, cuando las velocidades siguen una progresion geométrica.

233. Se disminuye la resistencia que se origina de frotacion, cubriendo las superficies de alguna materia grasa ó fluida. Frótanse con jabon los bordes de una caja cuya tapadera cierre demasiado ajustada; úntanse con aceite las charnelas para facilitar sus movimientos, etc. Estos son otros tantos medios con que se llenan las desigualdades mas groseras de las superficies, y con que quedan mas dispuestas para resbalar la una encima la otra. A mas de esto las moléculas de estos fluidos interpuestos mudan la especie de roce; se forma esférica, las hace

dar vueltas con facilidad entre las superficies que les sirven de comun vehículo, y se muda asi el roce de cuerpos que resbalan en roce de cuerpos que ruedan.

NOTA.

Los cuerpos que se hacen rodar sobre goznes estan ordinariamente suspendidos por medio de una chapa de materia muy dura. La chapa es en su cavidad de una figura cónica, terminada en su estremo por un pequeño casquete cóncavo cuyo radio es muy pequeño. La punta del quicio que sostiene la chapa tiene en su vértice una pequeña superficie curva convexa, en que el radio de la curvadura es aun menor que el del fondo de la chapa. La esperiencia prueba que la curvadura del fondo de la chapa es irregular, y que el roce de una chapa de ágata que rueda sobre un quicio, es á menudo cinco ó seis veces mas considerable que el *momento* del *roce* de un plano de ágata muy pulido que ruede sobre el mismo quicio.

Estas consideraciones han determinado á *Coulomb* á emplear en la serie de sus esperimentos, no una chapa, sino un plano muy pulido que sostenga los cuerpos encima la punta del quicio. Para impedir que los cuerpos resbalen procura que el centro de gravedad sea muy bajo relativamente al punto de suspension; en seguida hace dar vueltas al cuerpo al rededor del quicio, imprimiéndole un movimiento de rotacion; observa exactamente por medio de un relox de segundos el tiempo que el cuerpo emplea para dar las cuatro ó cinco primeras vueltas, y deduce de esto facilmente una vuelta media ó un término medio, para determinar la velocidad primitiva; cuenta en seguida el número de vueltas que hace el cuerpo antes de parar.

Primer esperimento.

Coulomb tomó una campana de vidrio de 48 líneas de diámetro, y de 60 de altura. Pesaba esta campana cinco onzas. La colocó sobre la punta de un quicio, y despues de haberle dado sucesivamente diferentes grados de velocidad al rededor de este quicio, observó con mucha exactitud el tiempo que empleaba en hacer la primera vuelta, lo que le dió por velocidad media la que correspondia á la mitad de este primer giro; contó en seguida el número de vueltas que daba la campana antes de parar, refiriéndose á la mitad de la primera vuelta á que correspondia la velocidad determinada. De esto resultó;

Primer ensayo. Haciendo la campana una vuelta en $4''$, para despues de $34\frac{1}{10}$ vueltas.

Segunda tentativa. Dando la campana una vuelta en $6''\frac{1}{4}$ para á las $34\frac{1}{10}$ vueltas.

Tercera tentativa. Haciendo la campana una vuelta en 11″, para despues de 4 vueltas; pero si b significa la velocidad primitiva, X el espacio corrido desde el principio hasta al fin del movimiento, A el *momento* constante de la fuerza retardatriz; $\int\frac{\mu r^2}{a}$ la suma del producto de cada molécula por el cuadrado de su distancia r al eje de rotacion dividida por la cantidad a, distancia al eje de rotacion del punto en que la velocidad primitiva es b es fácil hallar por espresion analítica del momento constante de la fuerza retardatriz (*)

$$A=\frac{b^2}{2X}\int\frac{\mu r^2}{a}.$$

Ya que en las tres tentativas que preceden se ha empleado la misma campana, $\int\frac{\mu r^2}{a}$ es la misma cantidad; $\frac{b^2}{X}$ debe tambien ser una

(*) *Se puede llegar á esta fórmula del modo siguiente: concíbase en el cuerpo que se mueve sobre un eje, una seccion perpendicular al eje de rotacion, esprésese por* a *la distancia de un punto dado al eje de rotacion, y su velocidad por* u; *signifíquese con* r *la distancia de una pequeña molécula* μ *al eje de rotacion: la velocidad de la molécula* μ *al rededor del eje de rotacion será* $\frac{\mu r}{a}$; *y la variacion instantánea del* momento *de esta molécula al rededor del eje de rotacion será* $\frac{\mu r^2 du}{a}$, *y como el* momento *de la fuerza, supuesta constante, que obra para retardar el movimiento, es igual á la suma de los incrementos del* momento *de todas las moléculas, resulta la ecuacion*

$$A dt=-du\int\frac{\mu r^2}{a}.$$

Sea en esta fórmula dx *el espacio corrido en el tiempo* dt *por un punto cuya velocidad es* u, *y será*

$$A dx=v du\int\frac{\mu r^2}{a}$$

y si A, *ó el* momento *de la fuerza retardatriz es una cantidad constante; si ademas de esto, en el principio del movimiento la velocidad* u *es igual á* b, *la fórmula integrada dará*

$$2Ax=(b^2-uu)\int\frac{\mu r^2}{a}:$$

de que se sigue que el momento A *del roce es una cantidad constante;*

cantidad constante, si A es constante y recíprocamente. A mas en cada tentativa se ha contado el tiempo empleado por la campana en hacer una revolucion entera. La velocidad media ó la velocidad en la mitad de cada primera revolucion será pues medida por la circunferencia corrida dividida por el tiempo empleado en correrla. El espacio corrido hasta al fin del movimiento será medido por el número de vueltas dadas despues del instante en que se ha determinado la velocidad media hasta al fin del movimiento. Asi calculando las tres tentativas se formará la siguiente tabla:

1.ª tentativa, 1 vuelta en 4″, se para en $34\frac{1}{10}$ vueltas, de que se sigue . . . . $\frac{b^2}{X}=\frac{1}{547}$.

2.ª tentativa . . . . $6''\frac{1}{4}$. . . . . $14\frac{1}{10}$. . . . . $\frac{1}{550}$.

3.ª tentativa . . . . 11″. . . . . $4\frac{6}{10}$. . . . . $\frac{1}{557}$.

Este esperimento hace ver de un modo nada equívoco que la cantidad $\frac{b^2}{X}$, y de consiguiente la cantidad A que espresa el *momento* de *roce*, son cantidades constantes, cualquiera que sea el grado primitivo de velocidad; y que de consiguiente la velocidad no tiene influjo alguno sobre la resistencia debida al *roce* de los ejes, la que por esta observacion es necesariamente proporcional á una funcion de la presion.

Si este esperimento se hace en el vacío, se puede emplear un cuerpo mucho menos pesado y de una figura cualquiera, y se halla el mismo resultado.

En los esperimentos que siguen, *Coulomb* encorvó un hilo de laton de 9 pulgadas de longitud; las ramas paralelas estaban á 24 líneas de distancia la una de la otra; la parte del hilo encorvado lo estaba á

---

si b *es la velocidad primitiva, si* X *es el espacio corrido por el punto cuya velocidad primitiva es* b, *despues del instante en que se ha observado esta velocidad hasta al fin del movimiento, se tendrá al fin de dicho movimiento*

$$A=\frac{b^2}{2X}\int\frac{\mu r^2}{a}.$$

Asi haciendo dar vueltas á un mismo cuerpo sobre la punta de un eje con mayor ó menor velocidad, si el momento *A de la resistencia que retarda su movimiento en una cantidad constante, como* $\int\frac{\mu r^2}{a}$ *es tambien una cantidad constante, sea cual fuere el grado de velocidad primitiva* b, $\frac{b^2}{2X}$ *será tambien una cantidad constante.*

manera de semicírculo que reunia las dos ramas; su longitud era de cerca 3 pulgadas, las dos ramas verticales y paralelas tenian tambien cada una 3 pulgadas de longitud. Se pega con cera en la estremidad de cada rama vertical una pieza de metal, y se pone de la misma manera en medio de la parte cóncava del hilo, para que sirva de chapa, un pequeño plano muy liso de las materias cuyo roce sobre el quicio se quiera examinar; se fija en fin en lo alto de un apoyo una pequeña aguja de acero templado, cuya punta se hace mas ó menos aguda, redondeada ú obtusa, segun la naturaleza de las chapas, y segun la presion que deben soportar. La estremidad de la aguja de que *Coulomb* se sirvió en los siguientes esperimentos, vista con la lente parecia formar un ángulo cónico de 18 á 20 grados.

Segundo esperimento.

Plan de granate muy liso que sirvió de chapa. Las piezas metálicas unidas en las estremidades de las piernas verticales del hilo de laton, pesaban cada una un adarme, y la horquilla $1\frac{3}{4}$ adarme.

Primera tentativa. La horquilla dió una vuelta en 23′, y paró despues de 2 vueltas; de que se sigue $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{1050}$.

Tercer esperimento.

Plano de ágata muy fino, con la misma carga.

Primera tentativa. La horquilla dió una vuelta en 9″, y paró despues de $10\frac{1}{2}$ vueltas de que se sigue $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{151}$.

Segunda tentativa. La horquilla dió una vuelta en 15″, y paró despues de $3\frac{1}{2}$ vueltas; de que resulta $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{244}$.

Cuarto esperimento.

Plano de cristal de roca muy fino, con la misma carga.

Primera tentativa. La horquilla dió una vuelta en 13″, y paró despues de $4\frac{3}{8}$ vueltas, de que se sigue que $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{781}$.

Segunda tentativa. La horquilla dió una vuelta en $14''\frac{1}{2}$, y paró despues de $3\frac{3}{4}$ vueltas; de que se sigue $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{787}$.

Quinto esperimento.

Plano de vidrio muy fino, con la misma carga.

Primera tentativa. La horquilla dió una vuelta en $8''\frac{3}{4}$, y paró despues de $7\frac{1}{2}$ vueltas, de que resulta $\frac{b^2}{X}=\frac{1}{570}$.

Segunda tentativa. La horquilla dió una vuelta en $4''\frac{1}{4}$, y paró despues de $2\frac{9}{10}$ vueltas, de que resulta $\frac{b^2}{X}=\frac{1}{589}$.

Sexto esperimento.

Plano de acero templado y fino, con la misma carga.

Primera tentativa. La horquilla dió una vuelta en $17''$, y paró despues de $1\frac{3}{4}$ vuelta; de que resulta $\frac{b^2}{X}=\frac{1}{510}$.

Segunda tentativa. La horquilla dió una vuelta en $8''$, y paró despues en $7\frac{1}{4}$ vueltas; de que resulta $\frac{b^2}{X}=\frac{1}{464}$.

En los cinco esperimentos que se acaban de describir, la cantidad A, que designa el *momento* del roce, es proporcional á $\frac{b^2}{X}$, por ser la misma la presion en todos ellos; y de su observacion resulta que si en cada esperimento se toma la cantidad media que representa $\frac{b^2}{X}$, se tendrá el momento del roce de la punta de la aguja contra los planos de granate, de ágata, de cristal de roca, de vidrio y de acero, en la razon de los números $\frac{1}{1029}$, $\frac{1}{847}$, $\frac{1}{784}$, $\frac{1}{578}$, $\frac{1}{487}$, de manera que el *momento* del roce del plano de granate siendo representado por la unidad, se tendrá por el *momento* del roce de otras materias la tabla que sigue:

Frote del granate	1,000
de la ágata.	1,214
de cristal de roca	1,313
del vidrio.	1,777
del acero	2,257

Coulomb se ocupó en la misma memoria en determinar la figura mas ó menos aguda que es menester dar á la punta de los quicios. A este fin hizo redondear sucesivamente en figura cónica mas ó menos aguda la estremidad de una aguja de acero, y quiso ver con esto si la mutacion de figura tendria algun influjo en el roce. Aqui se manifiestan los re sultados de sus esperimentos.

Conservando la misma carga y distribucion que en el segundo esperimento, halló que la punta del quicio estando cortada en ángulo de 45″, se tenia $\frac{b^2}{X}$ igual

Para el granate . . . . $\frac{1}{2500}$
Para la ágata. . . . . $\frac{1}{2100}$
Para el vidrio . . . . $\frac{1}{1400}$
Para el acero templado y bien pulido . $\frac{1}{2000}$

Coulomb. dió en seguida á la punta una figura mas aguda; de modo que el ángulo del cono que la terminaba, visto con la lente no podia valuarse mas que de 6 ó 7 grados, y halló siempre bajo la misma presion que la cantidad $\frac{b^2}{X}$ era igual

Para la ágata.. . . . . $\frac{2}{800}$
Para el vidrio. . . . . $\frac{2}{450}$
Para el acero templado y pulido.. . . . $\frac{1}{230}$

Si se compara, despues de estos diferentes ensayos, el *momento* del *roce* de rotacion de la punta de diferentes quicios contra un plano de ágata, se halla la cantidad $\frac{b^2}{X}$, que representa el *momento* de esta *frotacion*;

Por una punta de 45.º. . . . . $\frac{b^2}{X} = \frac{1}{2100}$
15.º. . . . . $\frac{1}{1100}$
6.º. . . . . $\frac{1}{600}$.

Hasta aqui la carga ha sido la misma. *Coulomb* la varió en los esperimentos que siguen, y determina asi el *momento* del *roce* de los quicios comparados en diferentes grados de presion. A este fin tomó un pequeño plano de vidrio, que fijó en medio de la parte cóncava de la horquilla, y puso sucesivamente en los estremos de sus ramas paralelas y verticales piezas metálicas de diferentes pesos. Hizo en seguida dar vueltas á la horquilla sobre la punta del quicio cuyo ángulo era poco mas ó menos de 43.º, y tuvo,

Séptimo esperimento.

La horquilla pesaba 1 $\frac{1}{3}$ adarme; cada una de las piezas metálicas fijadas en los estremos de sus ramas verticales pesaba 2 adarmes; asi el eje estaba cargado de 5.33 adarmes. Las piezas metálicas estaban á 24 líneas de distancia la una de la otra, ó á 12 líneas del eje de rotacion.

Primera tentativa. La horquilla hizo una vuelta en 24″, y pa-

ró despues de 2 vueltas; por lo que $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{1152}$.

Segunda tentativa. La horquilla dió una vuelta en 14″, y paró despues de 5 $\frac{3}{4}$ vueltas; por lo que $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{1127}$.

Tercera tentativa. La horquilla dió una vuelta en 10″, y paró despues de 11 $\frac{2}{4}$ vueltas por lo que $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{1175}$.

Octavo esperimento.

La horquilla se cargó con dos piezas metálicas que juntas pesaban 25 $\frac{1}{3}$ adarmes; asi el eje estuvo cargado de 16,66 adarmes.

Primera tentativa. La horquilla dió una vuelta en 9″, y paró despues de 10 $\frac{1}{4}$ vueltas; por lo que $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{830}$.

Segunda tentativa. La horquilla dió una vuelta en 13″, y paró despues de 4 $\frac{3}{4}$ vueltas; por lo que $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{800}$.

Noveno esperimento.

La horquilla estaba cargada de cuatro piezas metálicas, que juntas pesaban 30 $\frac{2}{3}$ adarmes, asi el eje estaba cargado de 32 adarmes.

Primera tentativa. La horquilla dió una vuelta en 11″, y se detuvo despues de 5 $\frac{3}{8}$ vueltas; por lo que $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{650}$.

Segunda tentativa. La horquilla dió una vuelta en 22″, y paró despues de 1 $\frac{6}{20}$ vuelta; por lo que $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{665}$

Décimo esperimento.

Se sustituyó un plano de granate al de vidrio.

Primera tentativa. Cargado el eje de 5 $\frac{1}{3}$ adarmes; se tuvo $\frac{b^2}{X}$ . . . $\frac{1}{2400}$.

Segunda tentativa. Cargado el eje de 16 $\frac{1}{3}$ adarmes dió $\frac{b^2}{X}$ . . . . $\frac{1}{1350}$.

Si se comparan los resultados de los esperimentos descritos es fácil deducir:

1.º Que el *roce* de los ejes es independiente de las velocidades, y que es como una funcion de las presiones.

2.º Que el *roce* del granate es menor que el del vidrio.

3.º Que la figura de la punta del quicio ó eje, mas ó menos aguda influye en la cantidad de *frotamiento*, de modo que cuando se hace dar vueltas sobre la punta de una aguja á un cuerpo que pesa mas de 5 ó 6 adarmes, el ángulo mas ventajoso de esta punta parece ser de 30 á 45 grados; bajo menor peso se puede disminuir progresivamente el ángulo, sin que el *roce* aumente sensiblemente: puédese tambien reducir sin un grande inconveniente, siendo de buen acero, á 10 ó 12 grados, cuando la cargazon no exceda de 100 granos; observacion importante en la suspension de cuerpos ligeros sobre chapas.

Aqui la teoría confirma los resultados de la esperiencia, y esta admirable conformidad, los hace mas preciosos para la ciencia, y mas recomendables á los artistas. (Véase para mayor prolijidad la *Memoria de Coulomb*, en la *coleccion de la Academia*, año de 1790.)

§ XI.

De las resistencias que resultan de la rigidez de las cuerdas destinadas á transmitir el movimiento.

234. Las cuerdas son unos cuerpos largos, flexibles, algunas veces simples, pero los mas compuestos de muchos cordones formados por la union de hilos de cáñamo etc. mas ó menos torcidos por el cordelero.

235. Las cuerdas son de un uso indispensable en las mas de las máquinas, tales como la polea, cabria, cabrestante etc. Su rigidez es un ostáculo que debe entrar en cálculo en la estimacion de la resistencia. Cuanto mas tiesa es una cuerda, tanto mas en circunstancias iguales resiste á la fuerza que tiende á envolverla sobre un cilindro. Se necesita pues por parte de la potencia un mayor esfuerzo, cuya cantidad es menester apreciar en la práctica.

236. *Amontons* hizo numerosos esperimentos acerca de este objeto; y aunque los resultados á que le condujeron no sean los mas satisfactorios, débesele no obstante agradecer el haber señalado el camino.

Desaquilliers se ocupó despues en el mismo objeto con mayor cuidado y exactitud. *Coulomb* en fin ha adelantado sobre los trabajos de estos célebres físicos. Antes de presentar los resultados de sus indagaciones importa indicar el modo con que han procedido en sus esperimentos.

237. Las dos cuerdas R*r*, R*r*, (fig. 35) estan distantes la una de la otra como dos decimetros (8 pulgadas) y fijadas en los dos puntos R, R. En el estremo inferior hay un plato S sobre el que se coloca el peso P para poner tirantes las cuerdas. Cc es un cilindro de longitud como de tres decimetros (un pie), al rededor del que las cuerdas dan una vuelta. El cilindro está envuelto por el cordon *m* del que cuelga

el platillo G, en el que se colocan pesos hasta tanto que el cilindro Cc sea atraido hácia abajo por estos mismos pesos.

238. Tabla *de los resultados obtenidos por* Amontons *empleando en sus esperimentos cilindros y cuerdas de diferentes diámetros, cuales se han cargado con pesos diversos.*

PESO SOSTENIDO POR LAS CUERDAS, ESPRESADO EN KILOGRAMOS. (*)	RESISTENCIA DE LAS CUERDAS AL REDEDOR DE UN CILINDRO DE			RELACION DEL GROSOR DE LAS CUERDAS.
	16 milim.	32 milim.	48 milim.	
29,34......	135	114	90	3
	90	76	60	2
	45	38	30	1
19,56......	90	76	60	3
	60	50,6	40	2
	30	25.3	20	1
9,78......	45	38	30	3
	30	25.5	20	2
	15	12,6	10	1

De que concluyó que la resistencia de las cuerdas es:

1.º *Proporcional á los pesos.*

2.º *Proporcional á su diámetro.*

3.º *Aumenta segun el diámetro del cilindro, pero en la relacion de* 6, 5, 4, 3, *en cilindros de* 1, 2, 3, 4.

(*) *Véase la reduccion de pesos y medidas al fin del tomo tercero.*

239. Tabla *de los resultados obtenidos por* Desaquillers, *por esperimentos análogos.*

PESO SOSTENIDO POR LAS CUERDAS, ESPRESADO EN KILOGRAMOS.	RESISTENCIA DE LAS CUERDAS AL REDEDOR DE UN CILINDRO DE			RELACION DEL GROSOR DE LAS CUERDAS.
	16 milim.	32 milim.	48 milim.	
29,34......	225	112,5	75	5
	90	45	30	2
	45	22,5	15	1
19,56......	150	75	50	5
	60	30	20	2
	30	15	10	1
9,78......	75	37	25	5
	30	15	15	2
	15	7,5	5	1

De que concluyó que la resistencia de las cuerdas es:

1.° *Proporcional á los pesos.*

2.° *Proporcional á su diámetro.*

3.° *En razon inversa de los diámetros de los cilindros.*

240. *Coulomb* ha hecho un grande número de esperimentos sobre el mismo objeto con dos máquinas; la una es la de *Amontons*; la otra un cilindro movido sobre un plano. Estas estan descritas en la memoria que se ha citado, y de ellas concluyó este físico:

1.° Que relativamente á la práctica, en todas las máquinas de rotacion, la relacion de la presion al roce puede siempre suponerse constante, y que la velocidad influye muy poco para que haya de entrar en consideracion.

2.° Que la resistencia que es menester vencer para plegar una cuerda sobre un cilindro, puede representarse por esta fórmula

$$\frac{ak^m}{R} + \frac{bk^m}{R}Q,$$

compuesta de dos términos.

El primero es una cantidad constante, independiente de la tension y de la fuerza.

a = Cantidad constante determinada por la esperiencia.
k^m = Una potencia del diámetro de la cuerda.
R = Radio del cilindro.

En el segundo término.

b = Una cantidad constante.
k^m = Poco mas ó menos la misma potencia del diámetro de la cuerda.
Q = la tension de la cuerda.

En las cuerdas de cinco ó seis hilos y mas, $m = 2$.

En las cuerdas medio usadas, $m = \frac{3}{2}$.

241. *Coulomb* ha procurado á mas indagar por medio de esperimentos, cuanto podian influir las cuerdas en la resistencia con relacion á su estado de humedad y sequedad; y deduce que las cuerdas secas siguen diferente razon que las húmedas.

242. La rigidez de las cuerdas es principalmente ocasionada por la torsion que se da á los hilos ó cordones que las componen; sin embargo que es ventajoso el torcerlas. Los hilos ó cordones de que se compone una cuerda no tienen la misma firmeza en toda su longitud; de que se sigue que cada hilo ó cordon no puede sostener el mismo peso en toda su longitud. Retorciendo juntos muchos hilos ó cordones las partes débiles del uno se unen, para decirlo asi, á las partes fuertes del otro, y esta especie de union da al todo que resulta mayor firmeza y vigor. Los esperimentos de *Duhamel* justifican esta verdad; aunque la torcedura que debe darse á las cuerdas tiene un límite cuyo paso es pernicioso. La esperiencia no nos permite dudar que una cuerda de cáñamo acortada del tércio de su longitud por medio de la torcedura, y que pueda sostener un peso de 210 miriagramos (4290 lib.) sin romperse, sostiene menos que otra semejante, fabricada del mismo cáñamo, pero torcida solamente hasta á la disminucion del cuarto de su longitud; pues que esta sostiene 257,44 miriagramos (5259 lib.). Aun podria sostener mayor peso si fuese torcida no mas que hasta á la disminucion del quinto de su longitud. Este órden de esperimentos es tanto menos equívoco, cuanto ha sido repetido con el mismo suceso por un grande número de físicos. Los que dirigen los talleres en que se fabrican las cuerdas deberian aprovecharse de estos conocimientos para destruir la perniciosa costumbre en que se está de torcer las cuerdas hasta punto de acortarlas de un tércio de su longitud. Esta excesiva torcedura da á las cuerdas una dureza y hermosura ilusorias, y en perjuicio de su firmeza y fuerza.

LIBRO SEGUNDO.

PARTE SEGUNDA.

DE LA INERCIA DE LOS FLUIDOS.

243. Los fenómenos que pertenecen á la inercia de los fluidos tienen principalmente por objeto las diferentes leyes á que obedecen los fluidos en su presion, el equilibrio de cuerpos que sobrenadan en ellos, y el de los sumergidos, la determinacion de las gravedades específicas, las circunstancias que acompañan la evacuacion de un vaso mantenido ó no constantemente lleno, las que se observan en los surtidores, y en los tubos de conduccion; la resistencia en fin que los fluidos oponen al movimiento de los cuerpos.

CAPÍTULO PRIMERO.

DE LAS DIFERENTES LEYES QUE LOS FLUIDOS OBSERVAN EN SU PRESION.

244. Llámase *fluido* todo cuerpo cuyas moléculas tienen entre sí tan poca cohesion, que ceden al menor impulso, de manera que pueden rodar las unas por encima las otras sin alterar su figura. Se verá despues que es siempre posible, y aun fácil en ciertas circunstancias convertir un sólido en fluido, y al reves. Se procurará al mismo tiempo determinar la causa de esta especie de metamorfósis que no es mas que una modificacion accidental de la materia, y que no puede de manera alguna alterar su naturaleza. Los fluidos y los sólidos estan pues compuestos de moléculas de la misma naturaleza y de consiguiente las moléculas de los fluidos gozan de la misma gravedad ó pesadez que las de los sólidos.

245. Si la pesadez de las moléculas de un fluido no se hace sensible en el mismo fluido, esto proviene de que las moléculas inferiores sostienen las superiores y las impiden de bajar. Esto no destruye la pesadez, pues que el fluido contenido en un vaso obra sensiblemente

por su peso, y con proporcion á su masa sobre el platillo de una balanza en que esté puesto el vaso. El esperimento que sigue demuestra sensiblemente que las moléculas de los fluidos conservan su pesadez en toda la masa del fluido.

Primer seperimento. Sumérjase en agua una botella tapada y sostenida de una clin; destápese la botella manteniéndola sumergida, y el agua que pasa á llenar la capacidad de esta botella aumenta sensiblemente su peso aunque tenga comunicacion con el agua esterior.

246. Síguese de aqui que las moléculas inferiores de un fluido sostienen las superiores, y son comprimidas por ella proporcionalmente á la altura del fluido que se halla encima de las moléculas comprimidas; pero esta presion que ejercen los fluidos en virtud de su pesadez difiere de la de los sólidos, y esta diferencia es lo que importa apreciar.

247. Todas las moléculas que componen los sólidos estan unidas estrechamente entre sí, forman un solo todo, su esfuerzo se concentra, para decirlo asi, en un solo punto al que se le ha dado el nombre de *centro de gravedad.* No sucede asi con los fluidos, todas sus moléculas son independientes las unas de las otras, tienen entre sí tan poca adherencia que ceden al menor esfuerzo que se haga para separarlas: de que se sigue que ejercen su presion con independencia las unas de las otras .

Ademas los sólidos no ejercen su presion mas que segun la direccion de la gravedad, esto es de arriba abajo, cuando los fluidos comprimen segun todas direcciones. Esta presion en todos sentidos es una ley de la naturaleza que caracteriza los fluidos.

248. *Los fluidos comprimen de abajo arriba.*

Segundo esperimento. Sumérjase en agua parte de un tubo de vidrio, que no sea capilar, abierto por los dos estremos, de los que el uno se cierre con el dedo. Estando el tubo lleno de aire el agua no sube mas que á una corta altura; pero si se levanta el dedo para que el aire comprimido pueda escaparse, el agua sube sensiblemente en el tubo, saliendo muchas veces como por un surtidor por el estremo superior del tubo que se halla mas alto que el agua; de que se sigue que el agua contenida en el tubo recibe un impulso en direccion contraria á la gravedad, y por consiguiente que los fluidos comprimen de abajo arriba.

Tercer esperimento. Tómese un vaso ancho en el que se introduzca otro de menor diámetro, cuyo fondo pueda cargarse de algun peso. Echese en seguida y con lentitud agua en el vaso de mayor diámetro, y cuando se ha llenado hasta á una cierta altura, el vaso de menor capacidad se eleva con el peso de que está cargado, y empieza á fluctuar en la superficie del agua; de que se sigue que el agua ejerce contra el fondo del vaso una presion de abajo arriba.

Cuarto esperimento. Tómese un vaso cilíndrico abierto por sus dos

estremos, y aplíquese en el orificio inferior un plano metálico como de 7 milímetros (3 líneas) de espesor, cubierto de un cuero mojado, y sostenido de un hilo atado en su centro, hasta tanto que se haya sumergido en el agua como á 8 centímetros (3 pulgadas) de profundidad. En este estado dejando el hilo flojo, el plano metálico queda aplicado en el orificio del vaso, y de consiguiente sostenido por el agua, hasta que insinuándose el fluido por la juntura de las dos piezas se haya suficientemente elevado en lo interior del vaso para ejercer sobre el plano de metal una presion de arriba abajo que destruya la que de abajo arriba lo mantiene aplicado en el orificio del vaso.

Muchas veces nos servimos de esta propiedad que tienen los fluidos de comprimir de abajo arriba. Si se quiere sacar agua de un pozo muy profundo se sirve uno de dos cubos atados en las estremidades de una cuerda envuelta en un tambor, de manera que dando este vueltas el uno baje y el otro suba. Como estos cubos se construyen regularmente muy grandes, y es menester muy á menudo hacerles largos á espensas de su anchura para acomodarse á la capacidad del pozo, se toma el partido de llenarlos por el fondo; y á este fin se arman de una ó muchas válvulas que dejen entrar el agua al cubo, y no permitan su salida.

249. *Los fluidos comprimen lateralmente.* Tómese un tubo corvo abierto por sus dos estremos, cuyas ramas de desigual longitud formen entre sí un ángulo cualquiera. Ciérrese con un dedo el orificio de una estremidad, y sumérjase la otra en agua. Al instante que se quite el dedo el agua sube sensiblemente, y este ascenso no puede reconocer otra causa que una presion lateral que reciben de sus moléculas vecinas las que se hallan en el orificio del tubo. Esta presion lateral es la causa porque un tonel lleno de algun fluido se vacía por un agujero hecho sobre algun lado.

250. *La presion que un fluido, por su gravedad, ejerce sobre las moléculas inferiores es igual en todas direcciones.*

Sesto esperimento. Sumerjánse parte en agua los tubos A, B, C, D (fig. 36) abiertos por los dos estremos; pero que se cierre el orificio superior con uno de los dedos. Al instante que se quite el dedo el agua sube en todos á la misma altura: en el tubo A, la presion se dirige de abajo arriba; en el tubo B de arriba abajo; en el tubo C es lateral, y en el tubo D es oblicua. Si se echa en el vaso mayor cantidad de agua sube tambien igualmente por todos los tubos.

251. Síguese de aqui, 1.º que cada molécula de un fluido está igualmente comprimida por todas partes, y de consiguiente en reposo: luego las moléculas de los fluidos no estan en continuo movimiento como muchos físicos han pensado. Si el movimiento en ciertas circunstancias tiene lugar, es siempre el efecto de una causa particular.

2.º Síguese de esta igualdad de presion en todos sentidos que la su-

perficie de un fluido abandonado á sí mismo debe siempre ponerse plana y paralela al horizonte. Si asi no fuera ciertas columnas serian mas elevadas que otras, y las moléculas inferiores que corresponderian á columnas mas elevadas serian mas comprimidas que sus vecinas, que corresponderian á columnas menos elevadas. Por lo que las primeras ejercerian contra las segundas una presion real y efectiva, estas obrarian en todos sentidos con una fuerza igual á la comprimente, y se esforzarian por consiguiente en levantar las moléculas superiores, las que obedecerian á esta accion. Luego el equilibrio no puede establecerse ni quedar el fluido en reposo sin que la superficie esté plana y paralela al horizonte.

252. La presion que un fluido ejerce sobre una superficie cualquiera es perpendicular á cada uno de sus elementos; si fuese oblicua seria menester descomponerla en dos, de las que la una seria perpendicular á la superficie, y de consiguiente efectiva, y la otra que tendria una direccion paralela á la superficie no produciria en ella efecto alguno.

253. *Los fluidos comprimen en razon de su altura perpendicular, sea cual fuere su cantidad, y la figura del vaso que los contenga.*

Sea *abcd* (fig. 37) un vaso prismático y vertical que contenga agua; sea *ab* la superficie superior del fluido, y *cd* el fondo del vaso; la presion que sufre cada una de las partes del fondo como *gh* es igual al peso de una columna de agua *ghik*, cuya parte *gh* es la base, y *gi* ó *hk* la altura perpendicular. Si esto asi no fuera, seria preciso que *gh* sostuviese un peso mayor ó menor que el de la columna *ghik*, lo que no podria provenir mas que de las columnas colaterales *acgi*, *bdhk*. Si *gh* sostuviese mayor peso que el de la columna *ghik*, por la misma razon *cg* sostendría mayor peso que el de la columna *acgi*, y *hd* otro tambien mayor que el de la columna *bdhk*: de que se sigue que todas las partes *cg*, *gh*, *hd* del plano *cd* sostendrian juntas un esfuerzo mucho mayor que el de todo el fluido encerrado en el vaso prismático *abcd*, lo que es evidentemente absurdo. Es fácil demostrar por igual raciocinio, que *gh* no puede sostener menor peso que el de la columna *ghik*: de que se sigue que el peso de la columna que está perpendicularmente encima del plano es la medida exacta de la presion que el plano sostiene.

Varíese ahora la figura del vaso, y tambien la cantidad del fluido que contiene, la presion será siempre la misma, si la perpendicular entre la base *gh* y la superficie del fluido encerrado en el vaso es la misma.

Sea el vaso *lnghom* (fig. 38 y 39) cuya figura es irregular. Sea *lm* la superficie del fluido. Si la distancia perpendicular entre *gh*, y *lm*, á saber *gi* ó *hk* es la misma que en el caso precedente, la presion que el fluido contenido en el vaso *lnghom* ejercerá contra el plano *gh* será igual al peso de la columna de agua *ghik* (fig. 37). Para demostrar la verdad de esta especie de paradoja, concibamos cada uno de estos vasos puesto dentro de otro de mayor diámetro, tal como *abcd*. La presion

que se hará contra *gh* será siempre la misma, sea que supongamos el fluido *lnghom* contenido en su propio vaso, ó que considerando que se quita este vaso, supongamos en su lugar al fluido *acgnl*, y *bdhom*: puédese en efecto concebir al fluido del pequeño vaso como retenido por el del grande que le rodea de todos lados, como lo era por el primer vaso. Supóngase ahora que todo está en quietud: es evidente en este último caso, en que el fluido *acgnl*, y *bdhom* que retiene se ha supuesto servir de vaso al fluido *lnghom*, es evidente vuelvo á decir, que la presion sobre *gh* es igual al peso de toda la columna *ghik*, como se ha probado ya: luego en el primer caso, cuando el fluido *lnghom* estaba encerrado en su propio vaso, su presion sobre *gh* era de la misma manera igual al peso de la misma columna *ghik*. Es fácil demostrar discurriendo del mismo modo que un fluido encerrado en algun vaso, sea cual fuere, de figura irregular como *lnghom* (fig. 40) ejercerá su presion sobre el fondo con una fuerza igual al peso de una columna del mismo fluido que tenga el mismo fondo por base, y *gi* ó *hk* perpendicular entre los dos planos *gh ik* por altura; á mas de esto, el peso de una columna de fluido que tenga el mismo fondo *gh* por base, y *gi* ó *hk* por altura, es igual al producto de esta base por la altura *gi*; de que se sigue que la presion de un fluido sobre el fondo de un vaso cualquiera regular ó irregular debe estimarse por el producto del número que cifra el fondo del vaso, y el que espresa la altura perpendicular entre el plano de la base, y el plano del nivel del fluido.

Para hacer sensible esta ley de la naturaleza *Pascal* imaginó un aparato cuya descripcion es la que sigue:

Séptimo esperimento. Se levantan dos pies derechos CD, CD sobre los dos lados de una caja AB (fig. 41); en el espesor de estos pies y por un encaje corren las colas F, F de un travesaño GH. De este travesaño se elevan dos sustentáculos K, I, sobre los que giran los ejes de dos romanas M, L, terminadas por dos arcos de círculo descritos desde el centro comun de su movimiento. El travesaño GH está abierto en *ef*, para dar paso á un cordon, cuyos estremos estan atados en *a* y *b*, del que está sostenido el hilo de laton *cd*.

Del medio de la caja AB se levanta montado á tornillo el cilindro de cobre NO, de cerca dos decimetros (7 pulgadas 4 lín.) de altura, y de un decimetro (como $3\frac{1}{2}$ pulg.) de diámetro. En lo interior de este cilindro, que debe estar bien calibrado por toda su altura interior corre un émbolo P de cobre cubierto de cuero untado. Este émbolo debe resbalar suavemente en este cilindro, y ajustar exactamente para que no pase la menor cantidad de agua.

Para retener el émbolo é impedir que no caiga en la caja se tornilla en lo inferior del cilindro NO, un fondo abierto por su centro por un agujero de cerca seis centimetros (2 pulgadas 3 líneas) de diámetro, á fin de dar salida al aire cuando el émbolo baja. Se fija tambien con

tornillo un círculo de cobre en lo interior y sobre el borde superior del cilindro NO, despues de colocado ya el émbolo. Este círculo hace un reborde que detiene el émbolo, y que le impide al subir el choque contra los bordes de los vasos de cristal que estan encima del cilindro.

R, S, T son tres vasos de cristal de diferente capacidad y figura, pero que en su parte inferior están reducidos al mismo diámetro por birolas de cobre bien pegadas. El primero R es cilíndrico, y del mismo diámetro que el émbolo P que le sirve de base cuando está montado sobre el cilindro NO; el segundo S es muy ancho por la parte superior; el tercero es un tubo de dos ó tres centimetros de diámetro, pero ensanchado por la parte inferior por una pieza de cobre V, que le da las mismas dimensiones que al precedente. En su parte superior tiene una especie de receptáculo X destinado á recibir el agua que exceda á los bordes del vaso en la operacion.

Despues de estos preparativos preliminares, se pone sobre la máquina el vaso cilíndrico R, se llena de agua hasta g, y se suspenden en seguida de las estremidades h, i de las romanas pesos p, p que son suficientes para levantar el émbolo P.

Sustitúyese el vaso S al vaso R, llénase aquel hasta á g, y los mismos pesos p, p bastan para levantar el émbolo.

Sustitúyese en fin el vaso T al vaso S; se llena de agua hasta á g, y los mismos pesos determinan el ascenso del émbolo.

El roce que sufre el émbolo al moverse dentro del cilindro NO siendo igual en los tres casos, debemos juzgar de la presion que ejerce el agua sobre la base comun á los tres vasos, por los pesos que se han de suspender en los estremos de las romanas para elevar esta masa móvil. Estos pesos son los mismos en los tres casos; luego la presion es constantemente la misma, y de consiguiente la presion que ejercen los fluidos sobre una base dada es en razon de la altura perpendicular, sea cual fuere su cantidad, y la figura de los vasos que los contienen. No es pues estraño que se haga reventar un tonel, cuando está lleno, cargándole de algunos kilogramos de agua por medio de un tubo de 10 á 12 metros de longitud.

254. *Un fluido comprime no solo el fondo, sino tambien los lados del vaso que lo contienen.*

Supóngase que el vaso sea cúbico y puesto sobre un plano horizontal; bajo esta suposicion el mismo número de moléculas comprime al fondo que al lado; de que se sigue que la presion contra el fondo es á la presion contra el lado como la suma de las distancias perpendiculares de las moléculas que comprimen la base desde el plano del nivel del fluido, es á la suma de las distancias perpendiculares de las moléculas que comprimen al lado desde el mismo nivel. Las distancias perpendiculares de las moléculas que comprimen el lado son diferentes, y siguen empezando por el nivel, la razon de los términos de la progre-

sion aritmética 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc. La distancia perpendicular al plano del nivel del fluido es evidentemente la misma para todas las moléculas que comprimen el fondo horizontal del vaso cúbico, y es igual á la distancia del mismo plano de la última molécula que comprime al lado: puédense pues representar las distancias de las moléculas que comprimen al fondo por esta progresion 6, 6, 6, 6, 6, 6, etc. del mismo número de términos que la precedente, en que todos los términos son iguales, y cada uno igual al mayor término de la primera; á mas la suma de los términos de esta última es evidentemente el duplo de la suma de los términos de la primera. En una palabra la fuerza con que comprime sobre el fondo de un vaso cúbico puede representarse por una superficie cuadrada, cuando la que ejerce contra el lado del mismo vaso será representada por la superficie de un triángulo de la misma base y altura: de que se sigue que la presion que ejerce un fluido sobre el fondo de un vaso cúbico es doble de la que ejerce contra un lado del mismo vaso.

255. Represéntese por 1 la presion con que un fluido obra contra el fondo de un vaso, y la presion con que obra sobre cada uno de los lados será $\frac{1}{2}$, por lo que la presion total será 3. Si suponemos al fluido convertido en sólido no obra mas que contra el fondo como los sólidos. En este caso su presion es igual á la unidad, y de consiguiente la presion total con que un fluido obra cuando está contenido en un vaso cúbico, es á aquella con que obra cuando convertido en sólido como 3 es á 1.

256. Falta determinar la presion que un fluido ejerce sobre una superficie inclinada. Es menester para esto concebir tiradas de todos los puntos de la superficie perpendiculares al plano del nivel del fluido. Multiplicando la superficie inclinada por la suma de estas perpendiculares se tendrá la presion total con que el fluido obra contra esta superficie. Es mas simple multiplicar la superficie inclinada por la distancia de su centro de gravedad al plano del nivel del fluido.

257. Si se quiere por estos principios estimar la presion que sostiene un dique, es menester multiplicar su superficie por la distancia perpendicular de su centro de gravedad al plano del nivel del fluido. Si por ejemplo, un dique tiene 10,55 metros cuadrados de superficie, y la distancia perpendicular de su centro de gravedad al plano del nivel del agua es de 3,9 metros (12 pies), la presion ejercida sobre el dique es igual al peso de una columna de agua de 41,133 metros cúbicos (1200 pies cúbicos); y como el peso de un metro cúbico de agua es de cerca 1022,814 kilogramos, resulta que el dique sostiene un esfuerzo de 42293,32 kilogr. (86400 lib.); para resistir á esta accion es menester que el dique tenga un espesor de 1,46 metros (4 pies y medio).

258. Puédese valuar de la misma manera la presion que sostendria un hombre sumergido hasta una determinada profundidad; por ejem-

plo á la de 10,4 metros (32 pies). La superficie de un hombre de mediana estatura es de cerca 1,583 metros cuadrados (15 pies cuadrados) y como el peso de un metro cúbico de agua es de cerca 1028,214 kilogr. resulta que un hombre sumergido en agua y en la profundidad de 10,4 metros (32 pies) sostiene una presion de 16817,33 kilogr. (34560 lib.) Esta es la presion que ejerce sobre nosotros el fluido aeriforme en que estamos continuamente sumergidos; porque se verá bien pronto que el aire es pesado, y que ejerce sobre nosotros, en fuerza de su peso, una presion equivalente á la de una columna de agua cuya base sea igual á la superficie de nuestro cuerpo, y su altura de 10,4 metros (32 pies). Se determina la superficie de un hombre cubriendo todas sus partes de un tejido, cual despues se mide en metros ó en pies cuadrados.

259. *En los tubos, sean iguales ó desiguales, derechos ú oblicuos, que comuniquen entre sí, un fluido debe subir á la misma altura, es decir que no puede quedar en quietud mientras las dos superficies superiores no esten en un mismo plano paralelo al horizonte.*

Octavo esperimento. Introdúzcase agua en el tubo de vidrio B (fig. 42) que está unido con el tubo tambien de vidrio D por medio del tubo CE situado horizontalmente. Despues de una agitacion cualquiera el agua no queda quieta hasta que las superficies superiores esten en un mismo plano paralelo al horizonte. El agua contenida en el tubo B obra contra la que está contenida en el tubo D, y recíprocamente por medio del tubo CE: luego no puede estar en reposo sino en caso de igualdad de estas dos acciones opuestas; estas acciones son como las presiones; aqui la base es comun, luego las presiones son como las alturas, y de consiguiente el agua no puede estar en reposo sino cuando tenga la misma altura en los tubos; es decir, solo cuando las superficies superiores esten en un mismo plano paralelo al horizonte.

260. El conocimiento de esta ley de la naturaleza ha dado orígen al importante descubrimiento de los tubos de conduccion. Los antiguos quienes no llegaron siquiera á sospechar su existencia, se agotaban en gastos y fatigas cuando se trataba de conducir aguas á muy largas distancias. De aqui aquellos soberbios acueductos que costaron tan caros á los romanos para hacer pasar el agua de una montaña á otra. Los canales subterráneos se veian algunas veces en uso; pero esto solo sucedia en circunstancias en que las aguas eran conducidas á parages inferiores. Los físicos modernos han sabido sacar provecho de la tendencia que tienen los fluidos á elevarse á la misma altura en tubos que comuniquen entre sí. Si se trata de conducir agua en parages elevados, se construye un reservorio un poco menos elevado que el punto del manantial: entonces al auxilio de tubos de conduccion que bajan del manantial, y que se elevan en seguida para terminar en el reservorio se llega á poner el agua en el lugar de su destino.

261. Los fluidos no son todos igualmente pesados, es decir, en un

mismo volúmen no contienen todos igual cantidad de materia; asi es que el mercurio encerrado en un determinado espacio pesa catorce veces mas que el agua contenida en el mismo espacio. Esta diferencia en la pesadez de los fluidos no altera de modo alguno las leyes de presion que se han establecido. Importa no obstante observar que si se comparan las presiones que ejercen fluidos de diferente gravedad específica sobre cualesquiera superficies, es menester estimar la densidad de los fluidos como á elemento de la presion; porque en igualdad de circunstancias cuanto mayor es la densidad de un fluido tanto mayor número de moléculas encierra en un dado volúmen, y de consiguiente tanto mayor es la presion que ejerce en virtud de su pesadez. Asi si se compara la presion que ejerce el agua sobre el fondo de un vaso que la contenga con la presion con que obra el mercurio sobre el fondo de un vaso cualquiera, se dirá que la primera presion es á la segunda, como el producto de la base del primer vaso por la densidad y altura perpendicular del agua, es al producto de la base del segundo vaso por la densidad y altura perperdicular del mercurio. Si las bases se suponen iguales la presion del agua es á la del mercurio, como el producto de la densidad del agua por su altura perpendicular es al producto de la densidad del mercurio por su altura perpendicular; de que se sigue que las presiones que ejercen dos fluidos de diferente densidad sobre una base dada no pueden ser iguales sino cuando sus alturas perpendiculares, y sus densidades esten en razon recíproca.

262. *En dos tubos que comuniquen entre sí, dos fluidos de diferente densidad no pueden quedar en reposo, á no ser que sus densidades esten en razon recíproca de sus alturas.* La base en esta suposicion es comun, luego no puede haber igualdad de presiones, ni de consiguiente reposo si las densidades de los fluidos no están en razon recíproca de sus alturas.

Esperimento noveno. Introdúzcase en el uno de los dos tubos que comunican entre sí una dada cantidad de mercurio, inmediatamente se elevará á la misma altura en los dos tubos. Échese en seguida agua por encima hasta tanto que el principio de la columna de mercurio, que baja por la presion del agua, corresponda en el orígen del segundo tubo: despues de un pequeño movimiento se establece el equilibro, y en este caso es fácil ver si los tubos estan graduados, que la altura de la columna del agua es poco mas ó menos catorce veces mayor que la de la columna de mercurio.

CAPÍTULO II.

DEL EQUILIBRIO DE LOS CUERPOS FLOTANTES Y DE LOS CUERPOS SUMERJIDOS.

263. Se ha dicho ya en uno de los precedentes capítulos que la masa de un cuerpo es la cantidad de materia que encierra, sin relacion alguna á su volúmen, es decir, al espacio que ocupa, y que la densidad de un cuerpo es la cantidad de materia que contiene considerada con relacion á su volúmen. Llámase cuerpo *homogéneo* el que en todas sus partes tiene la misma densidad; y cuerpo *heterogéneo* aquel cuyas partes tienen densidades diferentes.

264. El peso de un cuerpo considerado con relacion á su volúmen se llama *gravedad específica ó pesadez específica*; de que se sigue que si se comparan las gravedades específicas de dos cuerpos que tengan el mismo volúmen, la gravedad específica del uno será á la gravedad específica del otro como el peso del primero es al peso del segundo.

265. Siendo siempre el peso de un cuerpo proporcional á la cantidad de materia que contiene, la gravedad específica es siempre proporcional á la densidad.

266. Dos cuerpos homogéneos que tengan el mismo peso tienen volúmenes tanto menores, cuanto mayores son sus densidades ó gravedades específicas; y quedando el mismo peso, el volúmen disminuye segun la misma razon que la densidad aumenta: de que se sigue que quedando el mismo peso los volúmenes estan en razon inversa de las densidades ó de las gravedades específicas; y de consiguiente que en los cuerpos homogéneos conocidos dos de los tres factores peso, volumen y densidad, es fácil hallar el tercero.

Los pesos estan en razon compuesta de los volúmenes, y de las densidades.

Los volúmenes son en razon directa de los pesos, é inversa de las densidades.

Las densidades ó gravedades específicas estan en razon directa de los pesos y en razon inversa de los volúmenes.

267. *Un sólido sumerjido en un fluido es comprimido por todas partes por el fluido, y esta presion aumenta en razon de la altura perpendicular del fluido que se halla encima del sólido. Esta verdad es una consecuencia de lo que se ha dicho en el capítulo precedente y se confirma por el esperimento que sigue:*

Primer esperimento. Atese en el estremo de un tubo de vidrio una vegiga llena de agua colorada, y sumérjase esta vegiga en agua, de manera que una parte del tubo esté fuera de este líquido. Por la pre-

sion del agua contra la superficie de la vegiga el agua colorada sube por el tubo á una altura igual á la del agua que está encima la vegiga.

268. *Un sólido sumerjido en un fluido pierde una parte de su peso igual al peso del volúmen del fluido desalojado.*

Un sólido sumerjido en un fluido es comprimido por todas partes por el fluido, aunque la presion no es igual sobre todas las partes del sólido; porque siendo en todas partes la altura del fluido la medida de esta presion, y no estando en la misma profundidad las diferentes partes del sólido, las alturas del fluido son diferentes. Las presiones laterales son iguales por ser el efecto de columnas de fluido de igual altura; á mas de esto sus direcciones son opuestas: de que se sigue que estan en equilibrio y que no pueden poner al sólido en movimiento. Ademas las partes del fluido que comprimen la superficie inferior del sólido sumerjido se hallan mas profundas, y ejercen de consiguiente una mayor presion que las que se hallan encima la superficie superior del mismo sólido: mas la presion que esperimenta el sólido en su superficie inferior se dirige de abajo arriba, cuando la que oprime la superficie superior se dirige de arriba abajo: de que resulta que un sólido sumerjido en un fluido es impelido de abajo arriba por una fuerza igual á la diferencia que hay entre la presion que ejerce el fluido contra la superficie inferior del sólido, y la que ejerce contra la superficie superior; la diferencia que media entre estas dos presiones es igual al peso del volúmen del fluido desalojado, porque la presion contra la superficie inferior del sólido es igual al peso de una columna de fluido de la misma superficie por base, y cuya altura sea la distancia perpendicular de la superficie inferior del sólido al plano del nivel del fluido; la presion contra la superficie superior del sólido es igual al peso de una columna de fluido que tenga por base esta superficie, y por altura la distancia perpendicular de esta superficie al plano del nivel del fluido: ademas de esto la diferencia que hay entre estas dos columnas de fluido es evidentemente una columna de este fluido del mismo volúmen que el del sólido sumerjido; y de consiguiente un sólido sumerjido en un fluido es impelido de abajo hácia arriba por una fuerza igual al peso del volúmen del fluido desalojado. Es tambien evidente que un sólido es siempre impelido de arriba abajo por su propio peso; de que se sigue que un sólido sumerjido en un fluido pierde una parte de su peso igual al peso del volúmen del fluido desalojado. La esperiencia confirma esta verdad. Sirve á este fin una balanza conocida con el nombre de *balanza hidrostática*, cuya descripcion es la que sigue:

El astil AB de esta balanza representada en la figura 43 en nada se diferencia del de una balanza comun; debe ser muy móvil y tiene regularmente dos decimetros (7 pulgadas 4 líneas) de longitud. Situado sobre un apoyo C se suspenden en sus estremidades dos varillas de metal D, D, que llevan cada una un platillo de cerca un decimetro (tres

pulgadas 8 líneas) de diámetro, debajo de cada platillo hay un garfio al que se ata una clin para suspender los cuerpos que se hayan de sumerjir en algun fluido.

El apoyo C está fijo en una lámina de cobre FG dentada en su longitud. Esta lámina se mueve sobre otra segunda HI por medio de un piñon K que encaja entre los dientes de la primera. Fíjase la lámina en la situacion conveniente por medio de una lámina elástica *a*. Esta entra en los dientes abiertos sobre el borde opuesto de la lámina, y sostiene todo el esfuerzo que la balanza podria hacer para bajar. Cuando se intenta moverla de arriba abajo se desencaja la lámina con el estremo del dedo, y se mueve el piñon K en sentido contrario. El todo apoya sobre un pie triangular LM situado encima una plancha de cobre N, y se pone horizontalmente por medio de tres tornillos que la atraviesan, y con el auxilio de una plomada *cd* cuya punta debe corresponder en el centro de la platina N.

El fiel *o* de la balanza se mueve por un arco PQ dividido en un determinado número de grados: al fijarse esta aguja en el del medio indica que el astil tiene una situacion horizontal.

Segundo esperimento. Se tienen para esta balanza dos cilindros de cobre, de los que el uno sólido A′ (fig. 43) tiene un garfio en el centro de su base superior.

El otro cilindro hueco C, tambien de cobre, tiene un garfio en el centro de su base inferior, y una asa en la base opuesta á fin de poderlo suspender. Su superficie interior debe ser bien unida para recibir exactamente el cilindro sólido A′, y á fin de que el aire no se oponga á la salida de este cilindro, está taladrado el fondo por un agujero que se cierra con tornillo, cual en quitándole el aire puede entrar y salir libremente. Suspéndese en el gancho de uno de los platillos de la balanza (fig. 43) el cilindro hueco C por su asa, al que se le añade el cilindro sólido A′ ligándole con una clin. Pónese una pesa X en el otro platillo para establecer equilibrio. En este caso arrimando un vaso de vidrio V lleno de agua, y haciendo bajar la balanza para sumerjir el cilindro A′ el equilibrio se destruye en favor de la pesa X, porque el cilindro A′ pierde por su inmersion una parte de su peso, y lo que demuestra que el peso perdido por el cilindro sumerjido es igual al peso del volúmen de agua que se ha desalojado, es el que se restablece el equilibrio llenando de agua el cilindro C, es decir, dándole la misma cantidad de agua que llenaria el espacio ocupado por el cilindro sólido A′.

269. *Síguese de aqui*, 1.º *que un cuerpo pierde en el aire una parte de su peso igual al peso del aire desalojado*; *y de consiguiente que pesa menos en el aire que en el vacío*; la diferencia aunque poco sensible para la mayor parte de cuerpos no se debe despreciar en esperimentos que exijan mucha precision.

270. 2.º *Dos cuerpos sólidos de igual masa, y de diferente volú-*

men deben perder con desigualdad parte de su peso por su inmersion en un mismo fluido. El que tiene mayor volúmen pierde mas, porque desaloja un mayor volúmen de fluido.

Tercer esperimento. Suspéndanse en los platillos de la balanza hidrostática dos esferas de la misma masa, la una de plomo y la otra de marfil. Establézcase equilibrio. Arrímense dos vasos de vidrio llenos de agua y hágase bajar la balanza hidrostática para sumerjir las dos esferas, é inmediatamente el equilibrio se pierde en favor de la esfera de plomo, porque teniendo menos volúmen que la de marfil pierde menor parte de su peso por su inmersion en el agua.

271. 3.º Un sólido sumerjido en fluidos de diferente densidad pierde partes diferentes de su peso. Es cierto que desaloja el mismo volúmen de fluido, pero dos volúmenes iguales de fluidos de diferente densidad tienen peso diferente.

Cuarto Esperimento. Este esperimento se hace como el precedente; pero con dos esferas de marfil del mismo diámetro. Si se sumerjen á un tiempo en agua el equilibrio subsiste; pero si se sumerjen la una en agua y la otra en alcohol se destruye el equilibrio.

272. 4.º *Un sólido sumerjido en un fluido específicamente mas ligero debe hundirse hasta que llegue al fondo.* Este sólido está impelido de arriba abajo por su propio peso, y de abajo arriba por una fuerza igual al peso del volúmen del fluido desalojado; esta fuerza es menor que el peso del sólido, por haberse supuesto que es de mayor gravedad específica. De que se sigue que el sólido debe bajar con una fuerza igual á la diferencia que hay entre su peso y el de un igual volúmen del fluido.

273. 5.º *Un sólido sumerjido en un fluido específicamente mas pesado, debe subir hasta tanto que la gravedad específica del sólido sea á la gravedad específica del fluido, como el volúmen del fluido desalojado es al volúmen del sólido.* Este sólido es impelido de arriba abajo por su propio peso, y repelido de abajo arriba por una fuerza igual al peso del volúmen del fluido desalojado; luego debe subir hasta tanto que su peso sea igual al del volúmen del fluido que se ha desalojado, y de consiguiente hasta tanto que su gravedad específica sea á la gravedad específica del fluido, como el volúmen del fluido desalojado es al volúmen del sólido; por ser los pesos en razon compuesta de los volúmenes y de las gravedades específicas.

Síguese de aqui que un sólido sumerjido en un fluido específicamente mas pesado debe sobrenadar en él: para que quede inmóvil es preciso que los centros de gravedad de la parte sumerjida, y de la que no lo es esten en la misma vertical. Supongamos el cuerpo flotante dividido en dos partes por la superficie del fluido; es fácil ver que la parte sumerjida tenderá á elevarse mientras que la que no lo es tenderá á bajar, y cada una con una fuerza igual; á mas de esto la parte su-

merjida tiende á elevarse por la vertical tirada de su centro de gravedad, y la esterior tiende á bajar por la vertical tirada tambien de su centro de gravedad: de que se sigue que mientras que las dos verticales no se confundan, ó lo que es lo mismo mientras que los centros de gravedad de la parte sumerjida, y de la que no lo es no esten en la misma vertical, no habrá ostáculo contra estos dos esfuerzos, y el sólido debe continuar á flotar en la superficie del fluido hasta que haya tomado esta situacion. En este caso las fuerzas siendo iguales, y directamente opuestas se destruirán, de lo que resultará el equilibrio.

274. 6.º *Un sólido sumerjido en un fluido de igual gravedad específica debe quedar en el mismo punto en que se ha puesto en el primer instante*: porque el peso absoluto del sólido que le impele á descender es igual al peso del volúmen del fluido desalojado que tiende á hacerle subir.

275. Falta ahora deducir de los principios establecidos la esplicacion de algunos fenómenos.

1.º Se sostiene con la misma facilidad en diferentes profundidades un sólido sumerjido en un fluido homogéneo; no obstante que en diferentes profundidades el sólido es comprimido por columnas de fluido de diferente altura. El peso absoluto del sólido es el mismo en cualquiera profundidad del fluido en que se halle sumerjido; ademas el sólido en cualquiera profundidad pierde una igual parte de su peso, porque desaloja un igual volúmen de fluido, cual volúmen de fluido homogéneo pesa lo mismo en todas profundidades; de que se sigue que se ha de poder sostener con la misma facilidad un sólido sea cual fuere la profundidad en que se le suponga sumerjido.

276. 2.º Es tambien fácil de esplicar porque ciertas esferas de vidrio, y pequeñas figuras de esmalte suben y bajan de diferentes modos en una botella llena de agua, comprimiendo mas ó menos la vegiga que está atada en el gollete de la botella, ó cuando se produce por alguna mutacion de temperatura alguna alteracion en el volúmen de estos pequeños sólidos: estas pequeñas bolas estan compuestas de tres materias diferentes, á saber, agua, vidrio que es epecificamente mas pesado que el agua, y aire que es mas ligero. Cuando el compuesto de estas tres sustancias es mas ligero que un igual volúmen de agua entonces sobrenada. Si llega á ser mas pesado que un igual volúmen de agua baja hasta al fondo de la botella. Sentado esto, si se comprime la superficie del agua en que se han puesto estas bolas, por medio de un peso ó de cualquier otro modo, el aire encerrado en las esferas se comprime, y ocupa un espacio menor que antes. El agua que le esté contigua entra por el cuello de la esfera, y ocupa el lugar que el aire acaba de abandonar; por cuya adicion haciéndose la bola especificamente mas pesada que el agua debe bajar. Si se deja de comprimir la superficie del agua, el aire encerrado en la esfera repele por su elastici-

dad al agua que habia entrado, y la suma de las sustancias que componen la esfera, pasando á ser específicamente menos grave que el agua debe permitir el ascenso de la bola en la superficie del líquido.

277. 3.º Es mas fácil nadar cuando el cuerpo está enteramente sumerjido en agua, que cuando solo lo está en parte, porque en el primer caso el cuerpo desaloja un mayor volúmen de agua, y pierde por consiguiente mayor parte de su peso. Los hombres muy gordos nadan mas fácilmente, porque la gordura aumenta el volúmen del cuerpo en una razon mayor que el peso. Un navío aunque compuesto de partes, que tomadas separadamente tienen mayor gravedad específica que el agua flota en su superficie, porque el navío forma con el aire que encierra un todo específicamente mas ligero que el agua.

CAPÍTULO III.

DEL MODO DE DETERMINAR LAS GRAVEDADES ESPECÍFICAS.

278. La gravedad específica de un cuerpo no es otra cosa que la relacion de su peso con su volúmen: de que se sigue que si todos los cuerpos pudieran reducirse á tener un mismo volúmen, no se habria de hacer mas que pesarlos para conocer su graveded específica; pero esta reduccion dista mucho de ser fácil pues que muchas veces es imposible; por lo que ha sido preciso buscar otros medios para examinar las gravedades específicas. No se hablará particularmente de todos los métodos inventados, solo insistiré en el mas simple, seguro y mas conforme á los principios que se han establecido.

279. Propongámonos desde luego indagar cual es la relacion de gravedades específicas entre un sólido y un fluido menos pesado que el sólido. La gravedad específica del sólido es evidentemente á la del fluido como el peso del sólido es al peso de un igual volúmen del fluido. Para tener el peso del sólido se pesa en el vacío ó en el aire: cuando la diferencia del peso del sólido en el vacío y en el aire no es muy sensible, puede despreciarse en las observaciones que no necesiten grande precision. El peso de un volúmen de fluido igual al del sólido equivale al peso perdido por el sólido en su inmersion en el fluido: de que se sigue que el peso de un volúmen de fluido igual al del sólido es igual á la diferencia de peso del sólido pesado en el aire y en el fluido; y de consiguiente que la gravedad específica de un sólido es á la gravedad específica de un fluido, como el peso del sólido pesado en el aire es á la diferencia del mismo pesado en el aire y en el fluido Si este fluido es agua comun, y si su gravedad específica se toma por unidad, como generalmente se hace para mayor comodidad, se hallará la gravedad específica del sólido dividiendo su peso en el aire por la diferencia de su peso en aire y agua.

Para ilustrar esto con un ejemplo, supóngase que se pide la gravedad específica de un pedazo de cobre: se pesa primero en el aire; supóngase que pesa 36 gramos; se pesa en seguida en el agua; si pesa 32 gramos, la diferencia entre estos dos números es 4; divídase 36 por 4, y el cociente nueve espresa la gravedad específica del cobre con relacion á la del agua que se ha tomado por unidad.

280. Si el sólido cuya gravedad específica se intenta conocer es menos pesado que el agua, es menester unir á este sólido un cuerpo cuya gravedad específica sea tal que la union de los dos forme un compuesto mas pesado que el agua. Pesando en seguida separadamente en el aire el cuerpo mas pesado, y el compuesto de los dos, y haciendo la misma operacion en el agua, el cálculo se saca asi: réstese el peso del sólido mas grave pesado solo en el agua del peso del mismo pesado solo en el aire; el residuo será el peso de un volúmen de agua igual al del sólido. Réstese en seguida el peso del compuesto pesado en agua del peso del mismo pesado en aire; el residuo será el peso del volúmen de agua igual al del compuesto. Réstese en seguida el primer residuo del segundo, la diferencia será el peso del volúmen de agua igual al del sólido mas ligero; luego el peso de este último volúmen de agua será al peso del sólido ligero, como la gravedad específica del agua es á la del sólido; y de consiguiente supuesta la gravedad específica del agua igual á la unidad, la gravedad específica del sólido menos pesado que el agua es igual al cociente del número que espresa el peso del sólido ligero dividido por el número que espresa el peso de un igual volúmen de agua.

Sea por ejemplo, un pedazo de álamo negro que es específicamente menos grave que el agua, y del que se proponga determinar la gravedad específica. Si el pedazo de álamo pesa 15 gramos en el aire, y para formar un compuesto de mayor gravedad específica se le ha habido de añadir un pedazo de cobre de peso de 18 gramos en el aire, y de 16 en el agua, el compuesto pesará 33 gramos en el aire. Supóngase que el todo no pesa mas que 6 gramos en el agua, si restamos 16, esto es el peso del cobre en el agua, de 18 peso del mismo en el aire, se tendrá 2 por primer residuo, esto es por el peso del volúmen de agua igual al pedazo de cobre; de la misma manera restando 6, peso del compuesto en agua, de 33 peso del mismo en el aire, el segundo residuo 27 será el peso del volúmen de agua igual al compuesto: sustituyendo pues la primera resta 2 de la segunda 27, á saber el peso del volúmen de agua igual al pedazo de cobre del peso del volúmen de agua igual al compuesto, la diferencia 25 será el peso del volúmen igual al pedazo de madera, cuyo peso absoluto era de 15 gramos en el aire: de que se sigue que la gravedad específica del agua es á la del pedazo de madera, como 25 es á 15, ó como 1 á 0,6; y como se toma por unidad la gravedad específica del agua, 0,6

espresa la gravedad específica de la madera mas ligera que el agua.

281. Tomada por unidad la gravedad específica del agua, se le puede comparar la de un sólido cualquiera y de consiguiente conocer la relacion de gravedades específicas de todos los cuerpos sólidos. Para que esta relacion sea exacta es menester que la unidad sea constante é invariable. Por esta razon se emplea siempre para la determinacion de las gravedades específicas el agua destilada, libre por este medio de las sustancias heterogéneas que alteran su pureza. Reducida á sí á su estado de homogeneidad, el agua es en todas partes la misma, y ofrece la preciosa ventaja de unidad invariable sacada de la misma naturaleza.

282. Las sustancias salinas son solubles en el agua, por lo que este líquido no puede servir de intermedio para determinar su gravedad específica; en este caso se emplea un fluido tal como el alcohol, que no disuelva las sustancias salinas. Asi se halla la relacion entre la gravedad específica del fluido y la del sólido, y como se conoce ya anteriormente la relacion de la del alcohol al agua se halla con facilidad la razon de esta gravedad entre una sustancia salina, y el agua.

283. Las operaciones mecánicas para determinar las gravedades específicas de los sólidos se reducen pues á pesarlos en el aire, y despues en agua por medio de una balanza hidrostática. Este trabajo es largo y cansado, pero indispensable. Puédese no obstante abreviar cuando se trabaja sobre pequeñas masas por medio de un instrumento inventado por *Nicolsom*.

284. Este instrumento A (fig. 44) consiste en un cilindro de hoja de lata de cerca 108 milímetros (4 pulgadas) de altura, sobre 27 milímetros (1 pulgada) de diámetro. En el centro de la base inferior del cilindro hay un gancho del que se suspende por su asa un pequeño cubo lastrado con plomo: en el centro de la base superior hay una varilla metálica, marcada con una señal en su parte media, y puesto encima de ella un pequeño platillo de hoja de lata destinado á recibir pesos; de manera que estando el instrumento sumerjido en agua y abandonado á sí mismo la señal marcada en la varilla esté á una cierta altura encima la superficie del líquido. ¿Quiérese pesar un cuerpo en el aire? Se sumerje el cilindro en agua, y se ponen pesos conocidos en el platillo hasta tanto que la señal haya bajado al nivel del agua. Se retiran los pesos, se coloca el cuerpo en el platillo, y se le añade el número de pesos suficiente para hacer bajar de nuevo la señal á flor de agua: réstanse estos últimos pesos de los precedentes y la diferencia da el peso del cuerpo pesado en el aire. Retírase del agua el instrumento, y se vuelve despues á sumerjir habiéndole puesto en el cubo el cuerpo: este por su inmersion pierde una parte de su peso igual al volúmen de agua que desaloja; de consiguiente es menester añadir nuevos pesos en el platillo para que la señal puesta en la varilla vuel-

va á bajar al nivel del agua: estos nuevos pesos representan la pérdida de peso que ha sufrido el cuerpo en el agua, y de consiguiente el peso del volúmen de agua desalojado. Por este medio se conoce la gravedad específica del cuerpo, esto es la relacion que hay entre su peso y el de un igual volúmen de agua.

285. Por el intermedio de un fluido tal como el agua comparamos las gravedades específicas de los sólidos. La comparacion de las gravedades específicas de los fluidos se hace con la misma facilidad con el intermedio de un sólido. Un cubo de cobre de 27 milimetros (1 pulgada) de superficie sirve ordinariamente á este fin. Suspéndese de una clin que se ata en el gancho de uno de los platillos de la balanza hidrostática, pónese en equilibrio con determinadas pesas colocadas en el otro platillo: en seguida se sumerje el pequeño cubo en el fluido cuya gravedad específica se intenta determinar, y al instante se pierde el equilibrio inclinándose la balanza al platillo opuesto. Restablécese el equilibro añadiéndole pesos, los que son la exacta medida de la pérdida que en su peso esperimenta el pequeño cubo por su inmersion en el fluido; y de consiguiente un volúmen de fluido igual al del pequeño cubo pesa tanto como la cantidad de pesas que se ha debido añadir al platillo para restablecer el equilibrio. Si en seguida se pone el pequeño cubo en otro fluido cuidando que la temperatura sea la misma, se hallará de la misma manera la gravedad específica de este fluido, y por consiguiente se determinará la relacion de las gravedades específicas de diferentes fluidos.

El método que se acaba de esponer es sin disputa el mas exacto y riguroso: no obstante que no será inútil decir algo de muchos otros medios que se han inventado para comparar las gravedades específicas de diferentes fluidos.

286. Tómase un vaso abierto, y despues de haberlo pesado se llena de algun fluido, y se pesa de nuevo. Se vacía el vaso; se llena de otro fluido y se pesa como se ha dicho antes; las gravedades específicas son en este caso como los pesos hallados. Este método es muy simple, y seria bueno si fuera posible tener por este medio volúmenes iguales de fluidos diferentes. Cuando se llena un vaso de un fluido, la superficie del fluido es siempre cóncava ó convexa; cóncava si el fluido moja el vaso, y convexa si el vaso no es mojado por el fluido. En el primer caso el vaso no es lleno; en el segundo el vaso es mas que lleno. Este medio es pues insuficiente para obtener volúmenes iguales de diferentes fluidos; no obstante es empleado por los químicos, y para precaver el inconveniente que presenta se sirven de una botella cuyo orificio es muy estrecho; pero la fuerza atractiva del vidrio siendo diversa para fluidos diferentes resultan nuevos inconvenientes que obligan á despreciar este método cuando se buscan resultados exactos.

287. Puédense aun determinar las gravedades específicas de los flui-

dos por medio de un tubo corvo: échase mercurio en el tubo de manera que su parte inferior quede llena. Échase un fluido en uno de sus brazos, y otro fluido en el otro hasta tanto que el mercurio en los dos brazos esté en la misma línea horizontal. Las alturas á que corresponden los dos fluidos en sus respectivos brazos estan en razon inversa de sus gravedades específicas. El mercurio que se echa en la parte inferior del tubo corvo impide que los fluidos se mezclen. A pesar de tal precaucion este método es defectuoso, 1.º porque no se pueden apreciar con rigor las pequeñas diferencias; 2.º porque los diferentes fluidos son diferentemente atraidos por las paredes del tubo, lo que hace que no se puedan determinar con precision sus verdaderas alturas.

288. Hay tambien otro medio de determinar las gravedades específicas de los fluidos. Este está fundado en que si se echa un mismo cuerpo en fluidos de diferente densidad se sumerje en tanta mayor cantidad cuanto el fluido es mas ligero, y tanto menos cuanto el fluido es mas pesado.

289. Este instrumento conocido bajo el nombre de *areómetro* está compuesto (fig. 43) de una esferilla delgada B de vidrio, formada al soplete, y de un tubo cilíndrico AC dividido en partes iguales. Bajo de esta bola hay otra pequeña esferilla S, que está lastrada con plomo ó mercurio de manera que el todo sea mas ligero que los fluidos cuyas gravedades específicas se quieren comparar. Si el peso del areómetro es tal que se sumerja en el agua hasta E, se sumerjerá mas en fluidos mas ligeros: su inmersion en el vino se señalará en el punto F, y en el alcohol en el punto G; pero si se pone en fluidos mas pesados que el agua su inmersion no será tanta, y por consiguiente en la cerveza no se sumerjerá mas que hasta D, y siempre será menor cuanto mayor sea la densidad del fluido en que se ponga. Este método es simple, pero no es riguroso; puede servir para conocer si un fluido es mas ó menos pesado que otro con quien se compare, pero no se puede valuar la cantidad: para esto seria preciso conocer exactamente la relacion del tubo cilíndrico AC á las esferas B y S, lo que es imposible. Seria menester á mas de esto que el tubo AC fuese perfectamente cilíndrico, lo que no se obtiene jamas.

290. El areómetro de *Farenheit* tiene la ventaja de examinar volúmenes iguales de fluidos diferentes, y de consiguiente de dar á conocer la razon exacta que hay entre sus gravedades específicas. Este consiste en una pequeña botella hueca de vidrio delgado B (fig. 46), cuyo cuello AC, que es muy estrecho, tiene encima un platillo DE destinado á recibir pequeños pesos. En la parte inferior de la botella está adaptada una pequeña esfera de vidrio hueca en la que se ha puesto un poco de mercurio. El cuello de la botella está marcado con la señal *a*. Para hacer uso de este areómetro es menester empezar conociendo exactamente su peso que se señala regularmente, á fin de no olvidarlo, encima

del platillo. En seguida se pone en agua destilada, y cargándole de pesos se hace sumergir hasta á la señal *a*. La suma de los pesos que se han puesto en el platillo para efectuar la inmersion, añadida al peso del areómetro, da exactamente el peso del volúmen de agua desalojado. Practicando la misma operacion en otro fluido, se tiene con la misma exactitud el peso del volúmen de este fluido desalojado por el areómetro. A mas de esto los dos volúmenes son evidentemente iguales, porque el areómetro ha sido sumerjido á igual profundidad en los dos fluidos. Asi pues se conoce la razon de los pesos de volúmenes iguales de fluidos de diferente densidad, y por consiguiente la razon de las densidades ó gravedades específicas.

291. Las ventajas consecuentes al conocimiento de las gravedades específicas son evidentes. Este ofrece al naturalista caractéres distintivos para clasificar los cuerpos que constituyen el objeto de sus indagaciones. Con este conocimiento apreciamos las diferencias entre dos cuerpos de un mismo nombre; juzgamos de la bondad de las materias de que la química y la medicina hacen un uso continuado. Sirve para garantirse de las artimañas de charlatanes y bribones, porque ofrece un medio infalible de conocer las ligeras variaciones que distinguen las piedras finas de las que no lo son. Puédese en fin con el auxilio de las gravedades específicas descubrir del modo siguiente la proporcion en que se hallan muchas sustancias en una liga.

292. Dada la gravedad específica de una masa compuesta de dos cuerpos diferentes, dada tambien la gravedad específica de cada uno da estos cuerpos, si son puros, hallar cuanto hay de cada uno de estos en la masa compuesta.

Supóngase que haya en la masa dos especies de cuerpos de los que llámese el uno A, y el otro B. Llamaré V el volúmen del primero, u el volúmen del segundo; la gravedad específica del primero D, y d la gravedad específica del segundo; la gravedad específica de la masa compuesta se llamará e. Sea el peso de $A=P$, y el peso de $B=p$.

El peso de un cuerpo es igual al producto de su volúmen por su gravedad específica. Luego $P=VD$, y $p=ud$. El peso de la masa compuesta es igual á su gravedad específica multiplicada por la suma de dos volúmenes de las masas componentes. Luego es $Ve+ue$; pero el peso de la masa compuesta es igual á la suma de los pesos de las masas componentes; luego $Ve+ue=DV+ud$; luego $VD-Ve=ue-ud$; por consiguiente $D-e:e-d::u:V$. Asi pues se tiene la razon de los volúmenes de las masas componentes; y de consiguiente la razon de los pesos multiplicando los volúmenes por las gravedades específicas.

Hieron rey de Siracusa dió á su platero *Demetrio* 9,3006 kilogr. (19 lib.) de oro, para que le construyera una corona. *Demetrio* le entregó una corona que pesaba 9,3006 kilógramos. El rey sospechaba de la fidelidad del artífice, pidió á *Arquímedes* si sabia algun medio para

confirmar ó destruir su sospecha. *Arquímedes* descubrió el fraude del artífice por medio del problema cuya solucion se acaba de dar; y halló tambien la proporcion en que se habian mezclado la plata y el oro en la fabricacion de la corona.

La gravedad específica del oro es 19, la de la plata es $10\frac{1}{3}$. Supóngase que se halló que la de la corona era 17: en esta suposicion $e=17$, $D=10\frac{1}{3}$, $d=19$; luego $D-e=6\frac{2}{3}$, y $e-d=-2$; por consiguiente $-6\frac{2}{3}:-2::u:V$; luego $2u=6\frac{2}{3}V$, luego $6u=20V$; luego $3u=10V$, lo que nos da la razon de los volúmenes. Para tener la razon de los pesos es menester multiplicar los volúmenes por las gravedades específicas, lo que da por el peso de la plata $3\times10\frac{1}{3}$, y por el peso del oro 10×19; por consiguiente el peso de la plata es al del oro en la corona $::31:190$, y el peso de la plata es al peso total $::31:221$.

La resolucion de este problema se funda en la hipótesis que el oro y la plata en sus aligaciones conservan su volúmen entero.

293. Por ser el conocimiento de las gravedades específicas tan precioso para el físico, exije de su parte mucha atencion en esta especie de indagaciones.

Debe saber 1.º que la gravedad específica de cuerpos de una misma especie varía segun el lugar en que se han buscado, y de consiguiente que debe en el resultado que espone, notar el clima en que se han formado aquellos cuerpos.

2.º Los diferentes grados de heterogeneidad de las partes de un cuerpo dan diferencias muy sensibles en los resultados.

3.º Es menester reducir á la misma temperatura todos los cuerpos cuya gravedad específica se quiera examinar. Durante el calor del verano un cuerpo tiene mayor volúmen que en el rigor del invierno; de que se sigue que en verano desaloja mayor volúmen de agua que en invierno, y asi su gravedad específica es diferente en estas dos estaciones del año.

4.º Antes de sumerjir en agua destilada el cuerpo cuya gravedad específica se indague, es importante quitarle con una pluma, ó un pincelillo la capa atmosférica que está adherida en su superficie con tanta mayor fuerza cuanta mayor es la atraccion del cuerpo para este fluido; sin esta precaucion el volúmen de agua desalojada seria mayor que el volúmen real del cuerpo.

5.º En los esperimentos delicados es menester atender á la presion atmosférica.

6.º Es necesario en fin tener una balanza muy fina, que estando en equilibrio sin peso vuelva á él siempre que se la ponga en movimiento: es menester á mas de todo esto tener pesos determinados con la mayor precision.

Con todas estas precauciones puede uno esperar la formacion de una tabla fiel de las gravedades específicas.

Tabla que manifiesta las relaciones que hay entre las gravedades específicas de diferentes sustancias comparadas con la del agua destilada, que se espresa por 10000.

1.º *Sustancias metálicas.*

Oro de 24 quilates, fundido sin forjar,	192581
Oro de ley de Paris ó de 22 quilates, *idem*,	174863
Plata de 12 dineros fundida sin forjar,	104743
Plata de ley de Paris ó de 11 dineros 10 granos, *idem*,	101752
Platina sucia en granito,	156017
Platina purificada, fundida,	195000
Cobre rojo fundido, sin forjar,	77880
Hierro fundido,	72070
Hierro forjado en barra batido y sin batir,	77880
Acero sin templar y sin batir,	78331
Estaño puro de Cornuailles, fundido y sin batir,	72914
Plomo fundido,	113523
Zinc fundido,	71908
Antimonio fundido,	67021
Arsénico fundido,	57653
Mercurio vivo,	135681
Cinabrio oriental,	69022

2.º *Piedras preciosas.*

Diamante oriental blanco,	35212
Rubí oriental,	42833
Topacio rojo de Almaden,	40106

3.º *Piedras silíceas.*

Cristal de roca límpio de Madagascar,	26530
Cuarzo cristalizado,	26546
Asperon para solar,	24158
Ágata oriental,	25901
Ágata onix,	26375
Calcedonia,	26156
Cornerina,	26137
Piedra de chispa blanca,	25941
Piedra de chispa negra,	25817
Jaspe verde claro,	23587
Jaspe pardo,	26911

4.º *Piedras varias.*

Alabastro oriental blanco antiguo,	27302
Mármol de Borbon-l'Ancy,	26957
Mármol llamado brecha de Alepo,	26867
Piedra de St. Leu del camino de St. Leu,	16593
Piedra de Liais,	20778
Espato pesado gris, dicho piedra de Bolonia,	44409
Espato fluor blanco,	31555
Granito rojo de Egipto,	26541
Granito rojo del Delfinado,	26431
Piedra pomes,	9145
Porcelana de Sevres,	21457
Azufre nativo,	20332
Azufre fundido,	19907

5.º *Licores.*

Agua destilada,	10000
Agua del Sena filtrada,	100015
Vino de Borgoña,	9915
Vino de Burdeos,	9939
Alcohol del comercio,	8371
Alcohol muy rectificado,	8293

6.º *Aceites.*

Aceite de olivas,	9153
Aceite de nueces,	9227
Aceite de lino,	9403
Aceite de navina,	9193

7.º *Gomas, Resinas y Gorduras.*

Resina amarilla ó blanca de pino,	10727
Sandaraca,	10920
Goma arábiga,	14523
Opio,	13365
Cera amarilla,	9648
Cera blanca,	9686
Sebo,	9419
Unto de cerdo,	9368
Lardo,	9478
Manteca,	9423

8.º *Maderas.*

Encina de sesenta años, su corazon	11700
Alcornoque,	2400
Álamo negro, su tronco,	6710
Fresno, el tronco,	8450
Haya,	8520
Álamo blanco,	8000
Arce,	7550
Nogal de Francia,	6710
Sauce,	5850
Tilo,	6040
Abeto macho,	5500
Abeto hembra,	4980
Chopo,	3830
Manzano,	7930
Peral,	6610
Ciruelo,	7850
Guindo,	7150
Avellano,	6000
Box de Francia,	9120
Vid,	13270
Saúco,	6950
Jazmin de España,	7700
Guayaco,	13330
Ébano de América,	13310
Palo rojo del Brasil,	10310
Palo campeche,	9130
Cedro,	5960
Naranjo,	7050
Limonero,	7263

9.º *Aires ó gases.*

Aire atmosférico,	0,46005
Gas oxígeno,	0,50694
Gas hidrógeno,	0,03539
Gas ácido carbónico,	0,68985
Gas amoniaco,	0,27488

CAPÍTULO IV

DE LAS CIRCUNSTANCIAS QUE ACOMPAÑAN LA EVACUACION DE UN VASO ENTRETENIDO Ó NO CONSTANTEMENTE LLENO.

294. Las leyes que presiden en el movimiento de los líquidos han escitado la sagacidad de los mas hábiles geómetras; pero los resultados de sus laboriosas indagaciones no han sido aun útiles en las necesidades de la práctica, sea porque las elegantes fórmulas que las representan por la naturaleza del objeto sean muy complicadas, sea porque casi todas ellas esten fundadas sobre principios que no tienen mas que una existencia hipotética.

En esto como en todo lo demas, el físico debe adelantar con el aúsilio de la esperiencia y la teoría. Esta ilustra la esperiencia, la que en su lugar anima la teoría, sacándola del órden de los seres producidos solamente por la imaginacion, y desconocidos de la naturaleza.

Primer esperimento. Llénese de agua el vaso ABCD (fig. 47) cuyo fondo BD esté en situacion horizontal, y sea atravesado por el agujero G. La esperiencia hace ver, 1.º que todas las moléculas comprimiéndose mutuamente, tienen una tendencia hácia al orificio; 2.º que bajan con velocidades sensiblemente verticales é iguales, hasta que hayan llegado á una ciertà distancia del fondo; 3.º que no obstante la tendencia de las moléculas hácia al orificio, la superficie del líquido queda siempre horizontal, alomenos hasta á una pequeña distancia del orificio, como se verá en lo sucesivo; 4.º que sucede lo mismo cuando el líquido sale por una abertura lateral D. Todas las moléculas bajan al principio por la vertical, dirigiéndose despues al orificio, y la superficie superior del fluido queda siempre horizontal.

Esto puesto, imaginemos que el líquido del vaso ABCD sale por el orificio G dividido en una infinidad de secciones AC*ca*, RS*sr*, etc., por superficies planas ó curvas infinitamente aproximadas y perpendiculares á las direcciones de las partículas del líquido. Sea *pqgf* el pequeño prisma de agua que sale durante el instante en que la superficie AC baja en *ac*, la superficie RS en *rs* etc. Este prisma es evidentemente igual á cada una de las capas AC*ca*, RS*sr*, etc.; porque á medida que el fluido sale del vaso es necesariamente reemplazado por un prisma igual sin lo que se formarian vacíos entre sus moléculas, siendo evidente que su estrema movilidad no puede permitir la existencia de tales vacíos: luego la superficie de la base de cualquiera de estas capas es á la superficie de la base del pequeño prisma, esto es á la superficie del orificio, como la altura del pequeño prisma es á la altura de cualquiera de estas capas; pero sus alturas representan espacios corridos en el mis-

mo tiempo; luego espresan las velocidades medias; luego la velocidad media de una capa cualquiera, tomada en lo interior del líquido, es á la velocidad media del líquido en la salida del orificio, como la superficie del orificio es á la superficie de una de las bases de la capa propuesta.

295. Síguese de aqui que si el orificio es infinitamente pequeño con relacion á las bases de cada una de las capas iguales de que se compone el líquido contenido en el vaso, la velocidad media de las diferentes capas interiores será infinitamente pequeña con relacion á la velocidad media del líquido en la salida del orificio.

296. La velocidad de un líquido en su salida de un vaso cualquiera ABCD (fig. 48) por un orificio infinitamente pequeño pq, es igual á la raiz cuadrada de la altura vertical del líquido encima del orificio.

Un cuerpo que abandonado á su gravedad bajara verticalmente desde el plano del nivel del líquido hasta el orificio, habria adquirido al fin de su caida una velocidad igual á la raiz cuadrada del espacio corrido, esto es, de la altura vertical del líquido encima del orificio (n.º 58). Basta pues demostrar que la velocidad de un líquido que sale por un orificio infinitamente pequeño es igual á la que adquiriria un cuerpo que cayera libremente del plano del nivel del líquido al orificio.

Concíbase el líquido contenido en el vaso ABCD dividido en una infinidad de secciones iguales por planos perpendiculares á sus direcciones. Las velocidades medias de las capas interiores serán infinitamente pequeñas con relacion á la velocidad del líquido en su salida del orificio pq (n.º 295); pero segun las leyes de la gravedad, si todas las moléculas del líquido cayeran libremente, bajarian todas con la misma velocidad; luego puesto que las capas superiores al orificio pierden la velocidad que naturalmente les imprime la pesadez, el pequeño prisma líquido $pqgf$ que sale cada instante se halla apretado por el líquido superior, como lo seria un cuerpo cualquiera que se pusiese en el orificio para impedir el derramen. La presion que ejerce el líquido superior en el orificio sobre el pequeño prisma $pqgf$ se compone pues de la altura hg, de la base pq, y de la gravedad específica ó de la densidad del líquido que se espresará por d (n.º 253), y de consiguiente la presion de que se trata puede ser representada por $d \times hq \times pq$.

Supóngase que en el instante que la presion $d \times hq \times pq$ hace salir al pequeño prisma líquido $pqgf$, el solo peso absoluto de un prisma $pqxy$ del mismo líquido que se puede espresar por $d \times pq \times qx$, haga correr la pequeña altura qx á este mismo prisma mirado como inmóvil al principio de su movimiento. Es claro que las presiones $d \times hg \times pq$, $d \times pq \times qx$ siendo proporcionales á las cantidades de movimiento á que dan origen, si llamamos V, y u las velocidades que imprimen á las masas $pqgf$, $pqxy$, tendremos $d \times hg \times pq : d \times pq \times qx :: pqgf \times V : pqxy \times u$; pero las masas de los prismas $pqgf$, $pqxy$ son entre sí como los volúmenes, es

decir como los productos de su base comun pq por sus alturas respectivas, pues que la densidad es la misma; las alturas son los espacios corridos en tiempos iguales, y por consiguiente representan las velocidades; por lo que sustituyendo en lugar de la masa de cada pequeño prisma el producto de su base por su velocidad, tendremos....... $dxhqxpq : dxpqxqx :: pq \times V \times V : pq \times u \times u$: luego $hq : qx :: V^2 : u^2$, ó bien $hq : V^2 :: qx : u^2$. Llámese y la velocidad que adquiriria un cuerpo cayendo libremente de la altura hq, tendremos (n.º 58), $qx : u^2 :: hq : y^2$; por lo que por una consecuencia de razones iguales $hq : V^2 :: hq : y^2$: luego $V^2 = y^2$: luego $V = y$: luego la velocidad V del líquido en su salida del orificio es igual á la velocidad y que adquiriria un cuerpo cayendo libremente de la altura hq del líquido sobre el orificio; luego etc.

La ley que se acaba de establecer relativamente á la velocidad de las evacuaciones, se funda en el principio que el líquido saliendo por el orificio es impelido por el peso total de la columna correspondiente; y este principio solo es exactamente verdadero, cuando el orificio es infinitamente pequeño: porque concíbase el fondo de un vaso prismático vertical lleno de agua instantáneaménte aniquilado, es claro, segun la ley de la gravedad, que la capa del fondo no esperimentará accion alguna de las capas superiores, y que todas bajarán con la misma velocidad: de que se sigue que la capa del fondo no sobrelleva el peso total de la columna superior sino cuando las capas superiores pierden sus velocidades; lo que no tiene lugar sino cuando el orificio es infinitamente pequeño.

297. Importa con todo atender á que si un orificio horizontal, aunque finito, es pequeño con relacion á la anchura del vaso que encierra al líquido, su velocidad al salir del orificio es muy sensiblemente la misma que si este orificio fuera infinitamente pequeño, pero en este caso su velocidad no es enteramente producida por la presion de la columna superior. Cada partícula obedece al mismo tiempo al impulso de su propia gravedad, y á la accion de las partículas contiguas la que está continuamente ausiliada ó contrariada por su mutua adherencia. Es fácil concebir que todas estas fuerzas pueden combinarse entre sí de manera que la velocidad que resulta en el líquido al salir del orificio, sea la misma que si fuera producida esclusivamente por la presion de la columna superior; y la esperiencia hace ver que esta combinacion tiene lugar en la naturaleza.

Segundo esperimento. Tómese un vaso de altura de 42 decimetros (13 pies), cuyo fondo esté atravesado por un tubo cilíndrico de 6 milimetros (3 líneas) de diámetro, y de 16 milimetros (7 líneas) de longitud. En el espacio de un minuto salen por este tubo 180 decimetros cúbicos de agua (905 pulgadas cúbicas). Si se concibe esta agua mudada en una columna, cuyo diámetro sea igual al de la abertura del pequeño tubo, será en este caso de la longitud de 4989 decimetros

(1536 pies); y de consiguiente la primera capa de fluido sale con una velocidad que le puede hacer correr en un minuto 4989 decimetros (1536 pies). Cuando un grave cae libremente de la altura de 39 decimetros (12 pies) adquiere una velocidad con la que puede correr en un minuto el espacio de 4850 decimetros (1493 pies); pero si cae de la altura de 42 decimetros (13 pies) adquiere una velocidad con la que puede correr en un minuto 5457 decimetros (1680 pies): de que se sigue que el agua que sale del orificio por la presion de una columna del mismo líquido de altura de 42 decimetros (13 pies), tiene mayor velocidad que el cuerpo que ha caido de la altura de 39 decimetros (12 pies), y que la tiene menor que el cuerpo que cae de la altura de 42 decimetros (13 pies). Esta diferencia es originada del roce que sufre el agua al salir por la abertura del tubo.

298. Si se tienen dos vasos de diferente altura llenos de un mismo fluido, cuyos fondos esten atravesados de agujeros iguales, la cantidad de fluido que saldrá en tiempos iguales será como la raiz cuadrada de la altura del fluido encima de los orificios.

Supuesto el mismo tiempo y el mismo diámetro de los orificios la cantidad de fluido vaciado debe ser evidentemente como la velocidad del fluido que sale, y de consiguiente como la raiz cuadrada de la altura del fluido encima de los orificios. El esperimento que sigue atestigua esta verdad.

Tercer esperimento. Tómese un tubo de longitud de 1,299 metros (4 pies), en cuya parte superior se pone un tazon, el que en su interior tiene una señal á fin de conocer con precision la altura del fluido. El tubo está agujereado de dos orificios enteramente iguales; el uno está á 324 milimetros (1 pie) del estremo superior, el otro á la distancia de 1,299 metros (4 pies); en fin el uno se cierra cuando el otro se abre. Si se recoje el agua que se ha vaciado por el orificio superior en un minuto, y en seguida la que ha salido por el orificio inferior en el mismo tiempo, la última se halla ser doble de la primera; fuera de esto, la velocidad del agua que sale por el orificio inferior es el duplo de la velocidad del agua que sale por el orificio superior (n.º 296); pero la cantidad de agua que se ha vaciado es como la velocidad con que ha salido; de consiguiente la cantidad de fluido que sale por sus orificios iguales en el mismo tiempo es como la raiz cuadrada de la altura del fluido que se halla encima de los orificios.

299. Si se tiene un vaso de una dada altura, que esté mantenido constantemente lleno, y se taladra su fondo por un orificio de magnitud conocida, midiendo con exactitud la cantidad de fluido que se evacúa por este orificio en un determinado tiempo, se podrá saber que cantidad del mismo fluido saldrá en un tiempo dado de otro vaso entretenido constantemente lleno, de diferente capacidad y altura, mientras que su fondo tenga un orificio de igual diámetro al del primer

vaso. Si el uno de estos vasos tiene un metro de altura, y el otro cuatro metros, suponiendo que salen del primero 6 kilógramos de agua (196 onzas) en un minuto, saldrán del segundo 12 kilógramos (392 onzas) en el mismo tiempo; porque las cantidades de fluido que se evacúan en tiempos iguales de orificios iguales, son como las raices cuadradas de las alturas del fluido que se halla encima de los orificios.

300. Si el vaso ABCD (fig. 49) se mantiene constantemente lleno, sale por el orificio F, prescindiendo de los ostáculos, una columna de fluido cuya longitud es dos veces la de EF, en el tiempo que un cuerpo que caiga libremente corre la altura EF del fluido.

El fluido que sale por el orificio F se mueve con una velocidad igual á la que ha adquirido en el fin de su caida un cuerpo que caiga libremente de E á F (n.º 296). A mas de esto el fluido mana siempre con la misma velocidad, cuando el cuerpo que cae de E á F desde que deja su estado de reposo se mueve siempre con un movimiento uniformemente acelerado; y el espacio corrido con un movimiento uniformemente acelerado es la mitad del espacio corrido con un movimiento uniforme durante el mismo tiempo, y con la velocidad adquirida en el fin de la aceleracion (n.º 59).

301. Si se tienen dos vasos de igual altura, llenos del mismo líquido cuyos fondos tengan agujeros desiguales, las cantidades de fluido que saldrán en el mismo tiempo serán evidentemente como las areas de los orificios. Todos los esperimentos hechos con agua atestiguan esta verdad.

302. Supuesto todo igual, á escepcion del tiempo, es cierto que las cantidades de fluido que salen son como los tiempos; y de consiguiente estas cantidades están siempre en razon compuesta de los tiempos, de las areas de los orificios, y de las raices cuadradas de las alturas del fluido puesto encima del orificio.

303. En los vasos que no se mantienen constantemente llenos, la velocidad, mientras el fluido mana, muda en cada instante: por lo que es menester atender á esta mudanza de velocidades en la comparacion de los tiempos en que diferentes vasos se vacían.

304. Los tiempos en que vasos cilíndricos de los mismos diámetros y alturas se vacían por orificios desiguales, estan entre sí en razon inversa de las areas de los orificios.

Concíbase que el vaso ABCD (fig. 50) está dividido en columnas de igual espesor, y que su diámetro sea igual al orificio E; concíbase tambien que el vaso FGHL (fig. 51) sea tambien dividido en columnas de la misma altura, en los dos vasos correrán sus alturas en el mismo tiempo; de que se sigue que el tiempo de la evacuacion del vaso ABCD será al tiempo de la evacuacion del vaso FGHL, como el número de columnas en ABCD es al número de columnas en FGHL; pero su número está en razon inversa de las bases, esto es de las areas de

los orificios E y K; luego los tiempos de la evacuacion de estos vasos son en razon inversa de las areas de los orificios.

305. Cuando vasos cilíndricos desiguales tienen igual altura, se vacían por orificios iguales en tiempos que estan entre sí como las bases de los cilindros. Sean los dos vasos cilíndricos ABCD, EFGH (fig. 52 y 53) de la misma altura y de diferente diámetro, llenos del mismo fluido y agujereados en sus bases por los orificios P y O. Concíbanse estos vasos divididos en columnas, cuyos diámetros sean entre sí como los de los orificios. Por tener todas estas columnas la misma altura, se puede cada una de ellas vaciar en el mismo tiempo, y por consiguiente el tiempo de la evacuacion del vaso ABCD es al tiempo de la evacuacion del vaso EFGH, como el número de columnas en ABCD es al número de columnas en EFGH; pero su número es como las bases de los cilindros: luego los tiempos de la evacuacion son como las mismas bases.

306. Si vasos cilíndricos tienen iguales bases y alturas diferentes se evacuarán por orificios iguales en tiempos que estarán entre sí en razon de las raices cuadradas de sus alturas.

Supóngase que los vasos cilíndricos ABCD, EFGH (fig. 54 y 55), no se diferencien mas que por sus alturas, las que sean entre sí como 4 á 1. En esta suposicion, la velocidad con que el fluido empieza á salir del vaso que tiene mayor altura será á la velocidad del segundo, como 2 es á 1 (n.º 295); y de consiguiente la cantidad de fluido que se habrá evacuado en el mismo tiempo será tambien como 2 es á 1. Esta misma razon tiene siempre lugar hasta que el fluido se acabe de evacuar en cada vaso; de que se sigue que es menester un tiempo doble para que la cantidad de fluido que se ha vaciado del primer vaso sea á la del segundo como 4 á 1; pero las cantidades de fluido contenidas en estos dos vasos son como 4 á 1; luego los tiempos de la evacuacion son como 2 á 1, es decir como las raices cuadradas de las alturas.

Cuarto esperimento. Tómense tres vasos cilíndricos A, C, B, (fig. 56) del mismo diámetro, cuyas alturas sean como 1, 3, 4; tengan cada uno una incision en su parte superior por la que pueda derramarse el líquido siempre que sobrepuje á una cierta altura, cual debe tomarse por altura del vaso. Los fondos de los vasos A y B, cuyas alturas estan en la razon de 1 á 4 tienen orificios iguales. Llénense de agua y ábranse los orificios en un mismo instante. Si el agua que sale de B cae en el vaso C, este se llenará en el tiempo que A se vacía: conteniendo el vaso C los tres cuartos de B, es claro que la cuarta parte que resta se vacía en el mismo tiempo que el vaso A, y de consiguiente que el vaso A se vacía dos veces en el mismo tiempo que B se vacía una vez.

307. De aqui se sigue que los tiempos en que se evacúan cuales-

quiera vasos cilíndricos estan en razon compuesta de las bases, de las raices cuadradas de las alturas, y de la inversa de las áreas de los orificios.

308. Estos principios nos conducen á la determinacion del modo como vasos cilíndricos ó prismáticos llenos de algun fluido se evacúan por orificios abiertos en sus fondos.

309. Suponiendo el tiempo de la evacuacion dividido en partes iguales, la altura del fluido que se evacúa en el último instante será 1; la del fluido que sale en el instante precedente será 3, y asi sucesivamente como la serie de los números impares empezando por la unidad.

310. A medida que el vaso se vacía, la columna que corresponde al orificio del vaso cilíndrico ó prismático pierde de su altura; de aqui viene que ejerce una presion menor sobre el fluido que se evacúa, y de consiguiente que las partes del fluido que van saliendo se mueven con un movimiento uniformemente retardado; los espacios corridos con movimiento uniformemente retardado siguen empezando por el último la serie de los números impares 1, 3, 5, 7 etc. (n.º 63): luego es menester que la altura del fluido que se evacúa de un vaso cilíndrico ó prismático en una sucesion de tiempos iguales empezando por el último instante siga los términos de la referida progresion.

Quinto esperimento. Tómese un ancho tubo de vidrio de longitud de 1,299 metros (4 pies), cuyo diámetro sea por todas partes el mismo, alomenos tanto como sea posible: adáptese á una de las estremidades del tubo una capa de cobre agujereada con un orificio muy pequeño: llénese este tubo de agua, y nótese en cuanto tiempo se vacía. Si el tiempo de la evacuacion es de 20 minutos, divídase la longitud del tubo en 400 partes iguales, y despues de haber llenado el tubo de agua la esperiencia hace ver que se evacúan en el primer minuto 39 partes poco mas ó menos de fluido, 37 en el segundo, 35 en el tercero, 33 en el cuarto, y asi sucesivamente hasta el último minuto en que solo se evacúa una de estas partes.

311. Es menester advertir que en esta parte la esperiencia no puede hallarse perfectamente de acuerdo con la teoría, por prescindir esta de las circunstancias que acompañan la evacuacion de algun fluido.

1.º Si se abre un agujero en el fondo de un vaso que contenga un fluido, todas las moléculas del fluido tienden hácia al orificio que es el punto en donde se halla la menor resistencia: esta tendencia que es al principio en direccion vertical en todas las moléculas toma á cierta distancia del orificio una direccion oblicua en las moléculas laterales. Su accion sobre el fluido que se evacúa se descompone en dos, una perpendicular al plano del orificio, que sola produce la evacuacion, otra paralela al plano que contrae la vena líquida. Esta contraccion sucede segun los esperimentos de *Newton*, hasta á una distancia del orificio que es igual poco mas ó menos á la mitad de su diámetro, y

el diámetro de la vena contraida es al diámetro del orificio un poco mas que como 3 á 4, ó como $3\frac{1}{2}$ á 4; de manera que su area es á la del orificio, como 10 á 16. El mismo físico halló que para medir con precision la cantidad de fluido que se evacúa por un determinado orificio, es menester contar como si el diámetro del orificio del fondo fuese igual al diámetro de la vena contraida, y tomar la altura de toda la columna desde la superficie del fluido en el vaso hasta al punto de la mayor contraccion de la vena líquida.

312. 2.º Para disminuir la resistencia que opone á la evacuacion la contraccion de la vena líquida, en lugar de hacer salir el fluido de un vaso por un orificio, se hace salir por tubos adicionales del mismo diámetro que el orificio. La contraccion tiene lugar en la entrada del fluido en estos tubos, pero no en su salida: de que se sigue que la adicion de los tubos disminuye la contraccion de la vena líquida, y favorece la evacuacion. Estas aserciones estan fundadas en un grande número de esperimentos. Véase á este fin la *Hidrodinamica* de Bossut.

313. 3.º La figura mas ventajosa que se puede dar á los tubos adicionales, para tener en un dado tiempo la mayor cantidad de fluido por un orificio determinado, es la misma que naturalmente toma el líquido al salir de un orificio hecho en una pared muy delgada, es decir, que es menester dar á este tubo la forma de un como truncado, cuya pequeña base tenga por diámetro el del orificio por el que se quiere se efectúe la evacuacion. Es menester ademas que la area de la pequeña base sea á la area de la grande como 10 á 16, y que la distancia de una base á la otra sea á poca diferencia igual al semidiámetro de la grande base. El resto de la longitud del tubo puede ser cilíndrico ó prismático; asi la evacuacion será tan abundante como la que sucedería por un orificio igual á la pequeña base abierto en una pared delgada y en que la vena fluida no sufriera contraccion alguna. Esta forma puede tener aplicaciones en la práctica, cuando se trata de derivar alguna cantidad de agua de algun rio, acueducto, por medio de un canal ó tubo lateral.

314. 4.º Entre las moléculas de un fluido que salen por orificios, algunas frotan contra sus paredes, lo que retarda su velocidad, al paso que las que se hallan en medio de la columna que se evacúa no esperimentan este roce; de esto resulta que el fluido se evacúa con velocidad desigual. Las moléculas intermedias que salen con mayor velocidad adhieren por su fuerza atractiva á las moléculas laterales que se mueven mas lentamente; la velocidad de estas con este motivo se acelera un poco, al paso que la de las otras es en parte retardada; esto hace que por los orificios se evacúa menor cantidad de líquido de la que deberia salir por los principios establecidos.

315. La contraccion de la vena fluida y el roce no son los solos ostáculos que se oponen á la evacuacion de los líquidos. Raras veces se

hallan tubos perfectamente rectos, y si se emplean tubos corvos, la resistencia aumenta con las corvaduras del tubo. El movimiento de los fluidos que se evacúan por orificios está sujeto á otras anomalías cuyas causas se darán á conocer hablando de los surtidores.

CAPÍTULO V.

DE LOS FLUIDOS EN LOS SURTIDORES

316. La velocidad de un líquido que sale por un orificio abierto en el fondo de un vaso es igual á la que habria adquirido un cuerpo cayendo libremente desde la superficie superior del fluido hasta al orificio, (n.º 296); y la velocidad que adquiere un cuerpo cayendo libremente de alguna altura es suficiente para hacerle remontar á igual altura de la que ha bajado, (n.º 63): de que se sigue que la velocidad de un fluido que sale por un orificio hecho en el fondo de un vaso puede hacerle subir á la altura del que el vaso contiene, con tal que por medio de un tubo de conduccion encorvado en su parte inferior se dé á su movimiento una direccion de abajo arriba.

317. Si el diámetro de la abertura por la que ha de salir el líquido es igual á la del tubo, el líquido no se elevará á la altura anunciada; 1.º porque el fluido adhiere á las paredes del tubo por su fuerza atractiva, lo que le impide de bajar libremente; 2.º porque el fluido esperimenta un roce considerable contra las paredes del tubo que retarda su caida é impide por consiguente al chorro de elevarse á la altura adonde llegaria.

318. Pero si se supone que el diámetro del tubo quedando el mismo, se disminuye el de la abertura del surtidor, el fluido se elevará á mucha mayor altura que en el caso precedente: su caida es en aquel caso menos rápida y de consiguiente las moléculas del fluido no esperimentan un roce considerable contra las paredes del tubo.

319. Importa pues que la abertura del surtidor sea algo mas estrecha que la del tubo; pero no por esto se ha de calcular que puesta esta condicion el fluido suba verticalmente hasta al plano del nivel del que llena el receptáculo, porque se oponen á esto muchas causas.

320. 1.º La velocidad con que un fluido salta en un surtidor disminuye cada instante, y la columna de fluido que sube está compuesta de partes que tienen diferente velocidad en diferente altura. Todas las partes de la columna que tiene el mismo diámetro, se mueven necesariamente con la misma velocidad: luego esta columna se ensancha cada instante á proporcion que la velocidad del fluido disminuye. Esta dilatacion reconoce por causa la impetuosidad del fluido que sigue, el que va siempre retardando su velocidad.

321. 2.° Cuando el fluido ha llegado tan alto como ha sido posible y ha perdido por consiguiente todo su movimiento se detiene en la parte superior de la columna; es sostenido un instante por el fluido que le sigue antes que se derrame por los lados. Durante este tiempo se retarda el movimiento del fluido que sigue, y este retardo se comunica á toda la columna. Se puede disminuir esta causa de retardo inclinando un poco la direccion del fluido. *Torriceli* ha hecho ver, y la esperiencia lo confirma, que un fluido que salta en un surtidor sube á mucha mayor altura, teniendo su direccion un poco oblicua sobre el horizonte que cuando es vertical; si bien que esta inclinacion disminuye mucho la hermosura del espectáculo, el que es siempre mas variado, y por consiguiente mas agradable á la vista cuando el fluido salta en direccion vertical.

322. 3.° El fluido que sale esperimenta en los bordes de la abertura del surtidor un roce que aumenta á medida que el diámetro de la abertura disminuye con relacion al diámetro del tubo; porque el roce del fluido que salta es como la circunferencia de la abertura, ó como su diámetro; pero la cantidad de fluido que sale por la abertura, es como la superficie de la abertura, es decir como el cuadrado de su diámetro: luego si el diámetro de una abertura es doble del de otra, el roce estará en la razon de 2 á 1, al paso que la cantidad de fluido estará en la razon de 4 á 1; de consiguiente la misma cantidad de fluido esperimenta en el segundo caso doble roce que en el primero. Es tambien evidente que aumentando la velocidad se aumenta el roce. Esta es la razon porque es menester aumentar la abertura con proporcion á la altura del salto del fluido, á fin de disminuir por una parte el roce que por otra aumenta. Pero este aumento en la abertura tiene un término del que no se puede pasar sin producir una considerable disminucion en la altura del chorro, la que es indefectible siempre que el diámetro de la abertura del surtidor sea igual al del caño.

Se da comunmente la figura de un cono truncado á las estremidades de los tubos por los que se hace saltar el agua; porque sufre en esta estremidad un roce considerable, y su movimiento se vuelve irregular. Para corregir este defecto se cubre la estremidad con una plancha plana y muy pulida agujereada por un orificio cuyos lados deben tambien ser muy finos. Por este medio el agua se eleva á una mayor altura, y conserva á mas su transparencia, porque sube por un movimiento muy regular.

4.° El chorro que salta esperimenta por parte del aire una resistencia muy sensible; este resiste como todos los cuerpos en virtud de su inercia: el fluido que sale ejerce su accion sobre sus moléculas, las que con su reaccion retardan el movimiento del fluido. Ademas el aire envuelve toda la columna del chorro cuyo diámetro aumenta á medida que se eleva; de esta suerte forma como una especie de canal en que el fluido esperimenta un roce que altera su velocidad.

De todos los físicos conocidos no hay otro que haya hecho ni mayor número de esperimentos, ni mas interesantes observaciones sobre los fluidos en los surtidores que el célebre *Mariotte.* A él se debe el conocimiento de como se han de dirigir los caños, que diámetro deben tener con relacion al de la abertura para el chorro, á que altura en fin es menester poner el receptáculo para tener un chorro de una altura dada. Los resultados que siguen son los que *Mariotte* ha deducido de una serie de esperimentos bien hechos.

ALTURA DEL CHORRO EN PIES.	ALTURA QUE SE DEBE DAR AL DEPÓSITO.	ALTURA DEL CHORRO EN METROS.	ALTURA DEL DEPÓSITO.
	Pies. Pulgadas.	*Metros.*	*Metros.*
5	5+ 1	1,624	1,624+ 0,027
10	10+ 4	3,248	3,248+ 0,108
15	15+ 9	4,872	4,872+ 0,240
20	20+ 16	6,496	6,496+ 0,431
25	25+ 25	8,120	8,120+ 0,676
30	30+ 36	9,744	9,744+ 0,974
35	35+ 49	11,368	11,368+ 1,326
40	40+ 64	12,992	12,992+ 1,732
45	45+ 81	14,616	14,616+ 2,192
50	50+100	16,240	16,240+ 2,707
60	60+144	19,488	19,488+ 3,897
70	70+196	23,736	23,736+ 5,304
80	80+256	25,984	25,984+ 6,928
90	90+324	29,232	29,232+ 8,769
100	100+400	32,780	32,780+10,826

CAPÍTULO VI.

DE LA RESISTENCIA QUE OPONEN LOS FLUIDOS AL MOVIMIENTO DE LOS CUERPOS.

323. Siempre que un cuerpo se mueve en un fluido encuentra continuamente en su camino moléculas que resisten al esfuerzo que hace para desalojarlas. Estas resisten 1.º como todo otro cuerpo en virtud de su inercia; 2.º en virtud de la fuerza de cohesion que une con mas ó menos fuerza las partecillas del fluido; porque es evidente que un

cuerpo que en su movimiento separa las moléculas de un flluido debe emplear parte de su fuerza en vencer la que une á estas mismas moléculas.

324. Para valuar la resistencia que nace de la inercia de los fluidos es menester desde luego atender á la superficie esterior del móvil; pues que la resistencia de los fluidos parece que aumenta en igualdad de circunstancias proporcionalmente á esta superficie.

Primer esperimento. Tómese un molinillo guarnecido de cuatro alas á las que se les den diversas inclinaciones, y despues de haberlas puesto en movimiento con la misma fuerza, la esperiencia hace ver que el número de vueltas es tanto menor cuanto las alas presentan mayor superficie al aire.

La razon de este fenómeno se presenta á la vista. Cuanta mayor superficie presenta un cuerpo al fluido en que se mueve tanto mayor número de moléculas del fluido desaloja en el mismo tiempo, y de consiguiente esperimenta mayor resistencia. Asi un navío que tenga todas sus velas desplegadas presenta mayor presa al viento: el barquero hace obrar su remo por el plano cuando busca un punto de apoyo en el agua; pero lo eleva por el borde para tener que vencer menor resistencia. Se da á las flechas una figura cónica y se arrojan de manera que presenten la punta al aire á fin de conservarles mayor velocidad disminuyendo la resistencia.

325. En igualdad de circunstancias la resistencia de los fluidos es proporcional á su densidad, porque el número de moléculas que ha de desalojar el móvil aumenta evidentemente en razon de la densidad del fluido.

Segundo esperimento. Háganse oscilar muchos péndulos de la misma longitud y diámetro en el aire, y harán el mismo número de oscilaciones por esperimentar todos la misma resistencia. Empiécese de nuevo el esperimento haciendo mover uno en el aire, otro en agua y otro en mercurio, se observa que el péndulo movido en el mercurio queda casi al instante en quietud, que el que se mueve en agua pierde dentro poco tiempo su movimiento, y que el que oscila en el aire continua moviéndose por mucho tiempo.

326. Semejantes esperimentos hechos sobre el movimiento de los péndulos de plomo, de hierro, de madera de diferentes diámetros en el aire, en agua, en mercurio variando los arcos de oscilacion han conducido á *Newton* á los resultados que siguen:

La resistencia de los fluidos es proporcional 1.º á su densidad; 2.º al cuadrado de los diámetros de los péndulos; 3.º al cuadrado de sus velocidades.

327. *Newton* obtuvo los mismos resultados haciendo los esperimentos con balas de plomo cubiertas de cera para darles densidades diferentes, á fin de comparar el tiempo que empleaban en caer por

un tubo de una dada altura lleno de fluidos de diferente densidad.

328. *Desaquilliers* hizo con *Hauxbee* numerosos esperimentos que confirman los resultados obtenidos por *Newton*. Dejaron caer de lo alto de la cúpula de la iglesia de san Pablo de Lóndres, balas de diferentes diámetros y de diversas densidades; y notaron que el tiempo de su descenso era tanto mayor cuanto en igual volúmen eran mas ligeras, y cuanto bajo la misma densidad tenian mayor diámetro.

La altura de la cúpula es de 89 metros (cerca de 272 pies).

Peso de las balas en centígramos.	*Diámetros en centímetros.*	*Tiempo de la caída.*
Centígramos.	*Centímetros.*	*Segundos.*
517,7	14,234	22,125
526,35	14,0717	21,625
679,68	14,3423	19,375
730,12	14,4235	18,75
828,36	14,0527	17,25
7009,2	13,8011	7,125
8071,2	14,8835	7,
9558,	14,6670	6,5
13859,1	15,0180	6,125
15452,1		6

Estos resultados condujeron á *Lambert* á deducir que la resistencia de los fluidos era proporcional 1.° á su densidad; 2.° á los cuadrados de los diámetros de las balas; 3.° á los cuadrados de las velocidades de los cuerpos.

329. Es fácil ver porque la resistencia que un fluido opone en virtud de su inercia es en igualdad de circunstancias proporcional al cuadrado de la velocidad del móvil. Un cuerpo que tenga mayor velocidad corre mas espacio en igual tiempo; por lo que encuentra en su camino mayor número de moléculas de fluido, y bajo este respeto la resistencia es proporcional á la velocidad. No está todo en esto: si el móvil tiene mayor velocidad tiene tambien mayor fuerza; luego choca con mayor fuerza contra cada molécula de fluido que encuentra; y de consiguiente pierde de su fuerza en razon del número de moléculas que desaloja, y en razon de la fuerza con que las desaloja; lo que hace que la resistencia del fluido esté en razon del cuadrado de la velocidad.

330. La proporcionalidad de la resistencia de los fluidos al cuadrado de las velocidades, aunque establecida sobre esperimentos numerosos y nada equívocos, ha tenido no obstante poderosos contradictores entre los cuales se cuenta el célebre *Euler*. Esto determinó á *Schulzer*

á tentar nuevos esperimentos sobre el tiempo del ascenso y descenso de una bala de plomo arrojoda de una escopeta de viento. Sus resultados son:

Altura del mercurio correspondiente á la presion del aire.	*Duracion de la subida y de la bajada.*
Centrímetros.	*Segundos.*
23,75	12,5
22,88	12
17,108	11
12,321	10
6,173	7,5

Lambert aplicando el cálculo á estos resultados dedujo (véanse las *memorias de la academia de Berlin año* 1765) que la resistencia era proporcional al cuadrado de las velocidadés, conclusion á que le habian conducido los esperimentos de *Desaquilliers* y *Hauxbee* hechos en la iglesia de san Pablo en Lóndres.

331. Hasta aqui hemos considerado la resistencia que se origina de la inercia de los fluidos; falta examinar la que oponen al movimiento de los cuerpos, en virtud de la fuerza que une sus moléculas. En los movimientos rápidos esta última resistencia no es comparable á la que proviene de la inercia; pero en los lentos, es decir, cuando un cuerpo que se mueve en un fluido separa sus moléculas sin comunicarles una velocidad sensible, es claro que la resistencia que proviene de la cohesion del fluido puede igualar, y aun ser mayor que la que nace de la inercia, si el cuerpo se mueve con mucha lentitud. *Coulomb* ha probado en una escelente memoria publicada en el tercer tomo de *Memorias del instituto*, que la resistencia á que da lugar la cohesion de las moléculas de un fluido es proporcional á la velocidad.

El aparato de que se ha servido para sus esperimentos es un vaso de 8 decímetros de diámetro, y de 4 de altura (fig. 57); este vaso está lleno de agua, y en ella oscila por medio de la fuerza de torsion del hilo de suspension *ag*, el cuerpo cuya resistencia se quiere valuar. En la parte superior del apoyo NLK hay un pequeño círculo *fe* agugereado en su centro en el que hay una clavija que termina en *a* en unas pequeñas pinzas.

La estremidad superior *a* del hilo de suspension *ag* está cojida por estas pinzas, la inferior del mismo hilo lo está por otras *g* que corresponden en el centro del disco DQ. Estas pinzas estan colocadas en el estremo superior de un cilindro de cobre *g* cuyo diámetro es de 10 á 12 milimetros; este cilindro atraviesa al disco perpendicularmente á su plano; el eje del cilindro es el mismo que el del disco; la estremi-

dad inferior del cilindro se sumerje 4 ó 5 centímetros en el agua.

El disco DQ se halla asi suspendido horizontalmente encima de la superficie del agua, y la circunferencia de este disco está dividida en 480 grados. Cuando se halla en quietud, lo que sucede cuando la torsion del hilo es nula se coloca el indicador *f*Q sobre el punto *o* de la division del disco. La pequeña regla *fm* puede elevarse ó bajarse á discrecion al rededor de su eje *n*, y el pie *fmgh* se transporta al rededor del disco al punto en que esté el o.

Colócanse debajo del cilindro *gd* los planos y los cuerpos cuya resistencia se intente examinar; y se hace volver ligeramente el disco DQ sosteniéndole con las dos manos hasta á una ligera distancia del indicador, sin desarraigar la posicion vertical del hilo de suspension. Abandónase en seguida el disco á sí mismo: la fuerza de torsion lo hace oscilar, y se observa la sucesiva disminucion de las oscilaciones.

Coulomb se sirve para estos esperimentos de la fuerza de torsion (1) de un hilo de laton. Esta fuerza es proporcional al ángulo de torsion; porque si se suspende un cuerpo cualquiera de un hilo de metal, se halla que por grandes que sean las oscilaciones que hace el cuerpo al rededor del eje vertical formado por el hilo de suspension, la duracion de cada oscilacion es siempre igual: de que se sigue que el momento de la fuerza de torsion es siempre proporcional á la torcedura.

Partiendo de este principio, *Coulomb* logra con el ausilio de la esperiencia la fuerza de torsion representada por un peso conocido; lo que le conduce á determinar por el cálculo el momento de la fuerza de torsion, cual compara en seguida en los movimientos oscilatorios con la resistencia de los fluidos.

La ley que la teoría parece indicar, y que está efectivamente confirmada por la esperiencia, consiste en que cuando un cuerpo en movimiento choca contra las moléculas de un fluido, esperimenta dos especies de resistencia; una que proviene de la inercia del fluido, y que como se ha dicho anteriormente es proporcional al cuadrado de la velocidad; la otra que proviene de la cohesion, la que es proporcional á la simple velocidad.

Admitiendo esta ley como hipotética, *Coulomb* sujeta al cálculo la resistencia que los cuerpos esperimentan en los movimientos oscilatorios, y llega á una fórmula compuesta de dos términos, el uno proporcional al cuadrado de la velocidad, y el otro á la simple velocidad.

Si por la naturaleza de los esperimentos que se ejecutan, el término proporcional al cuadrado de velocidad se desvanece, como cuando un plano se mueve en la direccion de su superficie muy lentamente, la

---

(1) *Llámase* fuerza de torsion *el esfuerzo que hace un hilo para volver á su primer estado habiendo sido torcido.*

fórmula se reduce á un solo término que es proporcional á la simple velocidad.

Primer esperimento. Coulomb fijó orizontalmente por medio de un tornillo debajo del cilindro en *d* (fig. 57), un círculo de hoja de lata de 195 milimetros de diámetro. El sistema suspendido por el hilo de laton se componia del disco DQ, del cilindro *gd*, del platillo de hoja de lata AA'C, é hizo cuatro oscilaciones en 97''.

Primer ensayo. Fijado el punto de escape á 192° del punto *o* de torsion, la amplitud de las oscilaciones, despues de diez se halló reducida á. . . . . 52° 5.

Segundo ensayo. El escape á 13° 8 despues de diez oscilaciones á. . . . . 3° 3.

El primer ensayo da por la fórmula

$$\frac{\log.\ 192 - \log.\ 52^\circ\ 3}{10} = 0{,}0565\ ;$$

El segundo ensayo da por la misma fórmula.

$$\frac{\log\ 13.8 - \log.\ 3.3}{10} = 0{,}0571.$$

En el primer ensayo el punto de escape estaba á 192° del punto *o*; en el segundo no estaba mas que á 13°8 del mismo punto: asi la amplitud de la oscilacion en el primer ensayo era cerca de catorce veces mayor que en el segundo; y no obstante esto se halla que despues de diez oscilaciones la diferencia de los logaritmos de las amplitudes dividida por el número de oscilaciones es casi exactamente la misma: de aqui se puede deducir que la resistencia fue proporcional á la velocidad, y que el término que espresa la parte de la resistencia proporcional al cuadrado de la velocidad no alteró sensiblemente el movimiento del plano.

Segundo esperimento. Conforme al proceder del antecedente esperimento *Coulomb* fijó bajo el cilindro un disco de hoja de lata de 140 milimetros de diámetro; hizo cuatro oscilaciones en 92''. Muchos otros esperimentos hechos desde 200° hasta 8° le han manifestado que la diferencia de los logaritmos de las amplitudes de diez oscilaciones sucesivas, dividida por 10 era cualquiera que fuera la amplitud de la oscilacion igual á 0,021.

Tercer esperimento. Coulomb fijó bajo el mismo cilindro por su centro un círculo de hoja de lata de 119 milimetros de diámetro. El sistema hacia cuatro oscilaciones en 91''. *Coulomb* obtuvo por diferencia de las amplitudes de las oscilaciones, despues de diez oscilaciones divididas por 10, la cantidad 0,0135.

332. Estos esperimentos que *Coulomb* emplea en seguida para determinar el coheficiente de la velocidad en la fórmula que representa la parte de la resistencia del fluido proporcional á la simple velocidad, le

conducen á inferir que la resistencia de los fluidos en los movimientos lentos es representada por dos términos el uno proporcional á la simple velocidad, y el otro al cuadrado de la velocidad.

333. ¿Cuando un cuerpo se halla en movimiento dentro de un fluido, la naturaleza de la superficie influye en la resistencia?

Para resolver esta cuestion, *Coulomb* cubrió la superficie de un círculo de hoja de lata de una capa de sebo, cual despues sacó en parte á fin de que no aumentara sensiblemente el espesor del círculo; hizo oscilar este círculo en agua de la misma manera que en los esperimentos precedentes: observó con cuidado la sucesiva disminucion de las oscilaciones, y halló exactamente la misma por los mismos grados de amplitudes de oscilaciones, que cuando la superficie no tiene tal capa.

Por medio de un tamiz esparció sobre la capa de sebo arenilla en polvo, la que quedó adherida á la superficie; y halló un aumento casi insensible en la resistencia de la misma superficie.

Coulomb dedujo de este esperimento que la parte de la resistencia proporcional á la simple velocidad se debe á la cohesion de las moléculas del fluido entre sí, y no á la adherencia de estas con la superficie del cuerpo: porque á la verdad cualquiera que sea su calidad, está sembrado de una infinidad de desigualdades en que se alojan y fijan moléculas de los fluidos.

334. *Coulomb* se ocupó en seguida para saber si la mayor ó menor presion de un fluido sobre un cuerpo sumerjido aumentaba la resistencia.

A este fin tentó el hacer oscilar un cuerpo debajo agua en dos diferentes profundidades, la una de 2 centímetros, y la otra de 50, y no halló diferencia alguna en las resistencias; pero como la superficie del agua está cargada de todo el peso de la atmósfera, y medio metro mas en esta carga no puede producir aumentos sensibles de resistencia, empleó otro medio mas propio para decidir esta cuestion.

Despues de haber colocado un vaso lleno de agua dentro el recipiente de la máquina neumática armado en su cuello con una varilla, *Coulomb* puso en el garfio de la varilla una cuerda de alambre de clave nombrada n.° 7 en el comercio, y le suspendió un cilindro de cobre sumerjido en el agua del vaso. Debajo de este cilindro fijó un plano circular de 101 milimetros de diámetro; y cuando cesando las oscilaciones la fuerza de torsion fue nula, señaló por medio de un índice fijado en el cilindro, y de un punto correspondiente sobre la plancha, el punto que correspondia á o torcedura.

En seguida hizo dar una vuelta rápida y entera á la varilla lo que produjo en el hilo una vuelta entera torciéndolo, y observó las disminuciones sucesivas de las oscilaciones. Halló ser esta disminucion por una vuelta de cerca un cuarto de círculo en la primera oscilacion que era exactamente la misma sea que el esperimento se hiciese en el vacío ó bien en atmósfera llena. Una pequeña paleta de 50 milimetros

de longitud, y de 10 de anchura, chocando contra el agua perpendicularmente á su plano dió el mismo resultado.

Estos esperimentos prueban que cuando un cuerpo se mueve sumerjido en un fluido, la presion ó la altura del fluido encima del cuerpo no aumenta sensiblemente la resistencia, y de consiguiente que la porcion de esta resistencia proporcional á la velocidad en nada es comparable al roce de los cuerpos sólidos, el que siempre es proporcional á la presion. (Véase por mayor ilustracion el tercer volúmen de las *Memorias del instituto* pág. 246 y siguientes).

335. La resistencia que opone un fluido que está en movimiento es mayor ó menor segun la direccion de la fuerza que le anima; mayor si el fluido se mueve en direccion contraria del móvil; menor si el fluido y el móvil se mueven en una misma direccion. Un hombre que anda contra la direccion del viento, un pez que nada contra la corriente de un rio han de vencer cada uno una doble resistencia; la una es la inercia del fluido que es menester desalojar, la otra el movimiento del fluido cuya direccion es contraria á la suya. Esta es la razon porque cuando se hace mover un cuerpo contra la direccion de un fluido agitado con grande velocidad, se procura disminuir su volúmen para presentar menor superficie al esfuerzo de la corriente. Un navío que tiene el viento contrario pliega sus velas cuando el viento sopla con violencia, etc. Si el móvil y el fluido se mueven segun una misma direccion con velocidades iguales la resistencia del fluido es nula; tal es la que encuentra un pez que sigue exactamente la corriente del agua; tal es tambien la de un globo aerostático que se mueve á discrecion del viento etc. Si el fluido y el móvil se mueven segun una misma direccion con velocidades diferentes, el que tenga mayor velocidad comunica parte al otro á espensas de la suya: una bala de cañon que marcha segun la direccion del viento no esperimenta por parte del fluido atmosférico tanta resistencia como esperimentaria si la atmósfera estuviera tranquila: su velocidad es menos retardada; pero como corre mas velozmente que el aire, debe abrirse camino al traves del fluido que corre por delante con demasiada lentitud lo que retarda su velocidad.

336. Falta decir algo de la resistencia que esperimentan los barcos en un canal, que tenga alturas diferentes de agua. *Bossut* ha publicado acerca este objeto, en la nueva edicion de su *Hidrodinámica*, 2.° tomo, página 346, esperimentos muy interesantes, que le han conducido á concluir, que la resistencia de los fluidos encerrados en canales estrechos, ó poco profundos, es mayor que la de los fluidos indefinidos en toda direccion. La diferencia puede ser muy varia; depende de las dimensiones transversales del canal, y de la forma de las barcas de comparacion.

337. El mismo físico ha consignado en la obra citada, 2.° tomo, página 377, una serie de esperimentos que tienen por objeto la resis-

tencia que en las barcas proviene de su figura. Todos conspiran á probar que de tres leyes de resistencia dadas por la teoría; á saber, 1.° que la resistencia de una superficie cualquiera, plana ó curva, movida con velocidades diferentes es como el cuadrado de la velocidad; 2.° que las resistencias directas de diferentes superficies planas, movidas con la misma velocidad son proporcionales á las estensiones de las superficies; 3.° que las resistencias en planos oblicuos son como el cuadrado del seno del ángulo de incidencia sobre el plano; que de estas tres leyes las dos primeras son sensiblemente conformes á la esperiencia; pero que la tercera se aparta de ella á lo menos cuando los ángulos de incidencia pasan á ser un poco agudos. La siguiente tabla contiene estas diferencias.

Tabla comparativa de las resistencias bajo una misma velocidad, por una serie de ángulos desde 180 *grados hasta á* 12.

VALOR DE LOS ÁNGULOS.	RESISTENCIAS COMPARATIVAS.		DIFERENCIAS DE LAS DOS SERIES.
	Segun la teoría.	Segun la esperiencia.	
180	10000	10000	0
168	9890	9893	3
156	9568	9478	10
144	9045	9084	39
132	8346	8446	100
120	7500	7710	210
108	6545	6925	380
96	5523	6148	625
84	4478	5433	955
72	3455	4800	1345
60	2500	4404	1904
48	1654	4240	2586
36	955	4142	3187
24	432	4063	3631
12	109	3999	3890

LIBRO TERCERO.

DE LA ATRACCION.

338. Hasta aqui se ha tratado de los fenómenos que dependen de la inercia; falta hablar de los que pertenecen á la atraccion para terminar todo lo que se refiere á las propiedades comunes en el mismo grado á todos los cuerpos de la naturaleza.

339. La *atraccion* es aquella propiedad por la que los cuerpos se aproximan, ó tienden á aproximarse los unos á los otros. Consideraremos desde ahora esta propiedad en todos los cuerpos de la naturaleza pero con particularidad en los celestes, y en este caso la llamaremos *gravedad*. Despues se examinará con relacion á los cuerpos terrestres, y bajo este respeto la llamaremos *pesadez*. En fin se observará en las menores moléculas de los cuerpos y le daremos el nombre de *atraccion molecular*, ó *atraccion química*. Precederá á este examen la esposicion del sistema planetario.

PARTE PRIMERA.

DEL SISTEMA PLANETARIO.

CAPÍTULO PRIMERO.

DESCRIPCION SUCINTA DE LOS MOVIMIENTOS REALES DE LOS CUERPOS CELESTES.

340. La tierra que habitamos no es para decirlo asi mas que un punto en el inmenso espacio que comprende el universo. Conocemos treinta de los cuerpos que lo componen, cuyo conjunto sin comprender los cometas forma lo que llamamos *sistema planetario*. Los demas estan colocados á distancias que si esceptuamos las estrellas de que se

hablará despues, no nos permiten observar los movimientos que les animan.

341. Entre los cuerpos celestes que componen el sistema planetario el sol es el único que brilla por luz propia. Todos los demas son opacos, es decir, que interceptan la luz, y que solo se hacen visibles por la luz reflejada. Se dividen en dos clases; once entre ellos se llaman *planetas*, los diez y ocho restantes llevan el nombre de *satélites*. Los planetas hacen su revolucion al rededor del sol, y se alejan á diferentes distancias por curvas reentrantes. Los satélites giran al rededor de sus planetas respectivos, y los acompañan en su movimiento al rededor del sol. Los planetas describen en su movimiento elipses poco diferentes del círculo, las que tienen una posicion casi constante, en que el centro del sol ocupa uno de los focos.

342. La elipse es una de las curvas que forma la seccion de la superficie del cono por un plano, y que se llaman *secciones cónicas*. Es fácil describirla. Sea A*a* una línea recta (fig. 58), y C sea su punto medio; F, *f* los puntos igualmente distantes de C. FG*f* es un hilo de igual longitud que la línea A*a*, y cuyos estremos estan fijos en F, y *f*. Tendiendo el hilo por medio del estilete G, y haciéndole resbalar segun permite su longitud describe en su movimiento una curva que es una elipse. Los puntos F, *f* se llaman focos, C el centro, A*a* el eje mayor; el eje menor B*b* pasa por el centro, es perpendicular al grande, y está terminado por uno y otro estremo por la curva. Cuando los dos focos de la elipse se reunen en un punto la elipse es un círculo; alejándoles se prolonga sucesivamente; si su distancia mutua llega á ser infinita la distancia del foco al vértice mas cercano de la curva queda finita, y la elipse pasa á ser una parábola.

343. La distancia del centro de la elipse descrita al centro del sol, que ocupa uno de los focos, se llama *escentricidad* del planeta. En cada revolucion un planeta se aproxima y se aparta una vez del sol: hállase un planeta en su mayor distancia del sol cuando está en la estremidad del eje mayor de la elipse, que mas dista del foco que el sol ocupa; cuando se halla en la estremidad opuesta se halla en su menor distancia. La distancia de un planeta al sol se llama *media*, cuando se diferencia igualmente de la mayor que de la menor. El planeta se halla en este caso en los estremos del eje menor; en estos dos puntos de la elipse el planeta está á igual distancia de los focos, y como la suma de las distancias del planeta á los dos focos, es igual al eje mayor (n.° 342), se sigue que la distancia media de un planeta es igual á la mitad del eje mayor.

344. El punto de la elipse en que el planeta está en su mayor distancia del sol se llama *afelio*; el otro en que el planeta se halla en su menor distancia del mismo astro se llama *perihelio*; estos dos puntos se llaman comunmente los *ápsides*. La línea que une los ápsides,

es decir, el eje mayor de la órbita, se llama *línea de los ápsides.* Cada órbita está en un plano que pasa por el centro del sol.

345. El punto en que un astro se halla en su mayor distancia de la tierra se llama *apogeo.* Aquel en que el astro se halla en su menor distancia de la tierra se llama *perigeo.*

346. El plano de la órbita de la tierra se llama *plano de la eclíptica.* Este plano se considera prolongado por todas partes, y los astrónomos observan la situacion de los planos de las demas órbitas con relacion á este. Los puntos en que las órbitas cortan al plano de la eclíptica se llaman *nodos*, y la línea que une los nodos de una órbita cualquiera se llama *línea de los nodos.*

347. Todos los planetas se mueven de occidente á oriente. El movimiento tal como es el de los planetas en sus órbitas se llama *movimiento directo*; el contrario se llama *retrógrado.*

348. Los planetas no se mueven con la misma velocidad en todos los puntos de sus órbitas; pero siempre las areas descritas por sus radios vectores son proporcionales á los tiempos. El movimiento de los planetas es tanto menos rápido, cuanto estan mas apartados del sol; de manera que la magnitud de la órbita, y la lentitud del movimiento concurren en el aumento de la duracion de sus revoluciones siderales, ó de sus tiempos periódicos.

349. Se llama *eje* de un planeta, una línea que pasa por el centro del planeta y sobre la que él gira: las estremidades de esta línea son los *polos* del planeta.

350. El sol está animado de un movimiento de rotacion. Todos los planetas tienen igual movimiento, el que se efectúa en el mismo sentido que su movimiento de traslacion. Los ejes se mueven tambien paralelos, de manera que todos los puntos del eje de un planeta describen líneas iguales y parecidas.

351. Para comparar entre sí las diferentes partes del sistema planetario tomamos por unidad la distancia media de la tierra al sol; esta nos servirá para medir las demas dimensiones.

352. El sol hace una revolucion al rededor de su eje en 25 dias y medio, y este eje está inclinado sobre el plano de la eclíptica 87 grados 30 minutos. El diámetro aparente del sol, esto es el ángulo que ofrece al espectador puesto en la superficie de la tierra es de 5936 segundos.

353. Mercurio es el planeta mas inmediato al sol. Su diámetro aparente es de 21″ 3. La mitad del eje mayor de su órbita, ó su distancia media del sol es 0,387100; al principio de 1750, la relacion de la escentricidad á la mitad del eje mayor era 0,205513; la inclinacion de su órbita esto es el ángulo formado por el plano de su órbita con el plano de la eclíptica, es decir el ángulo formado por el plano de su órbita con el plano de la eclíptica es de 6 grados 55 minutos, 30 se-

gundos. Su revolucion al rededor del sol se hace en 87 dias 23 horas 59 minutos 14 segundos.

354. Despues de mercurio viene Venus. Su diámetro aparente es de 51″ 54. Su distancia media es 0,72332; la razon de la escentricidad á la distancia media es 0,006885; la inclinacion de su órbita 3 grados 23 minutos 10 segundos; la duracion de su revolucion sideral es de 224 dias 16 horas 39 minutos 4 segundos; su eje hace con el plano de la eclíptica un ángulo de 15 ó 20 grados. El movimiento de rotacion parece ser de un dia, lo que es necesario que se confirme por nuevas observaciones.

355. El tercer planeta es la tierra que habitamos. Su distancia media al sol es 1. La razon de la escentricidad á la distancia media es 0,016814; se mueve en el mismo plano de la eclíptica; su tiempo periódico, ó el año *sideral* es de 365 dias 6 horas 9 minutos y medio; este año escede en 20 minutos 25 segundos al año *trópico*, es decir al tiempo que el sol emplea en su movimiento aparente para volver al equinóxio de primavera. La tierra gira al rededor de su eje en 23 horas 56 minutos 4 segundos. Su eje forma con el plano de la eclíptica un ángulo de 66 grados, 31 minutos.

356. Marte dista del sol en su distancia media 1,523693; la razon de la escentricidad á la distancia media es 0,093088; la inclinacion de su órbita es 1 grado 50 minutos 47 segundos. La duracion de su revolucion sideral de 686 dias 22 horas 30 minutos. Su movimiento de rotacion es de 24 horas 40 minutos.

357. Despues de Marte viene Vesta, nuevo planeta descubierto por Olbers en 29 Marzo de 1807. Su distancia media del sol es 2,673000, y la duracion de su revolucion sideral es 1336 dias 205.

358. Viene despues Juno, nuevo planeta descubierto por Harding, en agosto de 1804. Su distancia media del sol es 2,667163, la duracion de su revolucion sideral es 1590 dias 998.

359. Ceres, nuevo planeta descubierto por Piazzi, en 19 enero de 1801, dista del sol en su distancia media 2,767406. La razon de la escentricidad á la distancia media es 0,079; la inclinacion de su órbita es 10 grados 37 minutos; la duracion de su revolucion sideral es 1681 dias 539.

360. Palas, planeta descubierto por Olbers, en 28 marzo de 1802, dista del sol en su distancia media 2,767592; la razon de la escentricidad á la distancia media es 0,2463; la inclinacion de la órbita es 34 grados 39 minutos; la duracion de su revolucion sideral es 1681 dias 709.

361. Júpiter el mayor de los planetas está distante del sol en su distancia media de 5,202778; la razon de la escentricidad á su distancia media es 0,048077; la inclinacion de su órbita 1 grado 19 minutos 38 segundos. La duracion de su revolucion sideral es 4332 dias 12 ho-

ras 20 minutos 9 segundos. El movimiento de rotacion 9 horas 56 minutos.

362. Saturno está distante del sol en su distancia media 9,538785; la razon de la escentricidad á la distancia media es 0,056223, la inclinacion de su órbita 2 grados 30 minutos 40 segundos; el diámetro aparenta de 54″; la duracion de su revolucion sideral es 10759 dias 6 horas 36 minutos; está rodeado de un anillo que no toca al planeta, y que nunca le deja; este no se ve sino con el ausilio del telescopio.

363. La distancia media de Urano, planeta el mas lejano del sol es 19,183475; la razon de la escentricidad á la distancia media es 0,046683; la inclinacion de su órbita 0 grados 46 minutos 12 segundos; la duracion de su revolucion sideral es 30689 dias; el diámetro aparente 12″.

364. Dada la distancia media, se halla la mayor distancia añadiendo á aquella la escentricidad; y quitando la escentricidad de la distancia media se halla la menor.

365. Los planetas cuya órbita encierra la de la tierra se llaman *superiores*: llámanse *inferiores* aquellos cuya órbita esta abrazada por la de la tierra.

366. Hay cuatro planetas acompañados de sus satélites: Urano tiene seis, Saturno siete, Júpiter cuatro, la tierra uno, es á saber la luna. Estos satélites á escepcion de la luna no se descubren sino con el telescopio: giran al rededor del centro de sus planetas respectivos; y sus radios vectores describen áreas proporcionales á los tiempos.

367. La luna se mueve en una órbita elíptica en que el centro de la tierra ocupa uno de los focos. Tomando el semidiámetro de la tierra por unidad, la distancia media de la luna es de 60 semidiámetros terrestres. Su escentricidad es variable; la media es de $3\frac{1}{2}$ semidiámetros: el plano de su órbita forma con el plano de la eclíptica un ángulo de 5 grados, y algunos minutos; pero esta inclinacion no es constante. El diámetro aparente de este astro es de 5823″.

368. En el movimiento de la luna al rededor de la tierra la línea de los ápsides y de los nodos no van con movimiento paralelo. El movimiento de la línea de los ápsides es directo, cuando el de la línea de los nodos es retrógrado: la primera emplea cerca 9 años en su revolucion, y la segunda 19. La duracion de la revolucion sideral de la luna al rededor de la tierra, ó su tiempo periódico es de 27 dias 7 horas 43 minutos 11 segundos 36 terceros; gira sobre su eje exactamente en el mismo tiempo.

369. Si se toma por unidad el semidiámetro del ecuador de Júpiter en su distancia media del sol, la distancia media del primero, ó del mas inmediato de sus satélites es 5,69; este gira al rededor de Júpiter en 1 dia 18 horas 27 minutos, 33 segundos.

370. La distancia media del segundo es 9,06, la duracion de su revolucion sideral, ó el tiempo periódico es de 3 dias 13 horas, 13 minutos, 42 segundos.

371. La distancia media del tercero es 14,46; el tiempo periódico 7 dias 3 horas 42 minutos 33 segundos.

372. La distancia media del cuarto es 25,43; su tiempo periódico 16 dias 16 horas 32 minutos 8 segundos.

373. Tomando por unidad el semidiámetro de Saturno visto en su distancia media del sol, el primero ó el mas inmediato de sus satélites está en su distancia media á 3,08; su tiempo periódico es 22 horas 40 minutos 46 segundos.

374. La distancia media del segundo es 3,95; el tiempo periódico es 1 dia 8 horas 53 minutos 9 segundos.

375. La distancia media del tercero es 4,89; su tiempo periódico es 1 dia 22 horas 18 minutos 27 segundos.

376. La distancia media del cuarto es 6,26; el tiempo periódico 2 dias 17 horas 44 minutos 22 segundos.

377. La distancia media del quinto 8,75; el tiempo periódico 4 dias 12 horas 25 minutos 12 segundos.

378. La distancia media del sexto es 20,29; el tiempo periódico 15 dias 22 horas 34 minutos 38 segundos.

379. La distancia media del séptimo es 59,15; el tiempo periódico 79 dias 7 horas 47 minutos.

380. Tomando por unidad el semidiámetro de Urano, la distancia media de su primer satélite á su centro es 13,12 el tiempo periódico 5 dias 12 horas 23 minutos.

381. La distancia media del segundo satélite es 17,02; su tiempo periódico 8 dias 17 horas 1 minuto 19 segundos.

382. La distancia media del tercer satélite es 19,84; el tiempo periódico 10 dias 23 horas 4 minutos.

383. La distancia media del cuarto satélite es 22,75; el tiempo periódico 13 dias 11 horas 5 minutos 1 segundo.

384. La distancia media del quinto satélite es 45,50; el tiempo periódico 38 dias 1 hora 40 segundos.

385. La distancia media del sexto satélite es 91; el tiempo periódico 107 dias 16 horas 40 minutos.

386. Comparando las distancias medias sea de los planetas, sea de sus satélites con la duracion de sus revoluciones siderales, es fácil el hallar la bella relacion descubierta por Keplero; es á saber que siempre que muchos cuerpos giran al rededor de un mismo punto los cuadrados de los tiempos periódicos son entre sí como los cubos de sus distancias medias á este punto.

387. El sistema planetario no está esclusivamente compuesto de los planetas y de sus satélites. Descúbrense de tanto en tanto en los espacios celestes astros que siendo al principio imperceptibles van aumentando sus dimensiones y velocidad, las disminuyen despues y acaban al fin haciéndose invisibles. Estos astros que llevan el nombre de

cometas (1) estan ordinariamente acompañados de una larga cola que se ve siempre en la parte opuesta al sol. En los siglos de ignorancia estas largas colas de luz eran miradas como fenómenos espantosos que se formaban en la atmósfera. En el dia la analogía y la observacion concurren para convencernos que los cometas son cuerpos opacos como los planetas, que se mueven en elipses muy escéntricas en que el sol ocupa uno de los focos, y en que las áreas descritas por los radios vectores son proporcionales á los tiempos. Se hablará mas circunstanciadamente de estos astros en el párrafo octavo del capítulo que sigue.

388. El abreviado cuadro del sistema planetario que se acaba de esponer es perfectamente conforme con las observaciones; por lo que los diferentes objetos que contiene estan al abrigo de toda refutacion. Los que pretenden que la tierra está en quietud se cansan en declamaciones pueriles sin dar prueba alguna plausible en favor de su opinion. Importa no obstante destruir sus frívolas objeciones; 1.º haciendo ver como todo lo que se observa en los cuerpos celestes, con relacion al espectador puesto en la superficie de la tierra, tiene lugar en el sistema que se ha espuesto, es decir deduciendo las apariencias de los movimientos reales; 2.º estableciendo las leyes que arreglan los movimientos de los cuerpos celestes; 3.º demostrando la realidad del doble movimiento de la tierra.

CAPÍTULO II.

DE LOS FENÓMENOS CELESTES PRODUCIDOS POR EL MOVIMIENTO REAL DE LA TIERRA Y DE LOS PLANETAS EN SUS ÓRBITAS.

Antes de entrar en el pormenor de los movimientos aparentes de los cuerpos celestes, y deducirlos de sus movimientos conocidos, importa decir algo en general del movimiento aparente, del que se hablará mas circunstanciadamente cuando se espongan los fenómenos de la lucidez.

389. Es indudable que nosotros no podemos observar el movimiento absoluto de los cuerpos; solo es sensible el movimiento relativo; porque todos los cuerpos terrestres se mueven al rededor del eje de la tierra, cuyo centro gira al rededor del sol, el que tambien es trasportado por la inmensidad de los espacios celestes junto con la tierra y los planetas.

---

(1) *El número de cometas conocidos va siempre aumentando. El centésimo fue observado por Flaugerge en 25 de Mayo de 1811, y Pons ha observado en 6 Octubre de dicho año, uno nuevo que es el ciento y uno.*

390. Existe entre el movimiento relativo y aparente una diferencia que importa apreciar. El primero consiste en una mutacion de situacion entre dos cuerpos; el segundo está en la mutacion percibida en su situacion, y la mutacion que se percibe en la situacion de los cuerpos se diferencia casi siempre de la mutacion real. Es cierto que nosotros vemos los objetos tales como estan pintados en nuestro ojo; de que se sigue que la relacion aparente de los objetos es la misma que la que existe entre sus imágenes pintadas en la retina, y la diferencia de relacion entre imágenes por movimiento de los cuerpos casi nunca es la misma que la diferencia de relacion entre los mismos cuerpos. En una palabra el movimiento relativo es independiente del movimiento de la imágen; el movimiento aparente varía siempre que el espectador cambie de lugar. El piloto transportado por una nave hace cada dia esta observacion.

391. Si un cuerpo está colocado entre un plano y el ojo, las partes del plano se pintan en la retina al lado de las partes de la imágen del cuerpo; de aqui se sigue que juzgamos hallarse á la misma distancia el cuerpo y las partes del plano; luego este cuerpo debe parecernos aplicado sobre el plano sea cual fuere la distancia que de él le separe. De esto depende que consideramos todos los cuerpos celestes en esta bóveda imaginaria que nos parece ser el límite del espacio. Asi la luna cuya distancia de la tierra es nada relativamente á la de Urano, nos parece colocada con este planeta en la region de las estrellas.

Lo que se acaba de decir basta para determinar el movimiento aparente, dado el movimiento de un cuerpo cualquiera, y conocido el movimiento de la tierra.

392. El espectador terrestre, aunque agitado de diferentes movimientos, al contemplar los cielos se cree en quietud en el centro de una esfera que imagina hasta á los confines del espacio en donde se hallan las estrellas. El orbe de la tierra es tan pequeño relativamente al diámetro de esta esfera que su centro no muda sensiblemente aunque el espectador sea transportado con la tierra: de que se sigue que en todo tiempo y en todos los puntos de la superficie de la tierra sus habitantes imaginan la misma esfera en la que consideran todos los astros, y que se llama *esfera celeste.*

393. Sentado esto, si se concibe una línea que termine en esta esfera pasando por la tierra y algun otro cuerpo, se tendrá el lugar aparente de este cuerpo. Cuando la tierra ó el cuerpo ó bien los dos juntos estan en movimiento, esta línea se mueve, la que su estremidad describe en la esfera celeste representa el movimiento aparente de los cuerpos: de que se sigue que el movimiento aparente es el mismo, sea que la tierra esté en movimiento ó sea que lo esté el cuerpo; ó tambien si se mueven los dos, con tal que la línea que pasa por la tierra y por el cuerpo no sea transportada por un movimiento paralelo. Si

esta línea se moviera paralela á sí misma, consideraríamos al cuerpo constantemente en el mismo punto de la bóveda celeste; porque en esta suposicion el espacio corrido por la estremidad de la línea que toca en la esfera celeste es igual al espacio corrido por la tierra, y este espacio queda reducido á nada relativamente á la inmensa distancia que nos separa de las estrellas.

PÁRRAFO PRIMERO.

De los fenómenos del sol, producidos por el movimiento de la tierra en su órbita.

394. La tierra se supone en su órbita en el punto T (fig. 59); *rs* es una porcion de la esfera celeste; estando el sol en S su lugar aparente es *s*; y mientras la tierra se mueve en su órbita de T á *t*, el sol parece moverse de *s* á *r*; de que se sigue que en el mismo tiempo que la tierra corre su órbita entera, el sol parece hacer un semejante giro. Este camino aparente del sol se llama *eclíptica*, la que es la seccion de la esfera celeste por el plano de la eclíptica continuado hasta á esta esfera.

395. La eclíptica está dividida en doce partes iguales que se llaman *signos*. Estos se llaman Aries, Tauro, Géminis, Cancer, Leo, Virgo, Libra, Escorpion, Sagitario, Capricornio, Acuario, Picis. Despues se dirá de donde han sacado los nombres estos signos.

396. Se ha tomado el primer punto de Aries por principio de la eclíptica. Se verá como se determina este punto, este no es constante en la esfera celeste, de que viene que las órbitas de los planetas que varian tan poco que podrian mirarse por inmóviles, no guardan siempre la misma posicion con relacion á este punto.

397. Es claro que la velocidad del sol, en su movimiento aparente, depende de la velocidad del movimiento angular de la tierra con relacion al centro del sol, y este movimiento aumenta por dos causas que concurren siempre juntas; es á saber, la disminucion de la distancia del sol, y el aumento de la velocidad de la tierra. Esta es la razon porque el movimiento aparente del sol es sensiblemente irregular.

398. La longitud del sol es su distancia al primer punto de Aries medida segun la serie natural de los signos. La longitud de los demas astros se mide de la misma manera sobre la eclíptica á la que se les refiere, concibiendo un gran círculo perpendicular á la eclíptica que pasa por el centro del astro cuya longitud se indaga. El punto en que este círculo corta la eclíptica determina la longitud del astro.

399. La latitud de un astro es su distancia á la eclíptica medida por el arco de un grande círculo perpendicular á la eclíptica, comprendido entre el astro y la eclíptica. Este círculo se llama *círculo de latitud*.

400. Si se concibe en el centro de la esfera celeste una línea perpendicular al plano de la eclíptica, los puntos en que esta línea corta á esta esfera se llaman los polos de la eclíptica.

401. El Zodiaco es una zona que se concibe en el cielo dividida en dos partes iguales por la eclíptica, y terminada por cada lado por un círculo paralelo á la eclíptica distante ocho grados de ella. La pequeña inclinacion de las órbitas de la luna y de los planetas hacian poco tiempo ha que no pareciera jamas cuerpo alguno del sistema planetario fuera del Zodiaco; pero despues del descubrimiento de cuatro nuevos planetas cuyas órbitas estan mucho mas inclinadas que de ocho grados sobre la eclíptica, es claro que es menester ó ensanchar considerablemente el Zodiaco ó resolverse á mirar con Herschel á estos astros como una especie media entre los planetas y los cometas.

402. Los cuerpos celestes se hallan en conjuncion cuando tienen la misma longitud, y en oposicion cuando la diferencia entre sus longitudes es de una semicircunferencia.

§ II.

De los fenómenos de los planetas inferiores, producidos por sus movimientos y el de la tierra en sus órbitas.

403. Sea S el sol (fig. 60), AVB*u* la órbita de un planeta inferior, la tierra en su órbita en el punto T, *axb* una porcion de la esfera celeste; el lugar aparente del sol es *x*. Si del punto T, en que está la tierra se tiran á la órbita del planeta las tangentes TA*a*, TB*b* es claro que la mayor distancia del planeta al sol, en su movimiento aparente, será *xa* ó *xb*, y él acompañará para decirlo asi al sol en su movimiento aparente al rededor de la tierra. La distancia aparente de un planeta al sol se llama su *elongacion*: *xa* ó *xb* es la mayor elongacion. Esta varía por dos causas; es á saber, porque la tierra y el planeta se mueven en órbitas elípticas.

404. La órbita de la tierra abraza la de los planetas inferiores; luego la tierra no se puede jamas hallar entre el sol y los planetas inferiores, los que de consiguiente nunca se ven en oposicion con el sol.

405. Estando los planetas inferiores menos distantes del sol que la tierra, acaban en menos tiempo sus revoluciones: de que se sigue que pasan entre la tierra y el sol, y se mueven en seguida mas allá del sol con relacion á la tierra. Esta es la razon porque se hallan dos veces en conjuncion con el sol durante su revolucion sideral: 1.° cuando estan entre el sol y la tierra; 2.° cuando el sol está entre la tierra y los planetas. La primera se llama *conjuncion inferior*, la segunda *conjuncion superior*.

406. En la conjuncion inferior el planeta pasa de A á V, de V á B,

mientras parece describir en la esfera celeste el arco *axb*, asi el movimiento aparente del planeta es retrógrado. En la conjuncion superior el planeta pasa de B á *u*, de *u* á A, mientras que parece describir el arco *bxa*; asi el movimiento del planeta es directo en la conjuncion superior, y en sus inmediaciones. Es fácil concebir que el planeta debe parecer sin movimiento ó estacionario en su paso del movimiento directo al retrógrado, y que esto debe suceder cuando la órbita del planeta, en el punto en que este se halla está de tal manera inclinada á la órbita de la tierra en el punto en que esta se encuentra, que tirada la línea *td* paralela y poco distante de la línea TD, D*d* sea á T*t* como la velocidad del planeta en su órbita es á la velocidad de la tierra; porque estas pequeñas líneas son corridas en el mismo tiempo, y la línea tirada por la tierra y el planeta es transportada por un movimiento paralelo que no muda el lugar aparente del planeta.

407. Hallándose la órbita de un planeta inclinada al plano de la eclíptica, el planeta no parecerá en la eclíptica sino cuando se halle en un nodo. Saliendo del nodo parece alejarse de él, ahora mas, ahora menos por una curva irregular que corta la eclíptica.

408. Consideremos ahora los fenómenos que dependen del movimiento propio de los planetas inferiores, y particularmente sus fases.

Sea la tierra T (fig. 61); el sol S; A, B, C, *u*, D, E, F, V, un planeta inferior, Venus por ejemplo, en su órbita. Este planeta luce por luz recibida del sol: de que se sigue que solo el emisferio que está vuelto hácia al sol es el iluminado. El espectador terrestre no puede pues ver al planeta en V: ofreceria en *u* el aspecto de un círculo entero de luz, si la atmósfera no interceptara todos sus rayos; partiendo de *u* se presenta el planeta bajo la forma de una media luna luminosa, que disminuye continuamente hasta que desaparece en V; esta media luna aumenta despues sucesivamente mudando de figura hasta que el hemisferio iluminado se confunde con el hemisferio visible.

409. Si el punto V de la órbita del planeta inferior es un nodo, el planeta parece encima del mismo disco del sol, y se observa una mancha negra que se mueve en la superficie de este astro. En este caso no se ve propiamente hablando al planeta, se descubre sí el lugar en que estando como aplicado sobre el sol, nos priva de sus rayos.

410. El diámetro aparente de un planeta inferior está en su *maximum* cuando se halla en su menor distancia de la tierra; el hemisferio iluminado es en este caso el mayor posible; pero á medida que el planeta se aproxima á la tierra la parte iluminada visible disminuye de manera que la luz crece por una causa y disminuye por otra. Hay pues una distancia media en que la luz reflejada por el planeta es en la mayor cantidad posible.

§ III.

De los fenómenos de los planetas superiores producidos por sus movimientos, y el de la tierra en sus órbitas.

Los fenómenos de los planetas superiores se diferencian bajo ciertos respectos de los que nos presentan los planetas inferiores, y esta diferencia tiene por causa su diferente posicion con relacion á la tierra y al sol.

411. La órbita de los planetas superiores abraza la de la tierra. Ademas la velocidad de la tierra es mayor que la de los planetas superiores: de que resulta que la tierra en su movimiento pasa entre los planetas superiores y el sol, y en este caso parecen en oposicion con este astro.

412. En la oposicion los planetas superiores tienen un movimiento retrógrado. Sea M un planeta superior (fig. 62); S el sol; THBC la órbita de la tierra, DFG una porcion de la esfera celeste. Cuando la tierra se halla en T, el lugar aparente del planeta M es en el punto D; cuando la tierra está en H, el lugar aparente del planeta está en el punto F; cuando en fin la tierra está en el punto B de su órbita, el lugar aparente del planeta es en el punto G, de que se sigue que que mientras que la tierra corre el arco THB, el planeta parece describir en la esfera celeste el arco DFG, y de consiguiente su movimiento aparente es retrógrado en la oposicion: este es directo en la conjuncion lo mismo que el de Mercurio y Venus en sus conjunciones superiores.

413. La latitud de los planetas superiores varía como la de los planetas inferiores, con relacion á la inclinacion de sus órbitas al plano de la eclíptica.

414. La grande distancia de Júpiter, de Saturno y de Urano hace que sus hemisferios iluminados por el sol sean visibles por todas partes en la superficie de la tierra: esta es la razon porque estos planetas se ven siempre bajo una figura esférica. No sucede lo mismo con Marte, que parece un poco convexo entre su conjuncion y oposicion con el sol.

415. Saturno está rodeado de un anillo delgado, cuya anchura aparente es poco mas ó menos igual á su distancia de la superficie de Saturno: una y otra parecen ser el tércio del diámetro de este planeta; pero con motivo de la irradiacion la anchura real del anillo debe ser mas pequeña. Este anillo es invisible; 1.º cuando el plano del anillo prolongado pasa por la tierra porque entonces el espesor del anillo no es sensible; 2.º cuando su plano prolongado pasa entre el sol y la tierra, porque en este caso la superficie iluminada del anillo no está vuelta hácia la tierra. En estos dos casos parece Saturno de figura esférica.

No obstante en el último caso los rayos interceptados por el anillo forman en la superficie del planeta una mancha parecida á la que se ve por la sombra del anillo.

§ IV.

De los fenómenos producidos por el movimiento de la luna en su órbita.

416. La luna haciendo su revolucion al rededor de la tierra debe hallarse á menudo en conjuncion con el sol, y otras tantas veces en oposicion. Esto no sucede en cada revolucion de la luna en su órbita; porque despues de una revolucion entera de 27 dias, 7 horas 43 minutos 11 segundos 30 terceros, vuelve al mismo punto en que se hallaba en conjuncion con el sol, este se ha alejado de aquel punto cerca de 27 grados, de manera que no vuelve en conjuncion con el sol sino en virtud del esceso de su movimiento sobre el de este astro, esceso que se llama movimiento *sinódico lunar*. La duracion de la revolucion sinódica de la luna es de 29 dias y medio. Esta es al año trópico poco mas ó menos como 19 á 235, es á decir, que diez y nueve años solares forman cerca doscientos treinta y cinco meses lunares.

De las fases de la luna.

417. Cuando la luna está en conjuncion con el sol, su hemisferio iluminado no está vuelto hácia la tierra, y en este punto la luna es del todo invisible. Sea la tierra T, la luna N (fig. 63) entre el sol y la tierra. El hemisferio iluminado es *mli*, el que no puede ser visto de la superficie de la tierra. Pero mientras la luna es trasportada por su órbita de la conjuncion á la oposicion, el hemisferio iluminado que está siempre de parte del sol va poco á poco haciéndose mas visible al espectador colocado en la superficie de la tierra: de aqui es que parece renacer despues de la conjuncion, que parece bajo la figura de una débil media luna luminosa, que se aumenta á medida que se aleja de aquel punto, y que llega á ser un círculo entero de luz cuando la luna se halla en P en oposicion con el sol. Cuando despues pasa de la oposicion á la conjuncion el círculo de luz se muda en una media luna que disminuye por la misma graduacion que se habia aumentado hasta tanto que haya de nuevo llegado á la conjuncion.

418. Se llaman *sicigias* los puntos de la órbita en que la luna se halla en conjuncion ó en oposicion con el sol. La luna es *nueva* en la conjuncion, es llena en la oposicion. Se da el nombre de *cuadraturas* á los puntos de la órbita en que la luna está distante del sol de 90 á 270 grados medidos segun la direccion de su movimiento propio. En estos dos puntos que se llaman primero y segundo cuarto de la luna, el

espectador terrestre ve muy cerca de la mitad de su hemisferio iluminado. Faltan esplicar los fenómenos de los eclipses.

De los eclipses de la luna.

419. La luna no puede eclipsarse sino por la interposicion de un cuerpo opaco que le quite en su todo ó en parte la luz solar. Este cuerpo opaco es evidentemente la tierra, pues que los eclipses de luna no suceden jamas sino en la oposicion; esto es, cuando la tierra se halla situada entre el sol y la luna. La tierra arroja en direccion opuesta al sol un cono de sombra cuyo eje se halla en la recta que une los centros de la tierra y del sol, y que termina en el punto en que los diámetros aparentes de estos dos cuerpos son los mismos. Estos diámetros vistos del centro de la luna en oposicion y en su distancia media son á corta diferencia de 5920 segundos para el sol, y de 21352 segundos para la tierra; de que se sigue que la longitud del cono sombrío terrestre es á lo menos tres veces mayor que la distancia de la luna á la tierra, y que su anchura en los puntos en que es atravesado por la luna es mas que doble que el diámetro de la luna. Es pues evidente que habria eclipse de luna todas las veces que estuviera en oposicion con el sol, si ella se moviera en el plano de la eclíptica; pero en virtud de su latitud que puede variar desde o hasta 5 grados, sucede que la luna en sus oposiciones es á menudo apartada por encima ó por debajo del cono de sombra de la tierra. Cuando la latitud de la luna es nula ó muy pequeña, esto es cuando la oposicion de la luna con el sol se hace en un nodo ó cerca de él, la luna es eclipsada; entonces se halla en la eclíptica y de aqui es de donde ha sacado su nombre esta línea.

420. Para hacer mas sensible cuanto se refiere á los eclipses de luna sea OO la órbita de este astro (fig. 64); el plano de la eclíptica RR; el centro del cono de la sombra de la tierra está siempre en este plano. El punto de interseccion del plano de la eclíptica con el del orbe lunar es N: si la sombra terrestre está en A, la luna que en su oposicion con el sol pasa por el punto F de su órbita no se eclipsa: si la luna en su oposicion se halla en C su disco penetra en parte la sombra de la tierra que se halla en B, y el eclipse es *parcial.* Si suponiendo la sombra terrestre en D, la luna en su oposicion se halla en I, su disco se sumerje enteramente en la sombra de la tierra, y el eclipse de la luna es *total.* En fin la eclipse es *central* cuando el centro de la luna pasa por el centro de la sombra de la tierra, lo que no sucede sino cuando la luna en su oposicion con el sol se halla en el nodo N.

421. La duracion media de una revolucion del sol con relacion al nodo del orbe lunar es á poca diferencia de 346 dias y medio: esta

es á la duracion de una revolucion sinódica de la luna á corta diferencia como 223 á 19: de que resulta que despues de un período de 223 meses lunares, el sol y la luna se hallan en la misma posicion relativamente al nodo de la órbita lunar; los eclipses deben pues volver con corta diferencia en épocas fijas, cuya prediccion es fácil. Las desigualdades del movimiento del sol y de la luna ponen en esto diferencias sensibles que aumentan aun mas, porque la vuelta de estos dos astros á la misma posicion con relacion al nodo no es perfectamente rigurosa.

422. La luna no deja de ser visible durante el tiempo de la eclipse. Este fenómeno tiene por causa la refraccion, es decir el desvío que sufren los rayos solares penetrando oblicuamente la atmósfera de la tierra: estos rayos aproximándose á su superficie pasan de un medio raro á un medio denso; por lo que cada instante se desvian, y estan forzados á describir una curva cuya concavidad está vuelta hácia la tierra. La sombra de la tierra no es pues una sombra perfecta, y de consiguiente la luna no debe dejar de ser visible mientras dure el eclipse. La luz que la ilumina es mas considerable en los eclipses apogeos que en los perigeos; porque los vapores y las nubes pueden debilitarla hasta al punto de hacernos la luna del todo invisible durante el eclipse. La historia de la astronomía nos ofrece algunos ejemplos que justifican esta asercion.

De los eclipses del Sol.

423. Cuando en la conjuncion del sol y de la luna, este astro colocado entre el sol y la tierra nos quita en parte ó del todo la luz solar decimos que hay eclipse de sol. La luna es incomparablemente menor que el sol, al paso que no hay mas que una muy pequeña diferencia entre los diámetros aparentes de estos dos astros: porque la distancia del sol al centro de la tierra es incomparablemente mayor que la distancia de la luna á este mismo centro; y como las distancias varían, la relacion de los diámetros aparentes de la luna y del sol varía, de suerte que estos son algunas veces iguales, y otras se superan alternativamente el uno al otro. Si la conjuncion del sol y de la luna se hace en un nodo, y el diámetro aparente de la luna supera al del sol, el eclipse solar será total. Si el diámetro aparente de la luna es menor el espectador terrestre verá un anillo luminoso formado por la parte del sol que sobresale al borde de la luna, y el eclipse será anular; pero si la conjuncion de la luna con el sol no sucede en el nodo ó cerca de él, la luna no podrá quitar al espectador terrestre mas que una parte de la circunferencia del disco solar, y el eclipse será parcial. Asi los eclipses de sol deben presentar al espectador terrestre, frecuentes variedades que dependen de las distancias del sol, y de la luna al cen-

tro de la tierra, y de la mayor ó menor proximidad de la luna á sus nodos en el tiempo de sus conjunciones.

Los eclipses solares no son visibles desde todos los puntos de la tierra en que se puede ver el sol, y son tambien diferentes entre los lugares en que son visibles. No sucede asi con los eclipses de la luna, que son iguales para todos los lugares en que la luna es visible en los tiempos en que suceden. Esta diferencia entre los eclipses solares y lunares depende de que la luna en sus eclipses sufre una privacion de luz que debe ser sensible en todos los lugares, y de la misma manera, en la superficie de la tierra; al paso que en los eclipses del sol, la luz con que brilla este astro no sufre alteracion alguna, solo es interceptada por la luna, y como este astro no intercepta la luz solar para todos los habitantes de la tierra, síguese que los eclipses solares no deben ser visibles en todos los puntos de su superficie.

§ V.

De los fenómenos que dependen del movimiento del sol, de los planetas y de la luna sobre sus ejes.

424. Descúbrense muy á menudo en la superficie del sol manchas negras, cuyo número, figura, magnitud y situacion son muy váriables: cualquiera que sea la naturaleza de estas manchas, su existencia no es equívoca, y nos ilustra sobre un fenómeno importante, cual es el del movimiento del sol al rededor de su eje. Si el sol no sufriera este movimiento no presentaria sucesivamente toda su superficie hácia la tierra mas que una vez en el decurso de un año; y la observacion no interrumpida de estas manchas no nos permite dudar que el sol presenta toda su superficie á los habitantes de la tierra en el intervalo de veinte y cinco dias y medio.

425. Marte, Júpiter y Venus nos presentan iguales fenómenos. Se observan en su superficie manchas que se mueven muy sensiblemente, lo que atestigua el movimiento de rotacion de estos planetas.

426. Mercurio, Saturno y Urano estan situados de manera que sus manchas no son visibles. El primero de estos planetas está en las inmediaciones del sol; casi siempre nos parece sumerjido en sus rayos, cuya brillantez borra las manchas á los ojos del observador. La grande distancia de los otros dos nos priva tambien de observar sus manchas: de que resulta que no podemos asegurarnos de la rotacion de estos planetas; porque solo se puede demostrar la rotacion por la aparicion y desaparicion de estas manchas; pero la analogía, este fuerte vínculo que une todas las partes del universo, nos induce á creer que estos tres planetas tienen como los demas movimiento de rotacion.

427. La tierra gira tambien al rededor de su eje, y mientras el

espectador colocado en su superficie es transportado con ella, se cree en reposo pareciéndole movidos mas ó menos rápidamente todos los cuerpos celestes. Para apreciar el movimiento aparente de todos los cuerpos celestes, producido por el movimiento de la tierra sobre su eje, al que llamamos *movimiento diurno*, sea un espectador sobre la tierra T (fig. 65) que observe el objeto A segun la direccion TA; cuando por el movimiento de la tierra la línea TA será transportada en Ta, si el observador considera el objeto segun la misma direccion, el cuerpo A le parecerá haber descrito el arco aA, de manera que cuando por el movimiento de la tierra la línea habrá vuelto en su primera posicion TA, el cuerpo parecerá haber descrito una revolucion entera. Pero si el espectador dirige su vista por el eje de la tierra que es inmóvil, mientras la tierra gira sobre él, el cuerpo á que habrá dirigido su vista le parecerá quieto. Así si se supone el eje de la tierra prolongado por los dos estremos, los dos puntos de la bóveda celeste en que irá á rematar, serán dos puntos fijos, nombrados por esta razon, *polos del mundo*, sobre los que parece dar vuelta la esfera celeste, y que lleva consigo el sistema entero de cuerpos celestes. Deben pues todos los astros parecernos animados de un movimiento diurno, que les hace describir, en el mismo tiempo que la tierra hace su revolucion al rededor de su eje, círculos tanto mayores cuanto mas lejos estan de los polos. La línea recta que une los dos polos, y pasa por el centro de la tierra se llama *eje del mundo*. El gran círculo de la esfera celeste perpendicular á este eje, se llama *ecuador celeste*. Los círculos cuyo plano pasa por el eje de la tierra se llaman meridianos. Estos pasan todos por los polos del mundo, y son perpendiculares al ecuador. El arco de un meridiano cualquiera comprendido entre el ecuador y un astro se llama la *declinacion* del astro.

428. El ecuador parte la esfera celeste en dos hemisferios, en medio de los que estan los polos del mundo, los que estan por consiguiente igualmente distantes de todos los puntos del ecuador: de aqui es que los astros que estan en el ecuador, nos parece que describen el ecuador por su movimiento diurno, al paso que los otros cuerpos celestes describen círculos paralelos al ecuador.

429. El eje de la tierra hace con el plano de la eclíptica un ángulo de 66.° 31′. Los polos del mundo distan pues de los polos de la eclíptica 23° 29′: de que se sigue que la eclíptica y el ecuador estan inclinados entre sí formando un ángulo de 23° 29′. Estos círculos se cortan recíprocamente en dos puntos opuestos, que son el principio de Libra. Cuando el sol está en estos puntos de interseccion, parece que describe el ecuador por su movimiento diurno, mientras que está transportado por la eclíptica por su movimiento aparente de traslacion; su declinacion que es nula en estos puntos pasa despues á ser cada dia mayor, y parece que describe círculos que disminuyen diariamente,

hasta tanto que su declinacion haya llegado á su *maximum*, esto es hasta que se haya alejado 23 grados del ecuador; entonces vuelve otra vez el ecuador, y se aleja de él por el polo opuesto otros 23 grados. Los círculos mas distantes del ecuador que describe el sol por su movimiento diurno se llaman *trópicos*: el uno toca la eclíptica en el primer grado de Cáncer, y se llama *trópico de Cáncer*; y el otro en el primer grado de Capricornio, y se llama *trópico de Capricornio*. El polo del mundo situado en la parte del trópico de cáncer lleva el nombre de *polo ártico ó boreal*; el opuesto se llama *antártico ó austral*. Los círculos que describen los polos de la eclíptica por su movimiento diurno al rededor de los polos del mundo se llaman *círculos polares*.

430. La luna presenta al espectador terreste un grande número de manchas invariables que los astrónomos han descrito con cuidado. Estas nos manifiestan que la luna presenta constantemente el mismo hemisferio á la tierra, de que es fácil concluir que gira sobre su eje con un movimiento de rotacion cuya revolucion se efectúa en el mismo tiempo que su movimiento de traslacion al rededor de la tierra. Para hacer sensible la exactitud de esta deduccion, sea la luna N que dirige hácia la tierra T el hemisferio *mni* (fig. 63). Si este astro no tuviera un movimiento de rotacion sobre su eje, cuando estaria en B, despues de haber corrido el cuarto de su órbita, la línea *mi* se confudiria con la línea *ln*, y el hemisferio *mni*, con el hemisferio *lmn*; luego la luna privada de su movimiento de rotacion no presentaria constantemente el mismo hemisferio hácia la tierra. Para que el hemisferio vuelto hácia la tierra sea constantemente el mismo, es indispensable que cuando la luna marchando del punto N haya llegado en B, el hemisferio que seria en *lmn* esté en *mni*, y de consiguiente que la luna haya hecho un cuarto de revolucion sobre su eje mientras ha descrito el cuarto de su órbita.

431. Las manchas de la luna, aunque invariables, parecen no obstante animadas de un ligero movimiento que hace que se vean aproximarse y alejarse alternativamente de sus bordes. Las que estan mas cercanas al borde aparecen y desaparecen sucesivamente, haciendo oscilaciones periódicas que se llaman *libracion* de la luna. Este fenómeno reconoce por principal causa las desigualdades del movimiento de la luna de su órbita. Su movimiento de rotacion no las tiene, lo que hace que la luna cuando se halla en su perigeo, en que su movimiento de traslacion es muy rápido, la parte de su superficie que por el movimiento en su órbita está frente de la tierra, no está enteramente dirigida hácia ella por el movimiento de rotacion: de que resulta que se descubre el lado de la parte de la superficie de la luna, que antes no se veia, y que se hace despues invisible cuando la luna ha llegado á su apogeo. Ademas de esto el eje de la luna está un poco inclinado al plano de su órbita. Este eje en su movimiento al rededor de la tierra

conserva su paralelismo, lo que hace que mude de situacion con relacion al espectador puesto en la superficie de la tierra, quien ve alternativamente uno y otro polo de la luna, y las partes de la superficie á ellos vecinas.

§ VI.

De los fenómenos que se refieren á la superficie de la tierra y á sus diferentes partes.

432. Esplicando los fenómenos celestes que han fijado hasta aqui nuestra atencion, se ha considerado al observador agitado de los diferentes movimientos de que está realmente animado el globo de la tierra. Le consideraremos ahora colocado en su superficie y transportado á diferentes puntos de ella.

De los fenómenos que pertenecen generalmente á la superficie de la tierra.

433. El espectador colocado en la superficie de la tierra no ve mas que la mitad de los cielos. El círculo que en la esfera celeste separa la parte visible de la que no lo es, cuando los rayos no estan interceptados por las desigualdades de la superficie de la tierra, se llama *horizonte*. El plano de este ciírculo toca á la tierra en el punto en que está situado el espectador. Sea la tierra T (fig. 66), el espectador en S, P*E*p*e* la esfera celeste, HH el horizonte; y como el radio de la tierra se desvanece al compararle con la inmensa distancia de las estrellas á nosotros, se puede tomar por horizonte HH el plano *hh* paralelo al primero, y que pasa por el centro de la tierra. El primero se llama *horizonte sensible*, el segundo *horizonte racional*. Se dice que los astros se levantan al salir sobre el horizonte; se dice que se ponen cuando desaparecen por debajo del horizonte. El *zenit* de un espectador terrestre es el punto de la bóveda celeste al que va á parar su vertical; el punto diametralmente opuesto se llama *nadir*. El zenit y nadir son los polos del horizonte. La seccion del plano de un meridiano que pasa por el espectador con el horizonte se llama *línea meridiana*: esta pasa del norte al medio dia. La parte del cielo en que vemos subir los astros sobre el horizonte se llama *parte oriental*; la parte opuesta en que estos mismos cuerpos bajan y se ponen debajo del horizonte se llama *parte occidental*; estas dos partes estan separadas por la línea meridiana que concebimos prolongada por uno y otro estremo hasta la bóveda celeste sobre el plano del horizonte. El *oriente* es el punto en que termina en la esfera celeste una línea perpendicular á la meridiana, y que pasa por el lugar del espectador, tirada hácia la parte oriental; el punto diametralmente opuesto se llama *occidente*. La *amplitud* de un astro es el arco del horizonte comprendido entre el punto

de oriente, ó de occidente, y el punto en que sale ó se pone este astro. La primera se llama *oriental*, la segunda *occidental*, una y otra son ó septentrional ó meridional.

Llámase *altura de un astro* su elevacion en cima del horizonte, la que se mide por el arco de un círculo perpendicular al horizonte, en el centro del cual se halla el espectador, comprendido entre el astro y el horizonte.

De la paralaje.

434. Cuando los astros estan á una grande distancia, su altura no es sensiblemente diferente, sea que el observador esté en la superficie, sea que esté en el centro de la tierra, pero la diferencia de alturas es sensible cuando los astros no estan muy distantes; y esta es la diferencia que se conoce bajo el nombre de *paralaje*. Sea T el centro de la tierra (fig. 67), O el punto de su superficie en que se halla el observador, A el lugar del astro, Z el zenit, ZOT la línea vertical, OH la línea horizontal, ALP la órbita del astro, HDZ una porcion de la bóveda celeste. El astro situado en A, visto del centro T de la tierra, se consideraría en el punto B de la bóveda celeste, al paso que se considera en el punto H, visto del punto O en que se halla el observador. Esta diferencia de alturas está representada por el ángulo BAH ó por su igual OAT, formado en el centro del astro por dos líneas rectas tiradas la una del centro de la tierra y la otra del punto de la superficie en que se halla el observador: de que se ve que la paralaje de un astro es el ángulo bajo el que se veria desde el centro del astro el semidiámetro de la tierra.

435. La paralaje de un astro situado en el horizonte se llama *paralaje horizontal*: este es el instante en que se halla en su *maximum*, luego va disminuyendo á medida que el astro se eleva encima del horizonte, y pasa á ser nula en el zenit; porque si el astro que al principio hemos supuesto en A se eleva hasta al punto L de su órbita, el ángulo paraláctico será OLT menor que el ángulo OAT. Este ángulo es nulo cuando el astro ha subido hasta al zenit Z. Entonces su lugar aparente es el mismo, sea que el observador esté en el centro T de la tierra, sea que esté en el punto O de su superficie.

436. Conocida la paralaje horizontal de un astro es fácil conocer su distancia al centro de la tierra. Por la suposicion el ángulo TAO es conocido; el ángulo AOT es recto, por ser OH una línea horizontal. Ademas está conocido el semidiámetro de la tierra TO, cual tiene cerca de siete millones de metros (cerca de 21 millones de pies): luego es fácil resolver el triángulo TAO, y conocer la longitud del lado TA, que representa la distancia del astro al centro de la tierra. Basta pues para conocer la distancia de un astro al centro de la tierra conocer su paralaje horizontal. Los astrónomos para llegar á este conocimiento se

sirven de diferentes medios, cuya esposicion nos haria pasar de los límites de nuestro instituto.

437. La refraccion que sufren los rayos luminosos penetrando oblicuamente las capas atmosféricas de diferente densidad, varía tambien las alturas aparentes de los astros. Los rayos se desvian por el efecto de esta refraccion, y los astros parecen mas elevados sobre el horizonte de lo que realmente lo son. No obstante, cuanto mayor es la altura de los astros, tanto menor es la inflexion de los rayos, porque caen menos oblicuamente sobre las capas de aire que atraviesan. En el zenit la refraccion es nula, es tambien insensible cuando los astros estan á 20 ó 30 grados del zenit.

De los fenómenos pertenecientes á las diferentes partes de la superficie de la tierra.

438. Lo que se acaba de esponer se refiere generalmente á la superficie del globo terrestre. Pasemos ahora á examinar sus diferentes partes, y para determinarlas, concíbanse descritos sobre el globo terrestre los círculos que se han imaginado en los cielos. Estos círculos son el ecuador, los meridianos, los trópicos y los círculos polares. El ecuador terrestre se halla en el mismo plano que el ecuador celeste; tiene por polos los polos de la tierra. El meridiano de un lugar pasa por el lugar y por los polos de la tierra; sus polos son el oriente y occidente. Los trópicos terrestres y los trópicos celestes se corresponden perfectamente sin estar en el mismo plano. Sucede lo mismo con los círculos polares terrestres comparados con los círculos polares celestes. La latitud de un lugar es su distancia al ecuador; esta se mide por el arco del meridiano comprendido entre el lugar y el ecuador. Determinada la latitud de un lugar, se determina el círculo de latitud; este es un círculo que pasa por el lugar y es paralelo al ecuador. Para comparar las situaciones respectivas de diferentes lugares, es menester señalar los lugares sobre cada círculo de latitud; lo que se hace concibiendo un meridiano que pase por algun lugar señalado, el cual por su seccion sobre todos los círculos de latitud, determina el punto desde el que se mide la distancia de los lugares. Este meridiano tomado á voluntad se llama *primer meridiano*; y la distancia de un lugar á esté círculo, medida sobre el círculo de latitud del lugar, se llama la *longitud del lugar*. Los astrónomos acostumbran contar por el meridiano del lugar en que hacen sus observaciones.

439. La elevacion del polo encima del horizonte se llama *altura del polo*. Esta es siempre igual á la latitud: sea el horizonte HH (fig. 68), CD el ecuador, Z el zenit, P el polo. La altura del polo es el arco PH; la latitud es el arco ZC. Estos dos arcos tienen el mismo complemento ZP; y son de consiguiente iguales.

440. Si se supone el observador situado en el polo, su latitud es

de 90 grados; luego la altura del polo es de 90 grados; y de consiguiente el ecuador se confunde con el horizonte: la esfera en esta posicion se llama *paralela*. Si el observador marcha del polo al ecuador su latitud va siempre disminuyendo asi como su altura de polo, y el eje del ecuador es tanto mas inclinado al horizonte cuanto mas el observador se aleja del polo: en esta posicion la esfera se llama *oblicua*.

441. Una vez el observador se halle en el ecuador su latitud es nula, y tambien su altura de polo. Los polos del ecuador estan en el plano del horizonte: estos dos círculos se cortan bajo ángulos rectos, en esta posicion la esfera se llama *recta*.

442. En las diferentes posiciones de esfera se ofrecen diferentes fenómenos á la vista del observador. Vamos á ver como estos resultan de la combinacion del movimiento diurno del sol, con su movimiento anual en la eclíptica.

De la desigualdad de los dias.

443. En la vida civil se llama *dia* el intervalo de tiempo que pasa desde que sale el sol hasta que se pone: la *noche* es el tiempo durante el que el sol está debajo del horizonte.

444. Se llama *dia astronómico* el tiempo que pasa desde el instante que el sol sale del meridiano de un lugar hasta que vuelve en él. Este dia es mayor que la duracion de una revolucion del cielo que forma el dia sideral: porque mientras que en el tiempo de una revolucion del cielo, el sol, por su movimiento diurno es transportado de oriente á occidente, adelanta en virtud de su movimiento propio de occidente á oriente en la eclíptica; de que se sigue que si pasa el meridiano en el mismo instante que una estrella, al dia siguiente llegará un poco mas tarde, y en el intervalo de un año pasará una vez menos que la estrella por aquel meridiano.

445. Los dias astronómicos no son iguales, 1.° porque el sol no corre un espacio igual todos los dias en la eclíptica; el exceso del dia astronómico sobre el dia sideral no es constantemente el mismo; 2.° la eclíptica está inclinada al ecuador; de que se sigue que aun cuando el sol adelantara todos los dias con igualdad en la eclíptica, el exceso del dia astronómico sobre el sideral no seria constante: porque siendo el movimiento del sol oblicuo al ecuador, es menester descomponerle en dos de los que el uno sea paralelo al ecuador, y el otro perpendicular. No es menester considerar mas que el movimiento paralelo para determinar el exceso del dia astronómico sobre el dia sideral; y se hace evidente que este exceso es desigual por la diferente inclinacion de la eclíptica, y por la diferente distancia del sol al polo. Algunas veces estas causas de desigualdad concurren juntas, y otras se oponen.

446. Divídese el dia astronómico en veinte y cuatro partes iguales que se llaman *horas*. Cada una se divide en 60 minutos, cada minuto

en 60 segundos, y asi sucesivamente. Seria sin duda mas simple admitir acerca de este objeto la division decimal; y la preferiria si la idea de primera instruccion que me he propuesto en esta obra no me obligara en algun modo á adoptar la division del dia consagrada por el uso, y que es la mas generalmente recibida.

447. La desigualdad de los dias astronómicos debe de necesidad producir variacion en diferentes dias en las partes que los componen. Los astrónomos las reducen á igualdad, considerando el número de horas de una ó muchas revoluciones en la eclíptica; y dividiendo el tiempo total en tantas partes iguales cuantas horas hay de las que veinte y cuatro hacen un dia. Se llama *tiempo medio* aquel cuyas partes se hacen iguales por este método y la reduccion se llama *ecuacion del tiempo*. En la determinacion de los tiempos periódicos de los cuerpos celestes, siempre se trata de dias y horas de tiempo medio.

448. Los puntos de interseccion de la eclíptica con el ecuador se llaman *equinoxios*, porque en estos dos puntos describiendo el sol el ecuador en virtud de su movimiento diurno, y siendo este círculo dividido en dos partes iguales por todos los horizontes, el dia es entonces igual á la noche.

449. Los puntos en que los trópicos tocan la eclíptica se llaman *solsticios*, porque no variando sensiblemente la declinacion del sol cuando se aproxima y empieza á alejarse de estos puntos debe parecernos estacionario.

450. La duracion del dia es constantemente de doce horas en todos los pueblos situados en el ecuador: la esfera en esta posicion es recta: el ecuador y todos sus paralelos estan divididos en dos partes iguales por el horizonte: por lo que los dias son constantemente iguales á las noches, esto es de doce horas.

451. Los habitantes de los polos, si los hay, tienen la esfera paralela; la mitad de la eclíptica está sobre su horizonte; el sol les es visible durante el tiempo que emplee en correrla: les es invisible cuando corre la otra mitad. Estos pueblos ven salir y ponerse el sol una vez al año; el que no se compone por consiguiente mas que de una noche, y un dia, al que la refraccion prolonga la duracion. Los habitantes del polo boreal tienen el sol sobre el horizonte mientras corre los seis primeros signos desde Aries, hasta Libra. Asi en este polo el dia es cerca de siete dias astronómicos mayor que la noche, sin contar el aumento producido por la refraccion.

452. Los habitantes de la tierra situados entre el ecuador, y los polos tienen la esfera oblicua. El ecuador y todos sus paralelos estan cortados oblicuamente por el horizonte. El ecuador está cortado por el centro; pero todos sus paralelos lo estan á diferentes distancias del centro lo que produce una grande variedad en la duracion de los dias. A medida que el sol adelanta en el ecuador hácia el trópico de cáncer sus alturas meridianas sobre nuestro horizonte aumenta sucesivamente. Los

arcos de los paralelos que corre aumentan cada dia, y hacen tambien aumentar la duracion del dia, hasta tanto que el sol habiendo llegado al trópico de cáncer, haya ganado su mayor altura meridiana; vuelve despues á bajar hácia al ecuador, le atraviesa de nuevo, y de aqui es que describiendo arcos que van disminuyendo diariamente, llega al trópico de capricornio, en que su altura meridiana es en su *maximum*; llegado á este término vuelve hácia al ecuador.

453. La latitud de los pueblos situados entre el ecuador y los círculos polares, es menor que de 66 grados y medio asi como la distancia del polo al horizonte; y la distancia del polo al trópico es de 66 grados y medio: los horizontes de todos los pueblos situados entre el ecuador y los círculos polares cortan al trópico, y todos los paralelos: de que se sigue que el sol debe levantarse y ponerse para ellos en el intervalo de cada dia astronómico.

454. La latitud de los pueblos situados bajo el círculo polar es de 66 grados y medio, lo mismo que la altura de polo: la distancia del polo al horizonte es pues igual á la distancia del polo al trópico; y de consiguiente el trópico roza con el horizonte de los pueblos colocados bajo el círculo polar; de que se sigue que una vez en el año el sol hace una revolucion diurna en cuyo dia no se pone debajo del horizonte.

455. En cuanto á los pueblos situados entre los polos, y los círculos polares, su latitud es mayor que de 66 grados y medio, asi como la elevacion del polo: la distancia del polo al horizonte supera pues á la del polo al trópico, el que se halla de consiguiente sobre el horizonte con un número de paralelos tanto mayor cuanto los pueblos estan mas aproximados á los polos, por lo que los dias, y noches mas largas duran para estos pueblos tanto mas cuanto mas cercanos estan de los polos, hasta que en el polo no hay mas que un dia y una noche en un año.

De la diferencia de estaciones.

456. Para esplicar la diferencia de estaciones importa notar que nuestro emisferio se calienta por la influencia de los rayos solares, no cuando vienen directamente del sol, sino cuando son reflejados irregularmente por varios cuerpos, ó por la superficie de la tierra. Esta influencia es tanto mayor cuanto los rayos dan menos oblicuamente en la superficie de la tierra, por dos causas, 1.° el movimiento oblicuo de los rayos solares se descompone en dos, de lo que el uno es paralelo, y el otro perpendicular á la superficie de la tierra, y el perpendicular que es el solo efectivo, disminuye evidentemente en la misma razon que la obliquidad aumenta; 2.° el número de rayos que obran sobre el mismo punto de la superficie de la tiera, es tanto mas considerable, cuanto su incidencia es menos oblicua.

457. Síguese de aqui que las causas del calor aumentan cuando los

dias crecen por la aproximacion del sol al polo que está encima del horizonte. La altura meridiana del sol pasa entonces á ser cada dia mayor y demora mas largo tiempo sobre el horizonte. Por otra parte la obliquidad de los rayos disminuye; asi estas dos causas de calor concurren al aumento de su intensidad. En las regiones boreales llegan estas causas á su *maximum* cuando el sol describe el trópico de cáncer. En esta época el calor no es el mayor, porque no es jamas el efecto de la accion instantánea del sol. Este calor se compone de la suma de las acciones ejercidas sucesivamente, y que la ausencia del sol no ha destruido; asi es que el calor diurno no está en su *maximum* al medio dia, aunque entonces la accion instantánea del sol sea la mayor: de que se sigue que el calor debe ser mas considerable, cuando el sol baja del trópico de cáncer al ecuador, que cuando sube del ecuador al mismo trópico. Puédense aplicar las mismas razones, que se han dado para el aumento de calor á la disminucion del frio. El frio mas intenso no es el que se siente, cuando la accion instantánea del sol está en su *minimum*. Este debe aumentar durante todo el tiempo que la suma de sus acciones continuadas por largo tiempo disminuye; tal es pues la marcha constante de las estaciones. La primavera empieza cuando el sol parece en el primer punto de Aries. En el principio del estío el sol se halla en el trópico de cáncer. La aparicion de este astro en el primer punto de Libra anuncia el principio del otoño; cuando este astro llega al trópico de Capricornio empieza el invierno. En las regiones meridionales, el estío empieza con el invierno de que se acaba de hablar, la primavera con el otoño.

458. Las causas generales que han dado origen á esta division de estaciones son á menudo turbadas por causas locales, particularmente en las regiones situadas entre los trópicos. En la mayor parte de estos lugares no se observan mas que dos estaciones, el verano y el invierno y estas no se distinguen mas que por la sequedad y la humedad. La aproximacion del sol al zenit de algun lugar es señalada por continuadas lluvias, que disminuyen el calor; se toma este tiempo por el invierno. Cuando el sol se aleja del zenit disminuye la humedad, y se toma este tiempo por el verano. El sol pasa dos veces cada año por el zenit de los pueblos que estan debajo del ecuador; y asi es que estos pueblos tienen dos veranos y dos inviernos. No sucede asi con los que estan situados hácia los trópicos. Aunque el sol pase dos veces por su zenit, como media muy poco tiempo entre estos dos pasos, se confunden los dos inviernos, y no se notan mas que dos estaciones.

De los crepúsculos.

459. El dia se manifiesta por la presencia del sol sobre el horizonte. Desde el momento que este astro deja de sernos visible, acaba el dia; pero al acabar no deja los habitantes de la tierra sumerjidos

subitamente en una profunda noche. Despues de haberse puesto, y antes de salir el sol, se goza de una luz mas ó menos viva, que se llama *luz crepuscular*, cuya causa es fácil determinar.

460. Cuando el sol desciende bajo del horizonte, sus rayos no hieren directamente al globo de la tierra, estos atraviesan las capas atmosféricas, al principio las mas superficiales, despues las mas vecinas á la tierra, y de consiguiente las mas densas y mas propias para reflejar los rayos solares. Un gran número de estos rayos es reflejado, y los que en su reflejion se dirigen hácia la tierra iluminan su superficie. A medida que se aparta del horizonte, sus rayos caen sobre capas atmosféricas cuya densidad va siempre disminuyendo. El número de rayos reflejados disminuye en la misma proporcion, y de consiguiente la luz crepuscular pierde cada instante parte de su vivacidad, hasta que al fin se acaba enteramente cuando los rayos solares caen sobre capas atmosféricas bastante raras para ofrecerles paso libre, y fácil. Esto sucede cuando el sol ha corrido bajo del horizonte 18 grados de un círculo máximo que pase por el zenit, y perpendicularmente al horizonte. Se imagina debajo del horizonte un círculo que le es paralelo, y que dista de él 18 grados. Este círculo determina el límite de la luz crepuscular, y se llama *Finidor.* Lo que sucede por la tarde cuando el sol baja del horizonte debe suceder por la mañana, bajo un órden inverso, cuando el sol adelanta hácia al horizonte. La luz crepuscular que en este último caso se llama *Aurora*, debe ser muy débil cuando el sol llega al finidor, y su vivacidad debe aumentar á medida que el sol se aproxima al horizonte.

461. La duracion de los crepúsculos no debe ser igual para todos los habitantes de la tierra, ni tampoco para el habitante de un mismo punto en diferentes estaciones. Para los pueblos que tienen la esfera recta, el sol sube y baja perpendicularmente con respeto al horizonte; de que se sigue que en el tiempo de los equinóxios el arco crepuscular es el arco del ecuador comprendido entre el finidor y el horizonte, y de consiguiente que el crepusculo debe durar todo el tiempo que el sol emplee en correr por el ecuador un arco de 18 grados; esto es una hora y doce minutos. La duracion del crepúsculo aumenta en seguida á medida que el sol adelanta hácia al trópico.

462. Durante el estío la duracion de los crepúsculos para los pueblos que tienen la esfera oblicua, es tanto mas larga cuanto mayor es su latitud; de manera que á 48 grados y medio de latitud septentrional, como es para Paris, el crepúsculo matutino empieza cuando el de la tarde termina el dia en que el sol describe el trópico de cáncer. En efecto, pues que la latitud se ha supuesto de 48 grados y medio, el polo dista del horizonte 48 grados y medio: luego el polo dista del finidor 66 grados y medio, pero el polo dista del trópico 66 grados y medio, por ser la distancia del polo al ecuador de 90 grados, y la del trópico al ecuador de 23 grados y medio: luego á 48 grados y

medio de latitud el trópico de cáncer toca al finidor; y de consiguiente el crepúsculo matutino empieza en el mismo instante que acaba el vespertino.

463. El crepúsculo debe empezar á hacerse percibir por los habitantes de los polos cerca de dos meses antes que el sol se vea en el horizonte, y debe tambien durar otro tanto tiempo despues de haberse puesto el sol para ellos. El ecuador se confunde con el horizonte para estos pueblos; por lo que el crepúsculo debe durar tanto tiempo como el sol emplea para alejarse del ecuador 18 grados, es á decir, cerca de dos meses: de aqui se deduce que los habitantes de los polos no tienen mas que dos meses en un año de noche profunda; y aun en este tiempo la luna aparece dos veces encima del horizonte, siendo el tiempo de su presencia cerca de catorce dias cada vez.

§ VII.

De los fenómenos producidos por el movimiento del eje de la tierra.

464. El eje de la tierra está agitado de un ligero movimiento retrógrado, el que sin turbar su paralelismo, ni de consiguiente su inclinacion con el plano de la eclíptica, hace describir á sus estremidades, esto es á los polos del mundo, círculos de oriente á occidente al rededor de los polos de la eclíptica, en el espacio de 25920 años. Este período se llama *grande año.*

465. El espectador terrestre creyéndose inmóvil con el globo que habita, refiere este movimiento á los cuerpos celestes; de esto depende que mientras que los polos del mundo se mueven por un movimiento retrógrado al rededor de los polos de la eclíptica, y pasan sucesivamente por todos los puntos distantes de estos polos 23 grados 29 minutos, los mismos puntos, ó mejor las estrellas que en ellos se hallan, parecen aproximarse sucesivamente á los polos del mundo, y describir por un movimiento directo círculos que describen realmente los polos del mundo al rededor de los polos de la eclíptica. Todas las demas estrellas parece que tienen un movimiento semejante, por conservar entre sí una posicion constante: esta es la razon porque la esfera entera de las estrellas parece moverse al rededor del eje de la tierra que pasa por los polos de la eclíptica, y de consiguiente todas parecen animadas de un movimiento directo, que sin alterar su latitud les hace describir círculos paralelos á la eclíptica.

466. El plano del ecuador forma con el eje de la tierra un ángulo recto: de que se sigue que el movimiento de este eje hace girar la interseccion del plano del ecuador con el de la eclíptica; y de consiguiente que los primeros puntos de Aries y Libra, que estan siempre opuestos describen la eclíptica entera por un movimiento retrógrado en el espacio de 25920 años. Este transporte del primer punto de Aries,

y de Libra, hace que el sol, cuando se ha apartado de uno de estos puntos vuelva á él antes que haya acabado su revolucion por la eclíptica; y esta vuelta anticipada del sol da origen á un fenómeno conocido bajo el nombre de *precesion de equinóxios*.

§ VIII.

De los cometas.

467. Los cometas mirados por mucho tiempo como meteoros formados en la atmosfera, no habian servido mas que para difundir en el momento de su aparicion temores populares. Newton es quien mas ha contribuido á disiparlos publicando su bella *teoría de los cometas*. Ha hecho ver que no se diferenciaban de los planetas mas que por la excesiva escentricidad de sus órbitas, de que depende ahora su suma distancia del sol, ahora su mucha aproximacion. Cuando se disminuye la distancia que les separa del sol, aumentan su brillantez; el calor que esperimentan en su perihelio llega á ser abrasador hasta al punto de secar su superficie. Todos los líquidos toman el estado aeriforme. El vapor que se levanta de la superficie de estos globos toma una direccion opuesta á la del fuego que lo produce, y da asi origen á aquella cola de los cometas, que despues de haber sido por mucho tiempo objeto de terror, en el dia apenas inspira curiosidad ni sorpresa.

468. En la época del descubrimiento de Ceres y de Palas, se sorprendieron los observadores de la pequeñez de estos nuevos planetas, y de su casi igualdad de distancias del sol. Reflexionando M. Olbers sobre estos fenómenos imaginó para esplicarlos el mirar estos planetas como fragmentos de otro mayor que hacia su revolucion á la misma distancia del sol, y que alguna causa estraordinaria hizo estallar en diferentes pedazos. Estos han continuado á moverse al rededor del sol, á la misma distancia con corta diferencia y con velocidades casi iguales pero con inclinaciones diferentes.

Esta hipótesis ha servido, 1.º para describir á Juno y á Vesta fijando la atencion de los observadores en regiones celestes, en las que se cortan las órbitas de estos planetas, y que se hallan en las constelaciones de Virgo, y de la Ballena.

2.º Ha sufragado á M. Logrange una idea semejante sobre el orígen de los cometas. Los que han estudiado con cuidado la estructura de los montes, se han convencido que la tierra debe haber sufrido grandes catástrofes por el influjo combinado de un fuego interior y de fluidos gaseosos que se reunen en las concavidades subterráneas. Es posible, dice M. de Lagrange, que en violentas esplosiones se hayan separado grandes pedazos del globo y arrojados lejos con mayor ó menor fuerza hayan pasado á ser, ó el material de las aerolitas, dando

vueltas al rededor de la tierra y estallando en el momento de su caida, ó pequeños planetas mas ó menos escéntricos circulando al rededor del sol, ó en fin verdaderos cometas.

M. Lagrange no para aqui en esta hipótesis ingeniosa y atrevida, que sin duda hallará contradictores. Busca que fuerza de explosion seria precisa para hacer pedazos de un planeta, de manera que uno de sus trozos pueda pasar á ser cometa. Este problema es un juego para este ilustre geómetra. Decir que se ocupó en resolverlo, es decir que halló la solucion la mas simple, la mas elegante y la mas general. *Véase* á este fin la obra que acaba de publicar M. Lagrange sobre el orígen de los cometas.

§ IX.

De las estrellas.

469. Si se observan las estrellas por medio de un telescopio, no presentan á los ojos del observador mas que unos puntos luminosos, al paso que á ojo desnudo tienen una magnitud aparente sensible que es efecto de la escintilacion; esta es la diferencia que se nota entre las estrellas, y los planetas á saber que el telescopio amplifica considerablemente las dimensiones de estos. La pequeñez del diámetro aparente de las estrellas prueba que estan á mucha mayor distancia de nosotros que los planetas, y esta opinion se fortalece mas y mas atendiendo á que su paralaje es insensible. La vivacidad de la luz de las mas brillantes estrellas comparada con su inmensa distancia no nos permite dudar, que brillan por luz propia, y como las estrellas mas pequeñas estan sujetas á los mismos movimientos que las mas brillantes, y como su situacion respectiva es constante, es infinitamente probable que todas las estrellas son de la misma naturaleza, que todos son cuerpos luminosos con mayor ó menor volúmen, situados á diferentes distancias en la inmensidad del espacio, y que semejantes al astro que nos ilumina, pueden ser los focos de otros tantos sistemas planetarios.

Para distinguir las estrellas se refieren á diferentes figuras que se conciben en los cielos, y que se llaman *constelaciones.* Se imaginan en el zodiaco doce de estas constelaciones que se llaman los *signos del zodiaco*: estos son Aries, Tauro, Geminis, Cáncer, Leo, Virgo, Libra, Escorpion, Sagitario, Capricornio, Acuario y Picis. Estos signos han dado sus nombres á las doce partes de la eclíptica, de que se ha hablado en uno de los artículos precedentes.

Los puntos de interseccion de la eclíptica con el ecuador estaban en tiempo de Hiparco entre las constelaciones de Picis y Aries, de Virgo y Libra. Las constelaciones dieron sus nombres á las partes de la eclíptica que pasaban por cada una de ellas, y las partes de la eclíptica, suponiendo el principio de Aries y Libra en los puntos de interseccion

del ecuador, y eclíptica como en aquel tiempo, han conservado sus nombres, aunque estos puntos de interseccion hayan sido transportados por el movimiento del eje de la tierra: de aqui viene que se diga que el sol se halla en Tauro, cuando se mueve en la constelacion de Aries.

470. Las diferencias que se han observado en la vivacidad de la luz de las estrellas han sido motivo que los astrónomos las dividieran en diferentes clases. Las mas brillantes se llaman *estrellas de primera magnitud*, las otras de *segunda* y asi sucesivamente.

471. Obsérvase ademas en el cielo una luz blanca de figura irregular que circuye el cielo en forma de cintura, su color le ha hecho dar el nombre de *via lactea.* Las observaciones hechas con el auxilio del telescopio, han hecho descubrir en ella un tal número de pequeñas estrellas, que es muy probable que la via lactea, no es otra cosa que la reunion de estas estrellas, las que nos parecen bastante aproximadas entre sí para formar una luz continua. Diversas partes del cielo presentan tambien al auxilio del telescopio pequeñas manchas blancas que parecen ser de la misma naturaleza que la via lactea. Muchas de ellas presentan igualmente una reunion de un gran número de pequeñas estrellas, otras no parecen sino como una luz blanca y continua, cuya continuidad reconoce probablemente por causa la grande distancia de estas manchas blancas, que confunde la luz de las estrellas que concurren á formarlas.

472. Ciertas estrellas se llaman *variantes*, porque brillan con una luz cuya intensidad esperimenta variaciones periódicas. Se han visto algunas manifestarse subitamente, y desvanecerse en seguida despues de haber resplandecido con una luz muy brillante. Tal fue la famosa estrella que se vió en 1572 en la constelacion de casiopea. Su luz fue tal que por algun tiempo deslumbraba; debilitóse despues hasta al punto de hacerse la estrella invisible diez y seis meses despues de su aparicion sin haber mudado de lugar en el cielo. Su color fue al principio de una blancura resplandeciente, en seguida de un amarillo rogizo, y en fin de un blanco aplomado. Es probable que estos fenómenos dependen de manchas muy estensas que nos presentan las estrellas periódicamente girando sobre sí mismas, poco mas ó menos como el último satélite de Saturno, y la interposicion de grandes cuerpos opacos que circulan al rededor de ellas. En cuanto á las estrellas que han parecido de repente con una luz muy brillante para desaparecer subitamente, se puede sospechar que alguna causa estraordinaria ha producido la inflamacion de su superficie: la mutacion de color, parecido al que presentan en la superficie de la tierra los cuerpos que vemos encenderse y apagarse, apoya esta conjetura.

LIBRO TERCERO.

PARTE SEGUNDA.

DE LAS CAUSAS FÍSICAS DE LOS MOVIMIENTOS CELESTES.

CAPÍTULO PRIMERO.

DE LAS LEYES DE LA GRAVEDAD.

473. Despues de haber espuesto los movimientos de los cuerpos celestes y los fenómenos á que dan orígen, importa manifestar por que leyes se ejecutan. Una sola ley añadida á las que se han establecido esplicando los fenómenos de la inercia bastará para despejar el mecanismo del sistema planetario.

474. Esta ley consiste en que todos los cuerpos tienden los unos hácia los otros por una fuerza que crece en razon directa de las masas é inversa del cuadrado de las distancias.

1.º Por una ley de *Keplero*, los radios vectores de los planetas y de los cometas describen al rededor del sol áreas proporcionales á los tiempos; pero se ha demostrado n.º 114 que para esto es menester que la fuerza que aparta sin cesar á cada uno de estos cuerpos de la línea recta sea constantemente dirigida hácia un punto fijo que es el orígen de los radios vectores; luego la tendencia de los planetas y cometas hácia al sol se deduce necesariamente de la proporcionalidad de las áreas descritas por los radios vectores á los tiempos empleados. Esta tendencia es recíproca. Es en efecto una ley general de la naturaleza que la reaccion es igual y contraria á la accion n.º 75; de que se sigue que los planetas y los cometas obran contra el sol, y le comunican una tendencia hácia ellos.

2.º Los satélites de Urano son atraidos por Urano, y Urano es atraido por ellos. Los satélites de Saturno tienden hácia Saturno, y

Saturno hácia ellos. Sucede lo mismo con Júpiter y sus satélites. La luna y la tierra tienden asimismo recíprocamente la una hácia la otra. La proporcionalidad de las áreas descritas por los satélites con los tiempos empleados en describirlas concurre con la igualdad de la accion, y reaccion para que esta asercion no quede equívoca.

Todos los satélites tienen una tendencia hácia el sol; porque todos ellos estan animados de un movimiento regular al rededor de sus respectivos planetas, como si estos fueran inmóviles: de que se sigue que los satélites son trasportados por un movimiento comun con sus planetas; es decir que la misma fuerza por la que los planetas tienden sin cesar hácia el sol obra tambien en los satélites, y que son movidos al rededor del sol con la misma velocidad que los planetas. De la tendencia de los satélites hácia al sol, se sigue que el sol tiende tambien hácia ellos á causa de la reaccion igual y contraria á la accion.

3.º La observacion ha manifestado que Saturno se aparta un poco de su ruta cuando está cerca de Júpiter, el mayor de los planetas; de que resulta que Saturno y Júpiter tienden recíprocamente el uno hácia el otro. Saturno, como lo ha observado *Flamsteed* altera el movimiento de los satélites de Júpiter, atrayéndoles un poco hácia sí, lo que prueba que estos satélites tienden hácia Saturno, y Saturno hácia ellos.

Es pues cierto que todos los cuerpos celestes tienden recíprocamente los unos hácia los otros; pero esta tendencia ó mas bien la fuerza atractiva que la produce, no pertenece solo á su masa, sino que está repartida entre todas sus moléculas. Si el sol no obrara sino contra el centro de la tierra, sin atraer particularmente cada una de sus partes, las oscilaciones de las aguas del Océano serian incomparablemente mayores y muy diferentes del espectáculo que ahora nos presentan: la tendencia de la tierra hácia al sol es pues el resultado de la suma de las atracciones ejercidas sobre cada una de sus moléculas, las que tambien atraen al sol en razon de sus masas respectivas. Ademas todos los cuerpos en la tierra estan atraidos hácia su centro proporcionalmente á su masa; luego él envia su reaccion sobre ella, y la atrae segun la misma proporcion. Si esto no fuera asi, ni todas las partes de la tierra gravitaran las unas contra las otras, el centro de gravedad de la tierra, moviéndose por un movimiento siempre acelerado, iria á perderse en la inmensidad del espacio mas allá de los límites del universo.

Es pues universal la gravedad recíproca y proporcional á la masa. Falta demostrar que esta fuerza crece en razon inversa del cuadrado de la distancia.

1.º La observacion ha dado á conocer que los cuadrados de los tiempos periódicos de los cuerpos celestes son proporcionales á los cubos de las distancias medias; pero se ha demostrado ya n.º 125, que cuando algunos cuerpos se mueven circularmente, de manera que los cuadrados de los tiempos periódicos sean proporcionales á los cubos de

las distancias, la fuerza central que les anima es en razon inversa del cuadrado de la distancia; luego suponiendo los planetas movidos en órbitas circulares, lo que dista muy poco de la verdad son atraidos hácia el sol por una fuerza que aumenta en razon inversa del cuadrado de la distancia. Esta suposicion no es rigurosa, pero la relacion constante de los cuadrados de los tiempos periódicos á los cubos de las distancias, siendo independiente de la escentricidad, subsistiria sin duda aun en el caso en que la escentricidad fuera nula, y de consiguiente si los planetas se movieran en órbitas circulares.

2.º Si los planetas giran al rededor del sol en virtud de una fuerza central que aumenta en razon inversa del cuadrado de la distancia, es natural pensar qua la luna está retenida en su órbita por una fuerza central dirigida hácia la tierra, y que no difiere de la gravedad de los cuerpos terrestres en nuestras distancias, sino en razon de la disminucion que debe esperimentar por el aumento del cuadrado de la distancia de la luna. Sentado esto, la luna despojada de su fuerza proyectil, y entregada á su gravedad correria en un minuto el seno-verso del arco que describe en el mismo tiempo. Este seno-verso es igual al cuadrado del arco dividido por el diámetro, y el cociente de esta division es 4,87 metros (15 pies); por que la distancia media de la luna á la tierra es de 60 semidiámetros terrestres; la circunferencia del ecuador terrestre es de 40036400,064 metros (123249600 pies): y de consiguiente el orbe lunar 60 veces mayor es de 2402184003,84 metros (7394976000 pies); dividiendo por $\frac{22}{7}$, se tendrá el diámetro de esta órbita de 764331273,49 metros (2352492363 pies) pero la luna hace su revolucion en 39343 minutos; dividiendo por este número la órbita entera de la luna, el cociente 61058,23 metros (187964 pies) será el arco que la luna corre en un minuto. Cuadrando este arco que puede confundirse con su cuerda, y pasar por insensible, no siendo mas que la cuadragésima milesima parte, ó cerca de ello del orbe de la luna, el cociente 4,87 metros (15 pies) que resulta, espresa el seno-verso de este arco ó la gravedad de la luna: ademas los cuerpos terrestres abandonados á su gravedad corren 4,87 metros (15 pies) en un segundo y de consiguiente 4,87 metros (15 pies)×3600 en un minuto, pues que los espacios corridos por un movimiento uniformemente acelerado aumentan como los cuadrados de los tiempos (n.º 58); luego la gravedad de los cuerpos terrestres es dada al mismo tiempo 3600 veces mayor que la de la luna, y precisamente en la razon inversa del cuadrado de sus distancias al centro de la tierra.

475. Para establecer la ley de la atraccion se han considerado los centros de los cuerpos, aunque la gravedad sea propia de cada una de las moléculas; porque en esferas ó en esferoides que se diferencien poco de aquellas, la atraccion de las moléculas mas distantes del punto atraido, y la de las moléculas mas vecinas, se compensan de manera

que la atraccion total es la misma que si estas moléculas estuvieran reunidas en su centro de gravedad.

476. Esta ley de las esferas se modifica diversamente cuando los cuerpos atraidos estan en la superficie ó en lo interior de las esferas. Un cuerpo puesto dentro de una capa esférica de igual espesor por todas partes, está igualmente atraido por todas partes; de manera que quedaria en reposo en medio de las atracciones que esperimenta. El mismo suceso tiene lugar en medio de una capa elíptica, en que las superficies esterior é interior son semejantes y semejantemente dispuestas. Suponiendo pues que los planetas son esferas homogéneas, la gravedad en su interior disminuye como la distancia á su centro, porque la capa esterior al cuerpo atraido no contribuye á la pesadez, la que no es producida sino por la atraccion de una esfera de un radio igual á la distancia de este cuerpo al centro del planeta; pero esta atraccion es proporcional á la masa de la esfera dividida por el cuadrado de su radio; la masa es como el cubo de este mismo radio; luego la pesadez del cuerpo es proporcional á este radio. Este resultado no es riguroso sino en la hipótesis de la homogeneidad de los planetas. Las capas que los componen son probablemente mas densas á medida que estan mas cerca del centro; luego la pesadez en lo interior disminuye en una razon menor que en el caso de su homogeneidad.

477. Se ha llegado pues sin el socorro de hipótesis alguna, y por la simple comparacion de los fenómenos con las leyes del movimiento al conocimiento de este grande principio; es á saber que todas las moléculas de la materia se atraen recíprocamente en razon directa de sus masas, é inversa del cuadrado de las distancias. ¿Este principio es por ventura una ley primordial de la naturaleza, ó solamente un efecto general de una causa no conocida? Este problema está íntimamente unido con el del conocimiento de la naturaleza de la materia: por lo que no podemos gloriarnos de hallar su solucion. Limitémonos en el actual estado de conocimientos, en aplicar este principio á los fenómenos celestes.

CAPÍTULO II.

DEL MOVIMIENTO DE LA TIERRA.

478. Las apariencias celestes son las mismas, sea que el sol acompañado de los planetas y de los satélites gire al rededor de la tierra, sea que la tierra lo mismo que los planetas se mueva al rededor del sol. Esta perfecta conformidad en las apariencias ha dado orígen á dudas, que es menester destruir, sobre la realidad del movimiento de la tierra.

1.º La simplicidad de las leyes de la naturealeza atestigua el movi-

miento de traslacion de la tierra. Si el centro del sol coincidiese con el de la tierra, su volúmen abrasaria la órbita de la luna, y se estenderia una vez mas lejos: de que se sigue que el volúmen de la tierra es incomparablemente menor que el del sol y de muchos planetas. Asi pues mas simple es que la tierra gire al rededor del sol, que hacer mover al rededor de ella todo el sistema planetario. La inmovilidad de la tierra llevaria consigo de necesidad una complicacion en los movimientos celestes, y una rapidez que su movimiento al rededor del sol desvanece facilmente.

2.° La analogía confirma la existencia de este movimiento. Al rededor de la tierra, de Júpiter, de Saturno, de Urano, giran satélites que tienen mucha menor masa que sus planetas respectivos. Al rededor del sol se mueven cuerpos mas pequeños que él, Mercurio, Venus, Júpiter, Saturno, y Urano. Si la tierra gira con ellos constantemente en el sistema planetario los pequeños cuerpos giran al rededor de los grandes que les estan inmediatos. Pero si la tierra es inmóvil, esta ley tiene una excepcion en el sol, el que aunque superior en masa circula al rededor de la tierra.

3.° El exámen detenido de las leyes de la naturaleza demuestra perfectamente la realidad del movimiento de traslacion de la tierra. Muchos cuerpos circulan al rededor de Júpiter, de Saturno, y de Urano, y la lentitud de su movimiento aumenta con la distancia del centro de su revolucion; de manera que los cuadrados de los tiempos periódicos siguen la razon de los cubos de las distancias. Esto sucede tambien en la tierra, si ella como los demas planetas gira al rededor del sol, como es fácil convencerse de esto, comparando su tiempo periódico (es á decir el tiempo en que el sol parece describir una entera revolucion), y su distancia del sol con las distancias y los tiempos periódicos de los demas planetas. Pero esta ley sufre por la inmovilidad de la tierra un menoscabo que destruye su generalidad; no solo la velocidad del sol, circulando al rededor de la tierra, es mayor de lo que esta ley prescribe, sino que aun supera veinte y seis á lo menos la velocidad de la luna, aunque esta esté mucho menos lejos de la tierra que el sol.

4.° La tierra y el sol tienden recíprocamente el uno hácia al otro con fuerzas iguales, á causa de la reaccion igual y contraria á la accion: luego sus velocidades son en razon recíproca de sus masas; y como la masa de la tierra es casi nula relativamente á la del sol, se sigue que el sol, debe moverse muy lentamente mientras la tierra está animada de un movimiento muy violento, que la arrastraria hácia este astro, si no girara al rededor de él.

Puédense invocar á favor del movimiento de rotacion de la tierra, pruebas análogas á las que han servido para establecer su movimiento de traslacion.

1.° La masa de la tierra es incomparablemente menor que la del sol. Ademas este astro dista de nosotros cerca de veinte y tres mil radios terrestres. ¿No es infinitamente mas simple suponer en la tierra un movimiento de rotacion sobre su eje, que imaginar en una masa tan enorme y tan distante como el sol, el movimiento estremadamente rápido, que seria preciso para girar en un dia al rededor de la tierra? Que fuerza tan inmensa seria precisa para contrarrestar en este caso la fuerza centrífuga? Cada astro presenta iguales inconvenientes, y que solo la rotacion de la tierra pueda disiparlos.

2.° El polo de la tierra parece que se mueve lentamente al rededor de los polos de la eclíptica, cuyo movimiento da orígen al fenómeno de la precesion de los equinoxios. Si la tierra es inmóvil su polo está sin movimiento: la eclíptica debe pues moverse sobre sus polos, y con este movimiento llevarse tras sí todos los astros. Luego el sistema entero de tantos cuerpos y tan diferentes en sus magnitudes, movimiento y distancia, estaria sujeto á un movimiento general, que facilmente se desvanece con el movimiento del eje de la tierra al rededor de los polos de la eclíptica.

3.° Un navegante se cree al principio inmóvil con el bajel que le sostiene, pareciéndole que todos los objetos esteriores estan en movimiento. Pocos instantes de reflexion sobre la pequeñez del barco comparada con la inmensidad de la costa, y llanuras le hacen conocer que el movimiento de todos los objetos esteriores no es mas que aparente, al que ha dado orígen su movimiento real. Llevados por un movimiento comun á todos los cuerpos terrestres, ¿no nos hallamos por ventura en el caso del piloto llevado por el navío? Los astros dispersos por el espacio son á nuestra vista lo que los montes y llanuras para el que navega; y los mismos motivos que le conducen á creer que él se mueve realmente, nos atestiguan la realidad del movimiento de la tierra.

4.° Todos los planetas sobre los que se pueden hacer observaciones, con relacion al movimiento de la tierra, tienen un movimiento de rotacion: ¿y no será natural pensar que la tierra tiene un igual movimiento?

479. En vano se objetaria que en la hipótesis del movimiento de rotacion de la tierra, deberian todos los cuerpos colocados en su superficie escaparse en virtud de la fuerza centrífuga, siguiendo la direccion de la tangente á los círculos paralelos al ecuador. Esto sucederia sin duda si la fuerza centrífuga que ocasiona el movimiento de rotacion, no estuviera contrabalanceada por una fuerza contraria, que encadena los cuerpos al punto de la superficie de la tierra en que se hallan colocados. Los cuerpos puestos en la superficie de la tierra tienden en efecto á moverse segun la longitud de la tangente, siendo ademas solicitados hácia el centro de la tierra en virtud de su pesadez: de que resulta que cada instante hacen esfuerzo para moverse por un movimiento com-

puesto de estos dos; y como el primero es muy pequeño con relacion al segundo, resulta que los cuerpos terrestres se desvian poco de su direccion hácia el centro, y que de consiguiente el movimiento de rotacion de la tierra no les puede hacer abandonar el lugar que ocupan.

480. Un cuerpo arrojado verticalmente de abajo arriba tiene no solo el movimiento con que ha sido arrojado, sino que está al mismo tiempo animado de un movimiento comun al punto de la superficie de la tierra á que corresponde: de que se sigue que se mueve con relacion á la superficie de la tierra en movimiento por la misma línea por la que seria transportado si la tierra estuviera inmóvil.

481. El movimiento de traslacion y el de rotacion de la tierra no son movimientos distintos producidos por impulsos diferentes; resultan de un solo movimiento imprimido en la tierra que sigue una direccion que no pasa por su centro de gravedad. En virtud de este movimiento gira á un tiempo al rededor del sol y de su eje.

CAPÍTULO III.

DE LAS MASAS DE LOS PLANETAS, DE SUS DISTANCIAS Y DE LA PESADEZ Ó GRAVEDAD EN SU SUPERFICIE.

482. Se ha demostrado n.º 125, que las fuerzas centrales de dos cuerpos movidos circularmente estan en razon compuesta de las masas, de las distancias del centro y de la inversa de los cuadrados de los tiempos periódicos: resulta de esta verdad que la gravedad de uno de los satélites hácia su planeta es á la gravedad de la tierra hácia el sol, como la distancia media del satélite al centro de su planeta, dividida por el cuadrado de su tiempo periódico, es á la distancia media de la tierra al sol, dividida por el cuadrado de su tiempo periódico (1). Reduzcamos las gravedades á la misma distancia de los cuerpos que las producen, multiplicándolas respectivamente por los cuadrados de los radios de las órbitas que hacen describir; y como á distancias iguales las

---

(1) *Indicando por* P, p *estas gravedades, por* R, r *las distancias, por* T, t *los tiempos periódicos, se tiene* $P:p::\frac{R}{T^2}:\frac{r}{t^2}$. *Pero representando* M *la masa del sol*, m *la masa del planeta al rededor del que gira el satélite se tiene* $P:p::\frac{M}{R^2}:\frac{mr}{r}$; *luego* $\frac{R}{T^2}:\frac{r}{t^2}::\frac{M}{R^2}:\frac{m}{r^2}$; *luego...* $\frac{R^3}{T^2}:\frac{r^3}{t^2}::M:m$.

masas son como sus atracciones, la masa del planeta es á la del sol como el cubo de la distancia media del satélite al centro de su planeta, dividido por el cuadrado de su tiempo periódico es al cubo de la distancia media de la tierra al sol dividido por el cuadrado de su tiempo periódico.

483. Aplicando este resultado á los planetas que tienen satélites, es facil hallar el valor de sus masas, porque se conocen los radios de las órbitas de los satélites, y tambien la duracion de sus revoluciones siderales ó sus tiempos periódicos. Tomando los cubos de los radios de estas órbitas, y dividiéndolos respectivamente por los cuadrados de los tiempos periódicos, los cocientes dan los valores de los cuerpos al rededor de los que giran los satélites.

En cuanto á los planetas que no tienen satélites es preciso, para determinar el valor de sus masas, valerse de medios que no siendo del resorte de la física elemental, no pueden tener lugar en esta obra.

Masas de los planetas comparados con la del sol tomando esta por unidad.

Mercurio.	$\frac{1}{2025810}$
Venus.	$\frac{1}{383137}$
Tierra.	$\frac{1}{329630}$
Marte.	$\frac{1}{1846082}$
Júpiter.	$\frac{1}{1067,09}$
Saturno.	$\frac{1}{3359,40}$
Urano.	$\frac{1}{19504}$

484. Las densidades de los cuerpos estan en razon directa de las masas, é inversa de los volúmenes: y cuando los cuerpos son casi esféricos los volúmenes son como los cubos de sus radios: de que resulta que las densidades son entonces como las masas divididas por los cubos de los radios. Practicando estas divisiones se hallan los números siguientes que espresan las densidades de la tierra, de Júpiter, de Saturno y de Urano, tomando por unidad la densidad media del sol.

El sol.	1
La tierra.	3,9393
Júpiter.	0,8601
Saturno.	0,4951
Urano.	1,1376

485. Estos resultados nos manifiestan que los planetas mas vecinos del sol son tambien los mas densos, lo que les pone en estado de resistir á la grande actividad del calor solar. Todo pereceria en la superficie del globo que habitamos si quedando la misma su densidad fue-

se de repente transportado al lugar de Saturno. Los fluidos pasarian subitamente al estado sólido, y el excesivo frio que se esperimentaria seria para las plantas y animales un principio de destruccion. Todos los líquidos pasarian al estado aeriforme, si, sin aumentar la densidad de la tierra, fuese colocada á la distancia de Mercurio. Este planeta $\frac{2}{3}$ mas cerca del sol que nosotros sufre un calor siete veces mayor que el que se siente en nuestro paralelo durante el mas ardoroso verano; y este calor no difiere mucho del de el agua hirviendo. Una mutacion mucho menor en la temperatura despoblaria la zona torrida, si, sin tomar el lugar de Mercurio, la tierra se aproximara un poco al sol. La ley que la observacion nos ha manifestado poniendo todas las cosas en su lugar, nos patentiza perfectamente la sabiduria de la naturaleza.

486. Para tener la intensidad de la gravedad ó pesadez en la superficie del sol y planetas, es menester notar que si Júpiter y la tierra fueran perfectamente esféricos, y sin movimiento de rotacion, las pesadeces en el ecuador serian proporcionales á las masas de los cuerpos divididas por los cuadrados de sus diámetros; porque en estos cuerpos las distancias del centro son como los diámetros: pero en la distancia media del sol á la tierra, el diámetro del ecuador de Júpiter es 626,26 segundos, y el del ecuador de la tierra de 54,5 segundos, de que resulta que representando por la unidad el peso de un cuerpo en el ecuador terrestre, el peso de este cuerpo trasportado al ecuador de Júpiter seria 2,509; pero es menester disminuir este peso de cerca una novena parte por razon de los efectos de la fuerza centrífuga que se origina de la rotacion de los planetas. El mismo cuerpo pesaria 27,65 en el ecuador del sol, y los cuerpos correrian en él 100 metres (cerca de 300 pies) en el primer minuto segundo de su caida.

CAPÍTULO IV.

DE LA FIGURA DE LOS PLANETAS.

487. Si los planetas fueran fluidos y sin movimiento de rotacion, la atraccion igual y recíproca de todas sus moléculas produciria la figura esférica; porque una columna mas elevada pesaria mas sobre el centro, elevaria por su peso las columnas mas cortas, bajaria ella con la misma proporcion, hasta que teniendo todas las columnas la misma altura se contrabalancearian la una á la otra por su igualdad de peso.

488. Esta figura esférica de los planetas no muda por su movimiento de traslacion al rededor del sol, porque moviéndose todas sus moléculas de la misma manera, su relacion de situacion no varía: pero por el movimiento de rotacion, la figura esférica sufre una alteracion tanto mayor cuanto el movimiento es mas rápido. Por el movi-

miento de rotacion todas las moléculas adquieren una fuerza centrífuga opuesta á la pesantez; siendo la pesantez la misma á igual distancia del centro, y sobre todo los puntos de la misma superficie esférica, la figura de los planetas no esperimentaria ninguna variacion, si la fuerza centrífuga fuera la misma á iguales distancias del centro; pero como el ecuador de los planetas tengan mayor velocidad que los otros círculos paralelos, tiene tambien mayor fuerza centrífuga en razon de la mayor longitud de su radio. Esta fuerza centrífuga, siempre dirigida segun el radio del círculo descrito, de otra parte mayor en el ecuador que en los círculos paralelos, es aun mas directamente opuesta á la pesadez por ser siempre dirigida perpendicularmente á la superficie segun el radio de la esfera. La pesantez de las moléculas que componen la masa de los planetas, sufre pues bajo este doble respeto, por la fuerza centrífuga una disminucion mayor en el ecuador que en los polos y demas círculos paralelos; y de consiguiente las demas columnas, las de los polos principalmente, pesando mas contra el centro que la del ecuador deben elevar continuamente esta columna, y sufrir ellas una depresion hasta que la mayor altura en el ecuador compense el exceso de pesantez en los polos; de que resulta que los planetas deben tomar la figura de una esferoide complanada en los polos.

489. Este complanamiento de los polos, por la relacion que tienen la fuerza centrífuga y la pesantez, tiene no obstante un término del que no puede pasar. Este es el mayor posible cuando la fuerza centrífuga es igual á la pesadez: si la fuerza centrífuga fuera mayor, las moléculas que componen al planeta se apartarian indefinidamente por el espacio, y esta remocion llevaria consigo la destruccion.

490. La teoría corresponde en esto con las observaciones hechas sobre la tierra para determinar su figura. Todas concurren á manifestar un aumento en los grados de los meridianos del ecuador á los polos, y de consiguiente un aplanamiento en las partes polares.

CAPÍTULO V.

DEL MOVIMIENTO DE LA LUNA.

No se puede dar una teoría completa del movimiento de la luna, sin sacar los recursos de la mas sublime analísis. Debemos pues en este tratado elemental, limitarnos á dar á conocer las fuerzas que alteran el movimiento de la luna, y á examinar los fenómenos generales á que dan orígen sin pretender determinar las cantidades absolutas.

PÁRRAFO PRIMERO.

En que se determinan las fuerzas que alteran el movimiento de la luna, y en que se esplican los fenómenos que de esto dependen.

491. Si la luna no gravitara mas que hácia la tierra describiria una elipse al rededor de este planeta; pero la luna gravita al mismo tiempo hácia el sol, quien atrae tambien poderosamente la tierra. Cualquiera que fuera la intensidad de su accion, si siempre fuera la misma y dirigida segun líneas paralelas, se emplearia esclusivamente en producir los movimientos anuos de la luna y de la tierra al rededor del sol, y el movimiento de la luna al rededor de la tierra en nada se alteraria, porque los movimientos comunes no alteran de manera alguna los movimientos particulares.

La luna, distando del sol mas que la tierra en una mitad de su órbita, y en la otra mitad distando menos se halla menos atraida que la tierra por el sol en el primer caso y mas atraida en el segundo. Ademas esta accion del sol sobre la tierra, y la luna no es jamás dirijida segun las mismas líneas, ó segun líneas paralelas, si se exceptuan las sizigias y en estos dos puntos la diferencia de las atracciones ejercidas por el sol sobre la tierra y la luna es la mayor: de que resultan necesariamente desigualdades admirables en el movimiento de la luna, las que hacen que este astro no describa ni un círculo, ni una elipse sino una curva del todo diferente. La determinacion exacta de esta curva se refiere á la solucion del *problema de los tres cuerpos*, que ha ocupado la sagacidad de los mayores geómetras, y que consiste en hallar cual es en cada instante la posicion de la tierra, y de la luna con relacion al sol, suponiendo que estos cuerpos se atraen en razon directa de las masas é inversa del cuadrado de las distancias.

492. Supóngase la luna en un punto cualquiera L de su órbita CQA*q* (fig. 69), moviéndosé segun el órden de signos en el sentido LQ*q*. La fuerza con que el sol S la atrae es á la que ejerce contra la tierra, situada en el centro de la órbita lunar $::ST^2:SL^2$, n.° 474. Hágase pasar por el sol S la línea recta LG que sea á TS, en la razon TS^2 á SL^2. y LG representará la atraccion que el sol ejerce sobre la luna. La fuerza LG es oblicua á TS que representa la atraccion que el sol ejerce sobre la tierra; luego obra contra lo luna como obrarian dos fuerzas LH y LR que forman dos lados del paralelógramo del que LG es la diagonal. La fuerza LH es por construccion igual y paralela á TS: luego en nada altera el movimiento de la luna al rededor de la tierra, y de consiguiente este movimiento no puede ser perturbado sino por la fuerza LR, que llamarémos por esta razon *fuerza perturbatriz*.

493. La tierra es 340 veces mas distante del sol que de la luna:

luego la línea SG es muy pequeña con relacion á ST; y de consiguiente se puede mirar RG, como puesta sobra SO y LR como confundida con LO: de que resulta que LO representará la fuerza perturbatriz.

LH=TS: luego en una gran parte de la órbita de la luna la estremidad H desciende bajo el centro del sol, y LO se halla oblicua al movimiento de la luna y á su pesadez sobre la tierra, dirigida segun LT: por lo que podemos descomponerla en dos fuerzas, la una LB perpendicular á LT, la otra LF dirigida segun TL. La fuerza LB, tangente de la órbita de la luna en el punto L, atrae la luna de L á B, por lo que retarda su movimiento cuando la luna pasa de la sizigia á la cuadratura. Es fácil ver que la acelera en el paso de la cuadratura á la sizigia. La fuerza LF, dirigida segun TL, altera la pesadez de la luna sobre la tierra; la disminuye cuando LF es prolongacion del radio, como en esta figura; la aumenta cuando LF forma parte del radio. Tenemos pues aquí tres fuerzas, la fuerza LO y las fuerzas LB y LF. Las dos últimas se originan de la descomposicion de la primera, determinada por su obliquidad al movimiento de la luna y á la pesadez de este astro sobre la tierra. La fuerza LO es la fuerza *perturbatriz absoluta.* Llamaremos á la fuerza LB *fuerza perturbatriz tangentil*, porque la línea que la representa es tangente de la órbita de la luna; y daremos á la fuerza LF el nombre de *fuerza perturbatriz radial*, porque se dirige segun la longitud del radio. Determinando las líneas, LO, LB, LF, se conocerá la influencia de estas fuerzas en el movimiento de la luna.

494 Por la construccion de la figura $GL:TS::TS^2:SL^2$. DL es la diferencia de TS á SL, y esta diferencia es muy pequeña: luego 2DL es la diferencia de TS^2 á SL^2 (1), y de consiguiente tambien la diferencia de GL á TS: luego $GL-TS=2DL$. Pero la diferencia de GD á GL es aun DL: luego la diferencia de GD á TS ó bien $OT=3DL$. DL es evidentemente el seno del arco que mide la distancia de la luna á la cuadratura vecina, ó el coseno de su distancia á la mas próxima sizigia: por lo que LO ó la fuerza perturbatriz absoluta de la luna es siempre el tercer lado de un triángulo, cuyos otros dos son el radio de la órbita lunar, y el triple del coseno de la distancia de la luna á la mas próxima sizigia. Si se representa el ángulo OTL por s, el radio medio de la órbita lunar por r, y la fuerza perturbatriz absoluta por a: se tendrá á causa del triángulo TOL $OL^2=TL^2+OT^2-2TL.\ OT$ cos OTL, ó bien $a^2=r^2+9r^2.\ \cos s-6r^2 \cos s=r^2+3r^2 \cos s$.

(1) *Para conocer la exactitud de esta consecuencia, basta observar que cuando dos cantidades se aproximan á ser iguales, la diferencia que hay entre sus cuadrados es doble de la que hay entre sus raices. Asi* 1 *y* $1+\frac{1}{\infty}$ *no difieren mas que de* $\frac{1}{\infty}$, *sus cuadrados que son* 1 *y* $1+\frac{2}{\infty}+\frac{1}{\infty}$ *se diferencian de* $\frac{2}{\infty}$.

495. Síguese de aqui que la fuerza perturbatriz absoluta está en su *maximum* en las sizigias y en su *minimum* en las cuadraturas en que es el subduplo de lo que es en las sizigias; porque la fuerza perturbatriz absoluta $a^2=r^2+3r^2$ cos s. Pero en las sizigias el ángulo $s=o$: luego su cos $=1$: luego $a^2=r^2+3r^2=4r^2$: luego $a=2r$. En las cuadraturas el ángulo s es recto; luego su cos $=o$: luego $a^2=r^2$: luego $a=r$: luego en las cuadraturas la fuerza perturbatriz absoluta es igual al radio, al paso que es igual al duplo del radio en las sizigias: luego en las cuadraturas es el subduplo de lo que es en las sizigias.

496. Para determinar la fuerza perturbatriz tangentil LB prolónguese LD hasta á K; y desde este punto bájese sobre LT prolongada la perpendicular KI. Esta es paralela á OF: por lo que los triángulos rectángulos KIL, TOF son semejantes: luego OF ó LB : IK :: OT : KL. OT=3DL. LK=2DL. IK es el seno del ángulo KTI, duplo del ángulo KLI, y de consiguiente el duplo de su igual CTL que representa la distancia á la sizigia mas inmediata: por lo que LB es al seno duplo de la distancia de la luna á la sizigia mas inmediata :: 3DL : 2DL :: 3 : 2; luego la fuerza perturbatriz tangentil que se emplea en acelerar ó retardar el movimiento de la luna es igual á $\frac{3}{2}$ del seno del duplo de la distancia de la luna á la mas próxima sizigia. Representando esta fuerza por t, se tendrá $t=\frac{3}{2}$ sen $2s$. Síguese de aqui 1.º que la fuerza perturbatriz tangentil es nula en las cuadraturas y en las sizigias, porque en estos puntos de la órbita lunar sen $2s=o$. 2.º Esta fuerza es la mayor posible cuando la luna está situada á los 55º de la sizigia: porque entonces sen $2s=r$.

497. Falta determinar la fuerza perturbatriz radial LF. Considérense los triángulos KIL, TOF. Estos son semejantes; luego OT : LK :: TF : IL. TF=TL+LF. IL=TL+IT:
luego OT : LK :: TL+LF : TL+IT;
pero OT : LK :: 3 : 2:
luego TL+LF : TL+IT :: 3 : 2:
luego 2TL+2LF=3TL+3IT:
luego trasponiendo 2LF=3TL−2TL+3IT=TL+3IT:
por lo que dividiendo por 2 los miembros de esta ecuacion se tendrá

$$LF=\tfrac{1}{2}TL+\tfrac{3}{2}IT.$$

Si el punto F cayera entre L y T, se tendria

$$LF=\tfrac{1}{2}TL-\tfrac{3}{2}IT.$$

TL es el radio; IT es el coseno del ángulo KTI doble del que mide la distancia de la luna á la sizigia mas inmediata: luego la fuerza perturbatriz radial, cuyo efecto es disminuir ó aumentar la pesadez de la luna, es como la suma ó la diferencia de la mitad del radio de la órbita lunar, y de $\frac{3}{2}$ del coseno del duplo de la distancia de la luna á la mas próxima sizigia.

498. Síguese de aqui, 1.º que la fuerza LF que altera la pesadez

de la luna con relacion á la tierra, la pone en su mayor disminucion en las sizigias; porque IT es el coseno del duplo de la distancia de la luna á la sizigia: luego cuando la luna está en la sizigia, IT=o: luego LF se confunde con LO. Iguala la fuerza perturbatriz absoluta, la que estando entonces directamente opuesta á la pesadez de la luna hácia la tierra le hace esperimentar la mayor disminncion.

2.° En la cuadratura la fuerza LF imprime el mayor aumento á la pesadez de la luna hácia la tierra; porque en la cuadratura el duplo de la distancia de la luna á la sizigia en 180°, luego el coseno es TL: luego la fórmula $LF=\frac{1}{2}TL-\frac{3}{2}IT$ viene á ser $LF=\frac{1}{2}TL-\frac{3}{2}TL=-TL$. Es claro que esta fuerza dirigida hácia T únicamente se emplea en aumentar la pesadez de la luna hácia la tierra; pero el aumento de que la anima no es mas que la mitad de la disminucion que ella esperimenta en la sizigia en que es igual á 2TL.

3.° La fuerza LF es nula en los 54° 44′ de la sizigia; porque LF=O, cuando $\frac{1}{2}TL=-\frac{3}{2}IT$, ó dividiendo por $\frac{3}{2}$ cuando $\frac{1}{3}TL=-IT$; pero TL siendo el radio=1, —IT=—0,33333 que es el coseno de un ángulo obtuso, pues que es negativo, y este ángulo es de 109° 28′ duplo de la distancia de la luna á la sizigia cuando LF=o: luego esta distancia es de 54° 44′.

Esplicacion de los fenómenos.

449. 1.° *La luna describe areas proporcionales á los tiempos en las cuadraturas y sizigias, lo que no sucede exactamente en los demas puntos de su órbita.* La fuerza perturbatriz tengentil es nula en las sizigias y en las cuadraturas; por lo que la velocidad de la luna en estos puntos no sufre alteracion alguna; de aqui es que no se destruye la proporcionalidad de las areas y tiempos; pero en los demas puntos de la órbita, la fuerza perturbatriz tangentil aumenta ó disminuye la velocidad de la luna, y de consiguiente le destruye la proporcion entre las areas y tiempos.

500. 2.° *La curvatura de la órbita de la luna es mayor en las cuadraturas que en las sizigias en igualdad de circunstancias*: porque la curvatura de la órbita aumenta en razon compuesta de la intensidad de la gravedad y del tiempo durante el que obra; y estos dos elementos de la curvatura son mayores en las cuadraturas que en las sizigias: 1.° la pesadez es mayor en las cuadraturas en que hay un aumento procedente de la fuerza perturbatriz radial que la disminuye en las sizigias.

2.° Esta obra sobre cada punto durante mayor tiempo en las cuadraturas; porque siendo continua su accion, el número de sus impresiones es proporcional al tiempo que el móvil demora en cada punto y el tiempo es mas largo en las cuadraturas en que la velocidad es

menor; mas corto en las sizigias en que la velocidad es mayor. El cálculo demuestra que una órbita tal, y en las cuadraturas la distancia de la luna á la tierra debe ser á su distancia en las sizigias en la razon de 70 á 69.

Tendiendo la gravedad á aproximar la luna á la tierra parece que la luna deberia estar mas distante de la tierra en las sizigias en que la gravedad es menor y mas cerca de la tierra en las cuadraturas en que la gravedad es mayor: pero la gravedad para producir su efecto completo necesita tiempo, y la tendencia de esta fuerza á aproximar la luna á la tierra, es la causa que aproximándola continuamente mas saliendo de la cuadratura, se halla mas aproximada en la sizigia.

Si la luna hubiese descrito originariamente un círculo al rededor de la tierra, llegada á la cuadratura, su gravedad sobre la tierra aumentada por la accion del sol, la habria hecho bajar dentro de este círculo por un arco mas curvo y mas inmediato á la tierra. Habria en seguida continuado á aproximarse mas, sea en virtud de esta primera inflexion, sea en fuerza del aumento continuo de su gravedad que dura hasta los 35° 15′ mas acá de la cuadratura. Despues de este punto su gravedad habria disminuido hasta la conjuncion; pero hecha ya la inflexion hácia la cuadratura, habria quedado á la luna bastante gravedad para entretener el aplanamiento de la órbita que de ella proviene; y en lugar de un círculo la luna habria descrito una elipse cuyo grande eje habria pasado por las cuadraturas, y el pequeño por las sizigias. La órbita originaria de la luna, antes de ser modificada por la accion del sol, no siendo un círculo sino una elipse en que la tierra ocupa uno de los focos, las desigualdades que se acaban de describir se reducen á dar la curvatura á su órbita, y de consiguiente su distancia á la tierra, mayores en las cuadraturas, menores en las sizigias de lo que habrian sido sin esta accion; de manera que la línea de los ápsides hallándose en las cuadraturas, su distancia apogea será la mayor posible, y la perigea la mayor de todas estas distancias; en lugar de que concurriendo con las sizigias, la distancia perigea será la menor posible y la apogea la menor de todas las distancias apogeas, aunque pueda ser mayor que la distancia de la luna en las cuadraturas.

501. Los mismos principios son suficientes para hacer ver que la *órbita de la luna debe estenderse poco á poco á medida que la tierra se aproxima al sol, y de consiguiente que la luna debe distar mas de nosotros en invierno que en verano.* Porque por razon de la inflexion que sucede en la órbita de la luna cerca las cuadraturas, esta órbita debe aplanarse cerca de las sizigias; pero como por la disminucion de su pesadez en las sizigias es doble el aumento que esperimenta en las cuadraturas, el aplanamiento en las cuadraturas es menor, y la luna menos aproximada á la tierra, que si la disminucion fuera precisamente igual al aumento: de que se sigue que en cada revolucion hay una

dilatacion de la órbita debida á la cantidad en que la disminucion de la gravedad excede al aumento; pero este exceso de disminucion de la gravedad en las sizigias sobre su aumento en las cuadraturas, es mayor cuando la tierra está mas cercana al sol que cuando está mas remota; pues que cuanto mas la tierra se aproxima al sol, mas comparable es la distancia de la luna con la tierra en su conjuncion, á la distancia de la tierra al sol: luego la disminucion absoluta de la gravedad de la luna sobre la tierra es mayor ó comparable con relacion á su gravedad absoluta; y si de esta disminucion total se quita la mitad para deducir la cantidad que la gravedad aumenta en las cuadraturas, es claro que si el residuo que espresa la disminucion efectiva de la gravedad de la luna en una revolucion es mayor cuando la tierra es perihelia, que cuando es afelia, y que su órbita debe ser menos cerrada en el primer caso que en el segundo.

Con esto se ve porque la luna está mas distante de nosotros en invierno que en verano: adelantando la tierra continuamente en invierno hácia su perihelio, sucede una dilatacion consecutiva de la órbita de la luna proporcional al aumento de disminucion de gravedad; cuando en verano estando la tierra en su afelio, la gravedad de la luna sufre menor disminucion por razon de la mayor distancia del sol, y su órbita es mas comprimida por el residuo de su gravedad hácia las sizigias.

502. 4.º Se ha visto que los cuadrados de los tiempos periódicos son como los cubos de las distancias medias esto es de las mitades de los grandes ejes de las órbitas; y de consiguiente los tiempos periódicos son como las raices cuadradas de los cubos de los grandes ejes: de que se sigue que los tiempos periódicos son mayores cuando las órbitas son mas estensas, lo que sucede en invierno cuando la tierra es perihelia; menores cuando las órbitas son mas pequeñas, lo que sucede en verano cuando la tierra es afelia: luego el tiempo periódico de la luna debe ser mayor en invierno que en verano; y como la contraccion ó la dilatacion de la órbita deben aumentar por grados á medida que la luna se aleja ó se aproxima al sol, deben de aqui resultar desigualdades entre los tiempos de muchas revoluciones consecutivas de la luna, lo que está conforme con la observacion.

503. 5.º *El apogeo de la luna está animado de un movimiento directo que la obliga á hacer una revolucion entera segun el órden de signos en el espacio de cerca nueve años.* Si la accion del sol no alterara el movimiento de la luna al rededor de la tierra, este satélite tendiendo hácia al centro de la tierra en virtud de una fuerza sujeta á la ley inversa de los cuadrados de las distancias, estaria siempre á una igual distancia de este planeta en los puntos de su órbita que correspondieran con el mismo punto del cielo, y la curva que describiria seria una elipse inmóvil: Pero la accion del sol disminuye la gravedad

de la luna en las sizigias, y la aumenta en las cuadraturas: por lo que la línea de los ápsides de la luna no es inmóvil, sino que debe estar animada ahora de un movimiento directo ahora retrógrado: y como la disminucion de la gravedad de la luna en las sizigias es el duplo del aumento en las cuadraturas, y se estiende hasta 54° 44′ de una y otra parte de las sizigias, al paso que el aumento no se estiende sino hasta los 35° 16′ de una y otra parte de las cuadraturas, la causa que adelanta el apogeo es de mucho superior á la que lo hace retrogradar: no es pues de admirar que parezca que se hace una revolucion entera segun el órden de los signos en el espacio de nueve años.

504 6.° *La escentricidad de la órbita de la luna aumenta en las sizigias, disminuye en las cuadraturas.* Por poco que se reflexione sobre lo que está ya dicho, se ve que la misma causa que produce el movimiento apogeo de la luna debe hacer variar su escentricidad: esta seria constante si el sol no ejerciera accion alguna sobre la luna; pero por la accion del sol la gravedad de la luna disminuye en las sizigias, y disminuye tanto mas cuanto mayor es su distancia actual de la tierra, tanto menos cuanto menor sea esta distancia; y de consiguiente en las sizigias disminuye mas de lo que habria disminuido en donde es mas pequeña, menos que en donde es mas grande: por lo que en el paso de la luna de su ápside superior al inferior por la sizigia, su gravedad actual en las inmediaciones de este ápside inferior es mayor con relacion á su gravedad en las inmediaciones del ápside superior que en razon inversa de los cuadrados de las distancias: de que se sigue que su movimiento es mas inclinado hácia el centro que si la tierra obrara sola en este satélite, lo que aumenta la escentricidad. Cuando la luna subiendo desde su ápside inferior pasa por la cuadratura, tiene su gravedad aumentada, la que lo es tanto mas cuanto la distancia de la tierra es mayor en esta cuadratura, es decir que aumenta en donde naturalmente es mas pequeña: luego disminuye menos de lo que deberia; y de consiguiente el movimiento de la luna se hace mas circular, lo que disminuye su escentricidad. Pero por ser mayor la fuerza que aumenta la escentricidad en las sizigias que la que la disminuye en las cuadraturas, se deduce que el efecto de la accion del sol debe ser, hecha toda compensacion, de aumentar la escentricidad de la luna en cada revolucion, lo que está conforme con la observacion.

§ II.

En que se combinan los efectos de las fuerzas precedentes con la inclinacion de la órbita de la luna, y en que se esplican los fenómenos de la retrogradacion de los nodos á que da lugar esta combinacion.

505. En el artículo precedente se han determinado las fuerzas que alteran el movimiento de la luna suponiendo que el plano de su órbita

coincide con el de la eclíptica. Esta suposicion no es exacta, porque el plano de la órbita de la luna está inclinado cerca de 5° 9′ al de la órbita de la tierra: por lo que la fuerza perturbatriz LO se descompone en dos, la una LM=OV tirada (fig. 70) perpendicularmente sobre el plano de la órbita de la luna al punto en que se halla este satélite, y que se llama *fuerza deturbatriz*, la otra LV descrita en el mismo plano. La línea LV es siempre muy grande con relacion á LM; ademas el ángulo VLO es siempre muy pequeño á causa de la poca inclinacion de la órbita de la luna; por lo que se puede tomar LV=LO. Se han determinado en el artículo precedente los efectos de la fuerza LO: faltan ahora considerar los de la fuerza deturbatriz LM, y su relacion con el aumento ó disminucion de la fuerza central de la luna.

506. Para hallar la razon de la fuerza LM ó VO con TL que representa el aumento de la fuerza central en la cuadratura, sea la línea de los nodos TP; tírese sobre P la perpendicular VP, y descríbase PO. Es evidente que el ángulo VPO es igual á la inclinacion del plano de la órbita de la luna sobre el de la eclíptica: por lo que se tiene TR ó TL:TO::R: 3 sen LTR.

Se tiene tambien TO:OP::R: sen OTP. Se tiene en fin OP:OV ó LM::R: sen OPV. Multiplicando término por término, y dividiendo la primera razon por TO×OP, se tiene TL:TM::R^3: 3 sen LTR× sen OTP× sen OPV; y de consiguiente *el aumento de la gravedad de la luna en la cuadratura*, *es á la fuerza deturbatriz*, *esto es á la fuerza perpendicular al plano de la órbita de la luna para alterar su inclinacion*, *como el cubo del radio es al triple seno de la distancia de la luna á la cuadratura*, *multiplicado por el seno de la distancia del nodo á la sizigia*, *y por el seno de la inclinacion de la órbita de la luna.*

507. Síguese de aqui, I.° que la fuerza deturbatriz es nula en tres casos, 1.° cuando la luna no tiene latitud, 2.° cuando se halla en cuadratura, 3.° en fin cuando la línea de los nodos concurre con la de las sizigias. En todos estos tres casos siendo nulo el uno de los factores, el producto total es tambien nulo.

II.° La fuerza deturbatriz es la mayor posible cuando la luna estando en las sizigias, se halla en el mismo tiempo en sus límites; porque entonces los tres senos son los mayores posibles.

III.° La fuerza deturbatriz es en general tanto mayor cuanto la luna teniendo una mayor latitud se halla mas cerca de la sizigia.

508. La fuerza deturbatriz LM da continuamente á la luna una tendencia hácia al plano de la eclíptica en la que terminan las dos fuerzas TL, OL; y de consiguiente la fuerza deturbatriz tiende no solo á hacer variar la inclinacion de la órbita de la luna sobre el plano de la eclíptica, sino tambien á hacer que la luna llegue á este plano, y le atraviese mas pronto de lo que habria hecho sin el impulso de esta

fuerza: de que resulta que mientras esta fuerza se hace mayor menor ó nula, la inclinacion de la órbita de la luna disminuye, aumenta ó es la mayor, y el nodo hácia el que la luna adelanta se aproxima mas ó menos ó nada.

509. Para hacer sensibles estas verdades sea la luna en L, en el paso de la primera conjuncion á la cuadratura en R: en esta posicion la luna tiende hácia M en virtud de la fuerza deturbatriz; ademas tiende hácia N en virtud del movimiento propio que la impele segun el órden de los signos: por lo que debe tomar la direccion *Ln* de la diagonal del paralelógramo construido sobre las dos rectas que espresan la relacion y direccion de estas dos tendencias. De que se sigue que la órbita de la luna debe tomar la posicion *Ln*, de manera que el nodo *n* se halla adelantado de N á *n* contra la serie de los signos y la inclinacion de esta órbita ó el ángulo L*n*D debe crecer. Lo mismo sucede en el paso de la oposicion á la segunda cuadratura: por lo que en general, en el paso de una sizigia á la cuadratura que sigue, el nodo de la luna está animado de un movimiento retrógrado, y la inclinacion de su órbita aumenta.

510. Supóngase ahora la luna en *l* en su paso de la segunda cuadratura á la conjuncion. Sea *lm* la direccion de la fuerza que tiende á aproximar la luna al plano de la eclíptica. Es evidente que combinándose esta fuerza con el movimiento propio de la luna segun el órden de los signos debe moverse en la direccion media *l*Q, y su órbita D*l*C debe tomar la situacion *dl*Q, lo que hace que el ángulo *ldm* que mide la inclinacion, sea mas pequeño que el ángulo *l*D*m*, y que el nodo vaya de D á *d* contra el órden de los signos: por lo que en el paso de una cuadratura á la sizigia que sigue, el nodo de la luna tiene una marcha retrógrada, y la inclinacion de la órbita disminuye.

511. Luego en general el nodo de la luna jamas marcha segun el órden de los signos; no es estacionario sino cuando la luna está en cuadratura, ó cuando no tiene latitud. En todos los otros casos su marcha retrógrada es tanto mas rápida cuanto la luna se halla mas cerca de la sizigia, y que tiene mayor latitud. *Newton* calculando el efecto de la fuerza deturbatriz, halló que los nodos deben retrogradar cerca 19° 18′ 1″; y en este punto como en todos los demas la teoría está conforme con la observacion.

512. En cuanto á la inclinacion de la órbita de la luna, es fácil ver que varia cuatro veces en cada revolucion. Dos veces aumenta y dos disminuye: hállase en su *maximum* cuando la línea de los nodos concurre con la de las cuadraturas; está en su *minimum* si la línea de los nodos se confunde con la de las sizigias.

CAPÍTULO VI.

EN QUE SE ESPLICAN LOS FENÓMENOS DE LA PRECESION DE LOS EQUINÓXIOS, Y DE LA NUTACION DEL EJE DE LA TIERRA.

513. Si la tierra fuera perfectamente esférica, la atraccion que el sol y la luna ejercen contra este planeta influiria esclusivamente sobre el movimiento de su centro, y no produciria variacion alguna en la posicion de su eje. Pero por ser de figura esferoidal cuyo pequeño eje pasa por los polos, si se concibe en esta esferoide una esfera inscrita, cuyo eje sea el pequeño de la esferoide, la tierra estará formada de este nucleo esférico, y ademas de una capa que cubre este nucleo cual va aumentando su espesor de los polos al ecuador. Pero su accion sobre la capa que rodea al nucleo muda de la posicion del plano del ecuador á la eclíptica.

514. Para hacer esta variacion mas sensible consideraremos un punto de esta capa colocado en el ecuador como una pequeña luna puesta en la superficie de la tierra, y que hace su revolucion en la duracion de un dia. Por lo que se ha dicho en el capítulo precedente sobre la retrogradacion de los nodos de la órbita lunar; se ve que los nodos de la órbita del punto de esta capa, tomado en el ecuador que es el mismo ecuador, tienden en virtud de la atraccion del sol, á retrogradar sobre la eclíptica: y como la línea que une estos nodos es la misma línea de los equinóxios, síguese que la atraccion del sol sobre el punto de la capa que rodea al nucleo esférico de la tierra tiende á hacer retrogradar la línea de los equinóxios con algunas modificaciones originadas de su mayor ó menor distancia del ecuador; y estas diversas tendencias combinadas producen la tendencia media que forma la parte de la precesion de los equinóxios que viene de la atraccion solar, sin alterar al mismo tiempo la inclinacion del plano del ecuador con el de la eclíptica.

515. La luna obra tambien sobre la capa que rodea al nucleo esférico de la tierra, y tiende de consiguiente á hacer retrogradar sobre el plano de la órbita lunar, la interseccion de este plano con el del ecuador, sin mudar sensiblemente la inclinacion de estos dos planos: de que se sigue que esta interseccion seria la misma línea de los equinóxios, si el plano de la órbita lunar se confundiera con el de la eclíptica, y entonces la retrogradacion producida por la atraccion de la luna se uniria con la retrogradacion que produce la accion del sol; pero por ser el plano de la órbita lunar un poco inclinado al de la eclíptica, se sigue que el movimiento retrógrado imprimido por la atraccion de la luna á la interseccion del ecuador con esta órbita, debe al mismo tiem-

po que hace retrogradar la línea de los equinoxios, producir una ligera variacion en la inclinacion del ecuador sobre la eclíptica; y de consiguiente dar orígen al fenómeno de la nutacion del eje de la tierra.

CAPÍTULO VII.

DEL FLUJO Y REFLUJO.

516. Las oscilaciones regulares y periódicas que se observan en las aguas del mar, se llaman *flujo y reflujo ó marea.*

517. Las aguas del mar tienen una movilidad que les hace ceder á las mas ligeras impresiones; el océano está abierto por todas partes y los grandes mares se comunican entre sí; estas circunstancias contribuyen á la produccion de las mareas, las que reconocen principalmente por causas la accion combinada del sol y de la luna.

Detengámonos por ahora en la consideracion de la sola accion de la luna sobre el mar, y supongamos este astro en el plano del ecuador; es evidente que si la luna imprimiera fuerzas iguales y paralelas al centro de gravedad de la tierra, y á todas las moléculas de la mar, el sistema entero de la esferoide terrestre y de las aguas que la cubren estaria animado de un movimiento comun, y el equilibrio de las aguas no sufriria variacion alguna; este equilibro no está pues turbado sino por la diferencia de estas fuerzas, y por la desigualdad de sus direcciones. La luna ejerce una accion oblicua sobre las moléculas de la mar que estan en cuadratura con ella, la que por consiguiente se descompone y aumenta su gravedad hácia la tierra, al paso que disminuye la pesadez de las moléculas que le estan directamente. Es menester pues para que haya equilibrio entre todas las moléculas de la mar, que las aguas se eleven bajo la luna, á fin de que el exceso de pesadez de las moléculas en cuadratura sea compensado por la mayor altura de las moléculas situadas debajo de la luna. Las moléculas de la mar situadas en el punto correspondiente del hemisferio opuesto, menos atraidas por la luna que el centro de la tierra, á causa de su mayor distancia, serán menos movidas hácia este astro que el centro de la tierra: por lo que este centro tenderá cada instante á apartarse de aquellas moléculas, las que desde luego se hallarán á una mayor distancia del centro, y estarán sostenidas en esta altura por el aumento de pesadez de las columnas situadas en cuadratura que comunican con ellas.

518. Síguese de aqui, 1.º que por la accion de la luna se formarán sobre la tierra dos promontorios de agua, el uno en la parte de aquel astro, y el otro en el lado opuesto, lo que dará á la mar la figura de una esferoide prolongada cuyo grande eje pasará por los centros de la

luna y la tierra; 2.º que se hallará la marea alta bajo la luna, y la baja á los 90 grados de este astro.

519. El grande eje de la esferoide formada por la luna seguiria exactamente el movimiento de este astro, y no habria en cada lugar mas que dos elevaciones de aguas cada mes, si la tierra no tuviera un movimiento de rotacion. En virtud de este movimiento presenta á la luna todos sus meridianos en el espacio de veinte y cuatro horas, los que de consiguiente se hallan sucesivamente en el intervalo de seis horas ahora bajo la luna, ahora á una distancia de 90 grados de este astro: de que se sigue que en el tiempo que media entre la salida de la luna de un meridiano, y su vuelta al mismo, esto es en el espacio de un dia lunar, que excede al dia solar de cerca 50 minutos, las aguas del mar se elevarán dos veces, y bajarán otras tantas en todos los lugares de la tierra.

Girando la tierra sobre su eje, y llevándose consigo al oriente de la luna las moléculas de agua mas elevadas, estas continuarán aun á elevarse por la accion de la luna; y aunque esta accion menos directa disminuye cada instante, subsiste y contribuye á su elevacion, la que por consiguiente no puede haber llegado á su *maximum* en el mismo momento en que la luna pasa por el meridiano, sino cerca de tres horas despues de este paso. Una segunda causa conspira á producir el mismo efecto. Las aguas colocadas en cuadratura al occidente de la luna y llevadas á la conjuncion con este astro por el moviento de rotacion de la tierra, serán continuamente aceleradas en este cuarto de su dia, se moverán despues de la sizigia con esta suma de aceleraciones, y hallando entonces moléculas continuamente mas retardadas que la tierra, se formarán dos corrientes contrarias que fijarán la mayor elevacion á los 45 grados despues de la sizigia. Por iguales razones la mayor depresion de las aguas no sucederá en las cuadraturas, sino en los 45 grados ó tres horas despues.

520. Consideraremos ahora la accion del sol cual suponemos tambien en el plano del ecuador; es claro que debe producir en el océano una agitacion semejante á la que resulta de la accion de la luna, de manera que el agua debe elevarse y bajarse dos veces cada dia solar: pero con motivo de la inmensa distancia del sol esta agitacion es mucho menor que la que se efectúa por la accion de la luna, aunque esté sujeta á las mismas leyes.

521. Las oscilaciones de las aguas que dependen de la accion del sol se confunden con las que proceden de la de la luna. La accion del sol solo varía el flujo y reflujo lunar de la mar, lo que sucede todos los dias, por la desigualdad del dia solar comparado con el lunar.

522. En las sizigias, la accion de la luna conspira con la del sol para elevar las aguas. En las cuadraturas las aguas del mar son deprimidas por la accion del sol, en el mismo tiempo en que estan le-

vantadas por la accion de la luna, y recíprocamente: de que resulta que las mayores mareas deben suceder en los novilunios y plenilunios; y las menores en el primero y segundo cuarto de la luna. Pero la mas alta marea no sucede ni debe suceder precisamente el dia de novilunio y plenilunio, sino dos ó tres dias despues; porque el movimiento adquirido no está subitamente destruido; y este movimiento aumenta la elevacion de las aguas, aunque la accion instantánea del sol se haya realmente disminuido.

523. Se han supuesto hasta aqui la luna y el sol en el plano del ecuador: hagamos ahora variar sus declinaciones, y veremos como varía en un órden inverso la elevacion de las aguas que resulta de la accion combinada de estos dos astros. Concíbanse á este fin la luna y el sol situados en los polos, en este caso el eje de la esferoide coincide con el eje de la tierra; todas las secciones paralelas al ecuador son perpendiculares al eje de la esferoide, y de consiguiente circulares; de manera que el agua bajo cada círculo de latitud tiene por todas partes la misma elevacion, la que no variará en lugar alguno por el movimiento de la tierra. Si el sol y la luna se alejan del polo es claro que la elevacion de las aguas aumenta de mas en mas hasta llegar á su *maximum*, al haber hecho la esferoide su revolucion al rededor de una línea perpendicular á su eje, suponiendo el eje de la esferoide en el plano del ecuador. De aqui se ve porque en las sizigias cerca de los equinóxios, se observan las mayores mareas. Estando el sol y la luna en el ecuador ó cerca de él ejercen sobre las aguas del mar una accion tanto mayor cuanto su distancia á la tierra es menor; esta es la razon porque estando el sol menos distante de la tierra cuando corre los signos meridionales, se observan á menudo dos grandes mareas equinóxiales en esta posicion del sol esto es antes del equinóxio de primavera y despues del equinóxio de otoño. Por tanto esto no sucede todos los años porque puede haber alguna variacion producida por la situacion de la órbita de la luna y por la distancia de la sizigia al equinóxio.

524 Estas leyes de flujo y reflujo convendrian perfectamente con los fenómenos, si las aguas del mar cubrieran toda la superficie de la tierra: esto no es asi, de que resultan anomalías, no en mar grande, porque el océano tiene bastante estension para esperimentar las oscilaciones de que se ha hablado; pero la situacion de riberas, los estrechos y muchas y otras circunstancias que dependen de la posicion particular de los lugares, ocasionan variaciones á la regla general. Por todo lo que exactas y multiplicadas observaciones no nos permiten dudar que el flujo y reflujo está sujeto á las leyes que se acaban de esponer.

LIBRO TERCERO.

PARTE TERCERA.

DE LA ATRACCION CONSIDERADA EN LOS CUERPOS TERRESTRES Ó DE LA PESADEZ.

CAPÍTULO PRIMERO.

DE LAS LEYES DE LA PESADEZ.

525. Se ha definido ya la pesadez, y apreciado la diferencia que hay entre la pesadez y el peso de un cuerpo (n.º 339.)

La atraccion pertenece á todas las moléculas de la materia (n.º 474). Todos los cuerpos terrestres sean sólidos ó fluidos gozan pues de la pesadez, y la opinion de Aristóteles que atribuia á la llama y humo, que salen de los cuerpos en ignicion, un principio de ligereza, es un error que por sí mismo se desmiente con el doble testimonio de la razon y la esperiencia.

526. La pesadez no es proporcional á la masa.

Esperimento. Adáptese á la platina de la máquina neumática un cilindro de vidrio de cerca 1623 milimetros (5 pies) de altura sobre 54 milimetros (2 pulgadas) de diámetro, en el que se haya encerrado una pieza de oro, un pedazo de corcho, una vedija de lana, etc. Despues de haber estraido el aire, vuélvanse las estremidades y se ve que todos los cuerpos de diferente pesadez específica llegan juntos á la parte inferior.

Si se introduce aire en el cilindro y se tienta otra vez el esperimento se observa en la caida de estos cuerpos una diferencia que reconoce por causa la resistencia del aire. Para valuar esta resistencia supongamos que dos esferas del mismo diámetro y cuyas masas esten en la razon de 100 á 10 caigan de la misma altura: la velocidad inicial es en este esperimento evidentemente la misma, y tambien las fuerzas que animan los dos globos son al principio de la caida en la razon de 100 á

10. Si la resistencia del aire que es igual en las dos esferas, n.° 324, es tal que destruya en cada uno de ellos una fuerza como 5, cuando habrán corrido 9 decimetros (cerca 3 pies) con la misma velocidad quedará á la masa como 100, 95 de fuerza, al paso que la masa como á 10 no conservará mas que 5; y de consiguiente la masa como á 100 no habrá perdido mas que la vijésima parte de su fuerza, cuando la masa como á 10 habrá perdido la mitad. Si esto sucede segunda vez de la misma manera, se destruirá toda la fuerza de la masa como 10 y la como 100 conservará aun diez y ocho vijésimas de su fuerza primitiva: de que se sigue que la masa como 100 debe continuar á moverse al traves del fluido atmosférico con mayor velocidad que la masa como 10, y de consiguiente que debe llegar mas pronto á la superficie de la tierra.

527. La pesadez está sujeta á la ley general de atraccion que domina en todos los cuerpos de la naturaleza. Esta ley se modifica no obstante en la siguiente circunstancia: en la superficie de la tierra los cuerpos no descienden sino de medianas alturas; la diferencia de sus distancias al centro de la tierra, en diferentes puntos de su caida, es para decirlo asi insensible, y con mayor razon la diferencia entre los cuadrados de estas mismas distancias: de que resulta que se puede mirar la pesadez que anima los cuerpos terrestres como una fuerza aceleratriz constante durante todo el tiempo que emplean en bajar; de manera que en su caida estan sujetos á las leyes del movimiento uniformemente acelerado. Síguese de aqui:

1.° Que los cuerpos que caen libremente en la superficie de la tierra corren espacios los que, contando desde el principio del descenso, estan entre sí como los cuadrados de las velocidades adquiridas mientras caen, ó como los cuadrados de los tiempos empleados en caer (n.° 58).

2.° Suponiendo el tiempo de la caida dividido en instantes iguales, los espacios corridos en el primero, segundo, tercero, etc., son entre sí como los números impares 1, 3, 5, 7, 9, etc. (n.° 59).

3.° Un cuerpo que cae libremente ha adquirido al fin de su caida una velocidad suficiente para hacerle correr por un movimiento uniforme, y en un tiempo igual al de la caida, un espacio doble del que ha corrido, (n.° 59).

4.° Un cuerpo que cae libremente tiene al fin del descenso, una velocidad suficiente para hacerle subir por un movimiento uniformemente retardado, á la altura de que ha bajado (n.° 62).

Estas leyes del descenso de los cuerpos se afirman por la esperiencia. Las tentativas que se han hecho relativamente á este objeto, atestiguan que un cuerpo cayendo libremente cerca de la superficie de la tierra, corre en el primer segundo de su descenso 4,87 met. (15 pies), en el segundo 14,617. met. (45 pies), en el tercero 24,363 met. (75 pies), etc.

CAPÍTULO II.

DEL DESCENSO DE LOS CUERPOS POR PLANOS INCLINADOS

528. La fuerza con que un cuerpo tiende á bajar por un plano inclinado proviene de la pesadez, ó mas bien es la misma pesadez disminuida por la resistencia del plano inclinado. Para apreciar esta disminucion, sea M (fig. 71) el punto en que la línea de direccion de un cuerpo colocado sobre el plano inclinado AB encuentra este plano; y represéntese por a el ángulo PMp que forma la direccion de la pesadez con el plano AB. La fuerza P se puede descomponer en dos p,p' de las que la una p' perpendicular al plano será destruida, y la otra p será efectiva para hacerle bajar á lo largo del plano; la espresion de esta última fuerza sacada del triángulo PpM. es

$$p = \mathrm{P} \cos a = \mathrm{P}.\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}};$$

por lo que la fuerza efectiva p está en razon constante con la fuerza absoluta sobre el mismo plano. Ademas durante la caida de un cuerpo por un plano inclinado, la fuerza absoluta renueva cada instante su accion; por lo que produce cada instante una fuerza efectiva igual á P cos a: de que resulta que un cuerpo que baja por un plano inclinado se mueve con un movimiento uniformemente acelerado; que las velocidades adquiridas son como los tiempos, y estos como la serie de números naturales 1, 2, 3, 4, 5, etc.; 3.º que los espacios corridos despues del principio de la caida, son como 1, 4, 9, 16, etc.; y los espacios corridos en cada intervalo de tiempo como 1, 3, 5, 7, etc.; en fin que el espacio corrido desde A hasta M ó B no es mas que la mitad del que el cuerpo correria en el mismo tiempo por un movimiento uniforme con la velocidad adquirida en M ó en B.

529. Las velocidades de dos cuerpos de los que el uno rueda sobre el plano inclinado AB (fig. 71), y el otro cae libremente á lo largo de AC, si su caida empieza en el mismo tiempo, cada instante se tiene la misma proporcion entre ellas, por ser entre sí como AC es á AB; luego los cuerpos en los mismos tiempos corren espacios que son entre sí como AC es á AB; y de consiguiente las velocidades adquiridas bajando estos espacios tienen entre sí la misma razon.

Si del punto C (fig. 71) se tira sobre AB la perpendicular CK; AK parte superior del plano inclinado representa el espacio corrido por el cuerpo M, en el mismo tiempo que emplearia en caer libremente de A á C; porque entonces AK : AC :: AC : AB.

530. Un cuerpo emplea en bajar la longitud de una cuerda cual-

quiera AK de un círculo (fig. 72), el mismo tiempo que emplearia cayendo libremente para correr la longitud de su diámetro AB: porque tirando KB, el ángulo AKB es recto; la cuerda AK representa la parte superior de un plano inclinado, y el diámetro AB representa el plano vertical. Asi los tiempos del descenso por la longitud de todas las cuerdas de un mismo círculo son iguales entre sí; y si A es un punto de contacto comun á muchos círculos, los cuerpos que bajarian al mismo tiempo la longitud de las cuerdas AK, AD, AB, AE, correrian en tiempos iguales las partes *k*K, *d*D, *b*B, *e*E.

531. El tiempo que el cuerpo M (fig. 71), emplea en bajar de A á B, es al tiempo que emplearia en caer de A á C, como AB es á AC; porque los espacios corridos por un movimiento uniformemente acelerado, son como los cuadrados de los tiempos; luego el cuadrado del tiempo del descenso por AB es al cuadrado del tiempo de la bajada por AK, como AB es AK; pero $AB : AC :: AC : AK$; luego $AB^2 : AC^2 :: AB : AK$: luego el cuadrado del tiempo de la bajada AB es al cuadrado del tiempo del descenso por AK, como $AB^2 : AC^2$: luego el tiempo del descenso por AB es al tiempo del descenso por AK, ó al tiempo del descenso por AC, como AB es á AC.

532. Los tiempos de los descensos por tantos planos inclinados como se quiera son entre sí como las longitudes de los mismos planos; porque el tiempo del descenso por AB (fig. 71) es al tiempo de la caida libre á lo largo de AC, como AB es á AC: del mismo modo el tiempo del descenso por AD es al tiempo de la libre caida por AC, como $AD : AC$: luego el tiempo de la caida sobre AB es al tiempo del descenso por AD, como AB es á AD.

La velocidad adquirida al fin del descenso sobre un plano inclinado AB (fig. 71) de una altura determinada, es igual á la adquirida en C por el libre descenso de un cuerpo, porque despues de tiempos iguales cuando los cuerpos se hallan en C y en K, las velocidades se hallan en la misma razon que al principio de la caida; de manera que se tiene, la velocidad en C es á la velocidad en K como $AB : AC$. Cuando los cuerpos bajan de K á B, la velocidad aumenta como el tiempo; y de consiguiente la velocidad en K es á la velocidad en B; como $\sqrt{AK}$ es á $\sqrt{AB}$. Multiplicando estas dos proporciones, y borrando la velocidad en K, que es un factor comun á los dos términos de la primera proporcion, se tiene; la velocidad en C es á la velocidad en B como $AB\sqrt{AK}$ es á $AC\sqrt{AB}$. Pero dividiendo los dos términos de la última proporcion por $\sqrt{AB}$, se reduce á $\sqrt{AB \times AK} : AC$. Ademas $AC^2 = AB \times AK$: luego $AC = \sqrt{AB \times AK}$; y de consiguiente la velocidad en B es igual á la velocidad en C.

Pues que un cuerpo adquiere la misma velocidad bajando de una

altura determinada, sea que caiga libremente, sea que descienda por planos inclinados, la velocidad será siempre la misma, si la altura es igual, baje el cuerpo por planos diferentemente inclinados ó tambien por una curva, cual puede mirarse como compuesta de un infinito número de planos inclinados.

533. Es menester notar que el paso de un plano á otro debe hacerse sin sacudimiento, el que alteraria la velocidad del cuerpo: este inconveniente se evita si los diferentes planos se unen por curvas.

534. Síguese de lo que se ha dicho, 1.º que un cuerpo con la misma velocidad que ha adquirido cayendo por una superficie cualquiera, sea plana, sea curva, puede subir á la misma altura por otra superficie semejante. Es claro que el cuerpo emplea en subir un tiempo igual al del descenso; porque la velocidad se destruye subiendo de la misma manera que se adquiere bajando.

2.º Un cuerpo, con la velocidad adquirida bajando de una cierta altura puede subir á la misma altura por una curva cualquiera.

535. Los tiempos del libre descenso de un cuerpo á lo largo de dos figuras semejantes igualmente inclinadas al horizonte, son entre sí como las raices cuadradas de las dimensiones homólogas de dichas figuras.

Sean dos figuras semejantes y semejantemente inclinadas. Todos los planos homólogos de estas figuras son corridos por un movimiento uniformemente acelerado: luego los espacios corridos ó los planos homólogos, son como los cuadrados de los tiempos, y por consiguiente los tiempos del descenso sobre los planos de la primera figura son proporcionales á los tiempos del descenso sobre los planos de la segunda figura: tomando la suma de los antecedentes y consiguientes se tendrá: el tiempo total de la bajada sobre la primera figura es al tiempo total de la bajada sobre la segunda, como el tiempo del descenso sobre uno de los planos de la primera figura, es al tiempo del descenso sobre el plano homólogo de la segunda, es decir, como las raices cuadradas de las longitudes de estos planos.

CAPÍTULO III.

DEL MOVIMIENTO DE LOS PÉNDULOS.

536. Un peso suspendido de un hilo sin pesadez y móvil con el hilo al rededor de un punto fijo, se llama *péndulo simple*: llámase *compuesto* cuando muchos pesos estan unidos á un hilo sin pesadez. Todos los péndulos de que nos servimos son compuestos, porque en su construccion se emplean varillas metálicas que pesan por muchos puntos.

537. El punto fijo se llama *centro de movimiento* ó centro de suspension.

538. Un movimiento alternativo de ida y vuelta al rededor del centro de suspension se llama *vibracion* ú *oscilacion* del péndulo. Las vibraciones se llaman *isochronas*, cuando suceden en tiempos iguales.

539. Se llama *centro de oscilacion* en el péndulo compuesto el punto en que si los pesos estuvieran reunidos, las vibraciones serian de la misma duracion que las del péndulo compuesto.

En todo lo que se dirá del péndulo se supone que el movimiento al rededor del centro de suspension es mas libre, y que el aire no opone resistencia alguna.

540. Sea el péndulo CP (fig. 73) colocado en una situacion vertical; no hay duda que debe quedar en reposo, porque la inmovilidad del punto de suspension opone al esfuerzo de la pesadez una resistencia invencible. Pero si por un impulso cualquiera el péndulo es llevado á N y abandonado en seguida á sí mismo, es fácil calcular los efectos que seguirán á este abandono. Sea la fuerza atractiva que impele cada instante al cuerpo por impulsos iguales hácia al centro de la tierra, representada por NG; siendo esta fuerza oblicua á la direccion del péndulo, se descompone en dos, FN y NH. Esta última es enteramente destruida por la resistencia del punto de suspension; por lo que el péndulo debe moverse hácia el punto P en virtud de la fuerza NF; y como la fuerza atractiva es constante, el péndulo durante el descenso recibe á cada instante un aumento de velocidad, aunque menor que en el precedente; porque el ángulo GNH formado por la direccion del péndulo, y la de la fuerza absoluta disminuye á medida que el péndulo se aproxima al punto P: por lo que GH ó FN disminuye tambien; de que se sigue que los aumentos de velocidad que recibe el péndulo bajando, son tanto menores cuanto mas cerca está del punto P, y de consiguiente que el péndulo se mueve desde el punto N al punto P con un movimiento desigualmente acelerado. Cuando el péndulo ha llegado al punto P, FN es cero no obstante el péndulo debe moverse en virtud de la velocidad adquirida, y que le conserva su inercia. Ademas esta velocidad es suficiente para hacerle subir á la altura de que descendió; por lo que el péndulo debe describir con un movimiento desigualmente retardado, un arco semejante al que describió en el descenso.

541. Si un péndulo CP (fig. 74) suspendido en C, baja por la cuerda PB, y sube por la cuerda BG, el descenso sucederá en el tiempo en que el cuerpo cayendo verticalmente puede correr el diámetro AB, es decir una longitud doble que la del péndulo. En un tiempo subirá por la cuerda BG: por lo que en el tiempo de una vibracion entera, que es el duplo del tiempo del descenso, el cuerpo cayendo verticalmente puede correr cuatro diámetros, esto es una longitud óctupla de la del péndulo.

542. Si dos péndulos de diferente longitud describen arcos de cír-

culo iguales, los tiempos de sus vibraciones serán como las raices cuadradas de sus longitudes. La razon es; porque los tiempos en que un cuerpo corre dos figuras semejantes é igualmente inclinadas, son como las raices cuadradas de las dimensiones homólogas de estas figuras (n.º 535); luego el tiempo empleado por dos péndulos en describir arcos de círculo iguales, son como las raices de los radios de los círculos á que estos arcos pertenecen, y de consiguiente como las raices cuadradas de las longitudes de los péndulos.

543. El calor dilata y el frio condensa; luego los péndulos son mas cortos en invierno que en verano, y de consiguiente no pueden medir tiempos iguales durante el curso del año. *Graham* famoso relogero en Lóndres, fue el primero que procuró remediar este inconveniente, añadiendo en la parte inferior del péndulo un tubo de vidrio con mercurio.

El calor del verano dilata este fluido, el que se eleva, y acorta en algun modo el péndulo al que el calor habia prolongado; de manera que el centro de oscilacion queda igualmente distante del centro de suspension. En invierno el mercurio baja al fondo del tubo, y hace, aunque el péndulo se acorte, que el centro de oscilacion quede siempre en la misma distancia del centro de movimiento.

Julian Leroy en Paris, y *Ellicor* en Lóndres, han empleado con suceso un medio mas cómodo para alcanzar el mismo fin. La varilla de acero *cb* que lleva el peso *o* llamado lenteja, está compuesta de dos piezas separadas *ca* y *ab* (fig. 75). La pieza superior *ca* está fija en un bastidor formado de dos piezas de cobre amarillo atravesadas *df* y *eq*, y de dos varillas de acero *de* y *fq*. La pieza inferior *ab* está unida por medio de un tornillo con la pequeña pieza de cobre *kh* y resbala libremente por un agujero hecho en el travesaño inferior *eq*: *kl* y *hi* son dos varillas de cobre amarillo fijas y sin movimiento sobre el travesaño inferior *eq*, cuyas estremidades superiores estan aplicadas debajo del travesaño *kh*. Cuando la accion del calor dilata este sistema de cuerpos, la varilla *cab* del péndulo se prolonga, y la lenteja *o* se aparta del centro de suspension *c*; pero al mismo tiempo la misma accion del calor prolongando las dos varillas de cobre *kl* y *hi*, mas de lo que prolonga las dos de acero correspondientes *de* y *fq*, el exceso de la dilatacion del cobre que no puede efectuarse hácia bajo hace subir el travesaño *kh* hácia el otro *df*, lo que aproxima la lenteja *o* al centro de suspension *c*. A fin de que el exceso de dilatacion del cobre sobre el acero aproxime la lenteja al centro de suspension tanto como se aparta por la dilatacion del acero, es menester que la longitud de cada varilla de cobre sea á la longitud del péndulo como la dilatacion del acero es á la del cobre rojo, es decir, con muy poca diferencia en la razon de 3 á 5.

544. La velocidad que ha adquirido un péndulo en el último punto de su caida, es como la cuerda del arco que describe bajando. Supongamos que el péndulo describe el arco CDB (fig. 76), cuya cuer-

da es CB; tírese CF perpendicular á AB; es claro que la velocidad que el péndulo adquiere describiendo el arco CDB, es como la velocidad que un cuerpo adquiere cayendo libremente de F en B, es decir, como $\sqrt{FB}$; pero $\sqrt{FB}$ es como CB: porque BF : CB : : CB : BG: luego....... $BF \times BG = CB^2$; y como BG es una cantidad constante, BF es como CB^2, y $\sqrt{BF}$ como CB: por lo que la velocidad que el péndulo ha adquirido en B, despues de haber descrito el arco CBD, es como la cuerda BC de este arco.

545. Síguese de aqui que si del punto B se tiran cuerdas cuyas longitudes sean como 1, 2, 3, ect., y se inscriben en el círculo, se cortarán de esta manera los arcos B1, B2, B3, etc. de los que viniendo el péndulo al caer recibirá velocidades que serán como 1, 2, 3, etc. Puédense asi dar á un cuerpo muchos grados de velocidad, y bajo este principio está construida la máquina de *Mariotte*, de la que nos hemos servido para establecer las leyes del choque.

546. Sean dos péndulos CP, *cp* (fig. 77), cuyas longitudes esten entre sí como las fuerzas atractivas que las animan, sus vibraciones serán isocronas. Concíbase en efecto que los péndulos describen arcos semejantes; entonces las fuerzas que les animan tendrán siempre la misma razon entre sí en los puntos correspondientes de estos arcos, y de consiguiente producirán velocidades que serán como las longitudes de los péndulos, es decir, como las longitudes de los arcos semejantes que serán corridos en tiempos iguales.

547. Si los péndulos CP, *cp* se reducen á la misma longitud, los tiempos en que harán sus vibraciones estarán en razon inversa de las raices cuadradas de los pesos que les animan. Sea $cq = CP$; en este caso el tiempo de la vibracion de cq es al tiempo de la vibracion de cp, como $\sqrt{cq}$ es á $\sqrt{cp}$; pero el tiempo de la vibracion de cp es igual al de CP: de que resulta que el tiempo de la vibracion de cq es al de CP, como $\sqrt{cq}$ es á $\sqrt{cp}$; pero cq es á cp como la fuerza atractiva en CP es á la fuerza atractiva en cp: luego el tiempo de la vibracion de cq es al de la vibracion de CP en razon inversa de las raices cuadradas de los pesos que los animan.

Las leyes que se acaban de establecer se refieren esclusivamente á los péndulos simples. Para aplicarlas á los péndulos compuestos se reducen estos á simples determinando del modo siguiente el centro de oscilacion.

548. Sea la varilla inflexible CA, en la que esten fijados los dos pesos B y A (fig. 78). Estos pesos haciendo sus vibraciones al rededor del punto C, se mueven segun direcciones paralelas entre sí é igualmente al horizonte: por lo que estan animados por la misma fuerza de gravedad en cada punto de los espacios que corren, y de consi-

guiente recibirian la misma velocidad, si no estuvieran fijos en una varilla inflexible que hace que el peso B, menos distante que A del punto C, se mueve mas lentamente: este recibe la velocidad KB, y A la velocidad DA: este es el motivo porque hay entre B y A un punto tal como O que está movido con una velocidad igual á aquella con que un péndulo que tuviera la longitud CO, se habria movido al hacer sus oscilaciones; porque este péndulo debe ser mas corto que CA, pues que el peso A es acelerado por B; pero debe ser mas largo que CB, porque el peso B es retardado por A. Tírense las líneas iguales y paralelas GB, FO, EA, y supóngase que los cuerpos puedan correr estas líneas en virtud de su pesadez en un instante infinitamente pequeño. Mientras que el punto O corre la línea FO, el peso B no puede correr sino el espacio KB: este es el motivo porque es retardado por una potencia igual á $B\times GK$; pero la velocidad del peso A es aumentada de la cantidad DE, siendo impelido por una potencia que es igual á $A\times DE$: luego la fuerza que retarda al cuerpo B es á la que acelera al cuerpo A, como $B\times GK$ es á $A\times DE$: pero estas potencias obran en las estremidades de las palancas CB, CA: luego sus acciones son como $CB\times KG\times B$, y $CA\times DE\times A$. Ademas estas acciones son iguales; luego.

$$CB\times B : CA\times A :: DE : KG;$$

pero con motivo de los triángulos semejantes FKG, FED,

$$DE : GK :: EF : FG :: AO : OB;$$

luego $$CB\times B : CA\times A :: AO : OB;$$

luego $$CB\times B\times OB = CA\times A\times AO:$$

de que resulta que en un péndulo compuesto si se multiplica cada peso por sus distancias al centro de suspension y al centro de oscilacion, se tendrán productos iguales por cada lado del centro de oscilacion.

Sentado esto, supóngase que varios pesos A, B, C, D, E esten fijados en la misma varilla inflexible para formar un péndulo compuesto; que sus distancias al centro de suspension sean a, b, c, d, e; que la distancia del centro de oscilacion al centro de suspension sea x: supónganse las distancias a, b, $c<x$, y las distancias d, $e>x$: las distancias de los pesos A, B, C del centro de oscilacion serán $x-a$ para A, $x-b$ para B, $x-c$ para C; y las distancias de los otros pesos $d-x$ para D, y $e-x$ para E. Multiplicando cada peso por sus distancias al centro de oscilacion y al centro de suspension, se tendrá $Aax-Aa^2$ para A, $Bbx-Bb^2$ para B, $Ccx-Cc^2$ para C, y Dd^2-Ddx para D, Ee^2-Eex para E; y como estos productos deben ser iguales de cada lado del centro de oscilacion, se tendrá

$$Aax-Aa^2+Bbx-Bb^2+Ccx-Cc^2=Dd^2-Ddx+Ee^2-Eex:$$

luego $$x=\frac{Aa^2+Bb^2+Cc^2+Dd^2+Ee^2}{Aa+Bb+Cc+Dd+Ee}:$$

es decir que en un péndulo compuesto cualquiera, la distancia del cen-

tro de oscilacion al centro de suspension es igual al cociente de una division cuyo dividendo es la suma de los productos de cada peso por el cuadrado de su distancia al centro de suspension; y el divisor la suma de los productos de cada peso por su distancia al centro de suspension.

Si el péndulo es una varilla homogénea y de igual grosor en toda su longitud, es fácil aplicar la ley que se acaba de establecer, á la determinacion del centro de oscilacion. Concíbase esta varilla dividida en una infinidad de partes infinitamente pequeñas; represéntese por y la distancia de una de estas partes al centro de suspension; dy representará esta parte infinitamente pequeña de la varilla: por lo que $y^2 dy$ espresará el producto de este peso infinitamente pequeño por el cuadrado de su distancia al centro de suspension, é ydy espresará el producto de este mismo peso por su distancia al mismo punto. Integrando cada producto, y dividiendo la primera integral por la segunda, tendremos la distancia del centro de oscilacion al centro de suspension, que se espresará

por $x=\dfrac{\frac{y^3}{3}}{\frac{y^2}{2}}=\frac{2}{3}y$. Y como esto sucede en toda la varilla se sigue que el centro de oscilacion está distante del centro de suspension dos tercios de longitud de la varilla.

549. Faltan hacer algunas aplicaciones de este principio.

1.º Despues de haber descubierto la ley de la caida de los cuerpos, Galileo infirió la igualdad y el isocronismo de las oscilaciones del péndulo, é hizo aplicacion de él á la exacta medida de los tiempos. Huygens aplicó en seguida el péndulo en los relojes de ruedas; calculó cual era el número de ruedas mas ventajoso, el número de dientes de cada rueda y cada piñon propio para hacer que el esfuerzo de un peso aplicado en el tambor de la grande rueda no impeliera al péndulo unido al eje de la primera rueda mas que para oscilar de segundo en segundo de tiempo; determinó despues por esperimentos que longitud debia tener un péndulo para hacer precisamente una oscilacion cada segundo, y halló que era de 993 milímetros (3 pies 8 líneas y media). Estos descubrimientos le condujeron á construir relojes de péndulo que medirian el tiempo con grande precision, si la resistencia del aire, y el roce de la varilla en el centro de suspension no disminuyeran la magnitud de los arcos descritos por el péndulo y de consiguiente el tiempo empleado en describirlos. Esto hace que la suma de las oscilaciones durante la primera hora sea menor que la de la segunda hora, y aunque la diferencia sea muy pequeña, ha debido no obstante fijar la atencion de los físicos.

Aunque el peso aplicado á los relojes de péndulo debió, por la continua accion de su pesadez, privar que las oscilaciones del péndulo al

fin no se estinguieran; como por diferentes circunstancias sucedió que la accion de la pesadez no fuera igual, ni que el juego de las piezas del relox fuese siempre igualmente libre; en fin que la estension de las oscilaciones de un péndulo pudiese ser alterada por muchas causas físicas, se han ocupado muchos en la correccion de estos inconvenientes, hacer perfectamente isocronas todas las oscilaciones de un mismo péndulo, fuere cual fuese su estension. Huygens logró el intento descubriendo que un péndulo que oscilaba por una cicloide (1) haria sus oscilaciones en tiempos iguales por desiguales que fuesen los arcos descritos, por lo que aplicó la cicloide al péndulo, con la diferencia que en lugar de hacer cicloides iguales á toda la longitud del péndulo, se contentó con poner en los dos lados del punto de suspension dos pequeñas láminas curvas en arco de cicloide, porque basta que el hilo del péndulo se doble sobre una pequeña parte de cada cicloide.

550. Esta feliz aplicacion halló buena acogida. Despues se renunció á ella, 1.º por la dificultad de encorvar exactamente láminas en arcos ciclodiales; 2.º porque se ha hallado el medio de construir escapes que no esperimenten roce sensible, 3.º porque la esperiencia ha demostrado que el péndulo que describe pequeños arcos de círculo los describe en tiempos casi iguales con bastante exactitud.

551. El péndulo sirve para probar del modo mas seguro que todos los cuerpos adquieren por su pesadez la misma velocidad en su caida; porque un cuerpo que cayera con mayor lentitud que otro, deberia si fuera suspendido como un péndulo, hacer sus oscilaciones con mayor lentitud.

El péndulo ofrece tambien un medio para conservar las medidas de longitud, tales como el metro, en un lugar en que se haya determinado exactamente la del péndulo; de manera que si la longitud del péndulo fuera por todas partes la misma se tendria por su medio una medida universal, pero está demostrado por esperimentos tan exactos como numerosos, que cuanto mas se aproxima al ecuador mas corto debe ser el péndulo para oscilar segundos, 1.º porque la pesadez es menor en el ecuador que en los polos, por ser las longitudes de los péndulos como las atracciones que las animan; 2.º que la tierra no tiene una figura exactamente esférica, sino aplanada por los polos, y elevada en el ecuador; conclusion á la que nos condujo ya la teoría de la pesadez en la indagacion de la figura de los planetas.

---

(1) *La cicloide es una curva formada por la revolucion de un punto de la circunferencia de un círculo que se despliega sobre una línea recta. Las indagaciones relativas á la naturaleza y propiedades de esta curva son del resorte de la geometría.*

CAPÍTULO IV.

DEL MOVIMIENTO DE PROYECCION.

552. Todo cuerpo arrojado con direccion paralela, ú oblicua al horizonte, está impelido por dos fuerzas, de las que la una es la pesadez, y la otra la potencia que le da el impulso. La direccion de la pesadez no muda, porque todas las líneas que en el espacio que el cuerpo atraviesa, tienden al centro de la tierra, pueden ser miradas como paralelas: de que se sigue que el movimiento de proyeccion es un movimiento compuesto de dos movimientos; el primero uniforme segun la línea de proyeccion; el segundo acelerado hácia el centro de la tierra.

553. Sea el cuerpo A (fig. 79) arrojado segun la línea AH paralela al horizonte, y dividida en partes iguales AB, BG, GH. Mientras el cuerpo corre la línea AB, es impelido por la accion de la pesadez á un movimiento perpendicular al horizonte. El espacio que correria en virtud de este movimiento sea espresado por la línea BE perpendicular sobre AH: entonces el cuerpo impelido al mismo tiempo por dos fuerzas AB y BE, describe en el primer instante la diagonal del paralelógramo ABEK. En el segundo instante continuaria el cuerpo, en virtud de la fuerza que ha recibido á correr la línea BG ó su igual EM; pero en virtud de la pesadez, deberia describir en el mismo tiempo la línea ES, triple de BE, (n.° 59) esta es la razon porque el cuerpo A se moverá aun por la diagonal EF del paralelógramo EMSF. En el tercer instante el cuerpo arrojado por la potencia deberia correr la línea GH, ó su igual FO; en virtud de la pesadez correria la línea FR cinco veces mayor que BE: debe pues correr la diagonal FL del paralelógramo FOLR. Débese concebir de la misma manera al movimiento del cuerpo A, cualquiera que pueda ser la direccion de la línea AH, supuesta oblicua al horizonte.

Todas estas diagonales AE, EF, FL unidas forman una de las secciones cónicas que se llama *parábola*; porque la línea BE AK es á GF ó AP, como AB^2 es á AG^2, es decir como KE^2 es á PF^2, pues que $AK=1$, $AP=4$, y que AB^2 es á AG^2, como 1 es á 4; ademas tomando AN por el eje de la curva, AK, AP son las abcisas; y KE, PF las ordenadas correspondientes: por lo que en esta curva las abcisas son como los cuadrados de las ordenadas correspondientes, propiedad que caracteriza la parábola.

554. Síguese de aqui que la parábola puede servir para determinar el modo como los cuerpos impelidos por un movimiento de proyeccion deberian moverse en el vacío; y en esto está fundada toda la ciencia de balística ó el arte de medir el tiro de una bomba ó bala.

555. Si se quiere hacer llegar al punto C (fig. 80), el cuerpo A movido con una velocidad igual á la que adquiriria cayendo de la altura DA; aqui está el modo de determinar la direccion segun la que el cuerpo debe ser arrojado. Tírese sobre el horizonte la perpendicular AP cuadrúpla de AD, córtese por el medio en G por donde debe pasar la línea HGK paralela al horizonte; descríbase desde el punto A al término C la línea AC sobre la que se bajará la perpendicular AK prolongada hasta que corte la línea HGK tomando K por centro, descríbase un círculo con el radio AK; tírese sobre el horizonte Ay una perpendicular que pase por el punto C, y que corte el círculo en E y en I. Esto sentado si se arroja el cuerpo segun la línea AE ó AI, pasará por el punto C.

Un cuerpo que caiga de la altura DA con un movimiento uniformemente acelerado, correria, en el mismo tiempo, con un movimiento uniforme un espacio duplo de DA, con la velocidad adquirida al fin de su caida (n.º 59). Ademas el tiempo en que un cuerpo que se mueve siempre con la misma velocidad, corre un espacio doble de DA, es al tiempo en que correrá AE con la misma velocidad, como 2DA es á AE; pero el tiempo en que pasa por AE debe ser igual al tiempo en que pasa por EC para alcanzar el punto C. El cuadrado del tiempo en que el cuerpo corre cayendo la longitud DA, es al cuadrado del tiempo que emplea en correr en su caida la longitud EC por un movimiento uniformemente acelerado, como DA es á EC (n.º 58): luego........... $4DA^2 : AE^2 :: DA : EC$: luego $4DA^2 \times EC = AE^2 \times DA$: luego............ $4DA \times EC = AE^2$: luego $4DA : AE :: AE : EC$. Pero esto es asi, porque los triángulos APE, ACE son semejantes, pues que el ángulo $CEA = EAP$ y $CAE = APE$: luego $PA : AE :: AE : EC$: pero $PA = 4DA$; luego, etc.

556. Suponiendo que el término fuese el mismo horizonte en el punto B, la línea AK seria la misma que AG.

557. Si el término se hubiese fijado en el punto x ó en el punto y habria sido preciso arrojar el cuerpo A segun la direccion AH. La distancia del cuerpo al término, siendo conocida bajo el nombre de *amplitud de la parábola*, esta será la mayor posible cuando se querrá tocar un punto sobre el mismo horizonte, si la direccion AH forma con el horizonte un ángulo de 45°: todas las demas direcciones que por cada lado estan igualmente distantes de H un igual número de grados, harán que sea menor la amplitud de la parábola, y se dará siempre en el mismo punto del horizonte, sea que el cuerpo A se arroje segun una ú otra de estas direcciones.

558. Se han supuesto hasta aqui los cuerpos movidos en el vacío. Newton buscó el modo como se moverian al traves de los fluidos que oponen resistencia, y halló que no describen una parábola, sino otra curva que se aproxima mucho á la hipérbola.

LIBRO TERCERO.

PARTE CUARTA.

QUE TRATA DE LA ATRACCION CONSIDERADA EN LAS MOLÉCULAS ELEMENTALES DE LOS CUERPOS.

CAPÍTULO PRIMERO.

LEYES Y FENÓMENOS DE LA ATRACCION MOLECULAR.

559. Llámase atraccion molecular ó química, la fuerza con que las moléculas de los cuerpos se atraen recíprocamente, se buscan para decirlo asi, y se unen mas ó menos estrechamente, cuando la distancia que las separa es casi insensible. Esta fuerza es conocida con el nombre de *afinidad*. Es preferible nombrarla atraccion molecular ó atraccion química, y esta preferencia está fundada en que esta última denominacion es simple, en que nada supone, en que espresa solamente lo que se presenta á nuestros sentidos cuando esta fuerza se pone en accion, al paso que el nombre de afinidad es consagrado desde la época de su origen á significar unas veces relaciones morales, otras metafísicas y otras enlaces de parentesco.

Se han distinguido desde el principio tantas suertes de afinidades cuantos fenómenos diferentes se han presentado: de aqui la division de la afinidad en afinidad de agregacion, afinidad de composicion, afinidad de disolucion, afinidad de precipitacion, afinidad simple, afinidad doble, afinidad de intermedio, afinidad disponente, afinidad recíproca, afinidad higrométrica, etc. etc.

560. Todas estas afinidades son una sola y misma fuerza considerada bajo diferentes respetos y en diferentes circunstancias. Las reduciremos á tres, en las que será fácil hacer entrar todas las demas; la atraccion simple, la atraccion electiva y la atraccion complexa.

561. La atraccion simple es la que se ejerce entre dos sustancias sim-

ples ó compuestas, con tal que en cada una los principios componentes no obren mas que por una fuerza colectiva.

Si las dos sustancias son de la misma especie, se obtiene un todo homogéneo cuyas partes estan ligadas por la fuerza de atraccion, la que toma entonces el nombre de fuerza de agregacion ó de fuerza de cohesion. Un fragmento de mármol, un pedazo de azufre, son formados de moléculas homogéneas unidas mas ó menos fuertemente por la atraccion, segun tenga mayor ó menor actividad y energía.

562. Si las sustancias de que se trata son de diferentes especies, resultan fenómenos diferentes proporcionales al grado de intensidad de la atraccion. Esta esperimenta variaciones que importa hacerlas sensibles por medio de ejemplos.

563. Cuando se echa aceite encima agua no se hace mezcla alguna, cada una de las sustancias toma el lugar que le corresponde por su gravedad específica.

564. Si se echa en agua un pedazo de azúcar al instante se precipita por el exceso de su gravedad específica; pero pronto desaparece y el agua conserva su trasparencia: luego aqui hay union uniforme entre las moléculas del agua, y las del azúcar; pero esta union no es muy fuerte, porque tanto el azúcar como el agua conservan despues de su union una grande parte de sus propiedades.

565. La evaporacion; esto es la disolucion del agua por el aire y la vaporacion, esto es, la disolucion del agua por el calórico son fenómenos semejantes al precedente. Siempre es la atraccion la que produce la union de las moléculas de los dos fluidos heterogéneos, union débil que conserva á cada uno de los fluidos sus principales propiedades.

566. Si la union hubiese sido mas fuerte, habrian desaparecido las propiedades de las dos sustancias, como es facil observarlo cuando se ponen en contacto un álcali y un ácido. La union de estas dos sustancias producida por la atraccion química, da orígen á una sal, en la que no se reconoce mas ninguna de las propiedades de las sustancias componentes. La disolucion toma entonces mas particularmente el nombre de combinacion.

567. La atraccion electiva tiene lugar todas las veces que á un compuesto de dos sustancias se le presenta un cuerpo que tenga mas atraccion por uno de los componentes, que estos entre sí. En la atraccion electiva hay siempre tres fuerzas en accion.

Primer esperimento. Échese ácido sulfúrico en una disolucion de muriate de barita; se ve que el licor se enturbia al instante, y precipitase al fondo del vaso una materia blanca abundante.

¿Que sucede en esta esperiencia? El ácido muriático tiende á la barita con una cierta fuerza establecida por la naturaleza: se ha echado el ácido sulfúrico á quien la naturaleza ha dado mayor fuerza atractiva para la barita; al instante la barita ha sido separada del ácido

muriático por esta fuerza mayor que la atrae hácia el ácido sulfúrico; haciendo como una especie de eleccion entre estos dos cuerpos se ha adherido al último, y se ha formado un nuevo compuesto insoluble al agua, el que se ha precipitado en el fondo del vaso.

568. La atraccion complexa tiene lugar todas las veces que un compuesto de dos sustancias no puede ser descompuesto por una sola, pero sí por esta misma unida á otra. En este caso se ponen cuatro fuerzas en accion, cuyo concurso forma una atraccion compuesta. Para concebir bien su accion es menester descomponerlas, y oponer las que concurren á destruir les combinaciones existentes á las que procura su conservacion. A las primeras les daremos el nombre de atracciones divelentes, y á las últimas el de atracciones quiecentes.

569. Si las atracciones quiecentes superan á las divelentes no sucede mutacion alguna en las combinaciones; pero si las atracciones divelentes son mas fuertes las combinaciones existentes se separan y se forman otras nuevas.

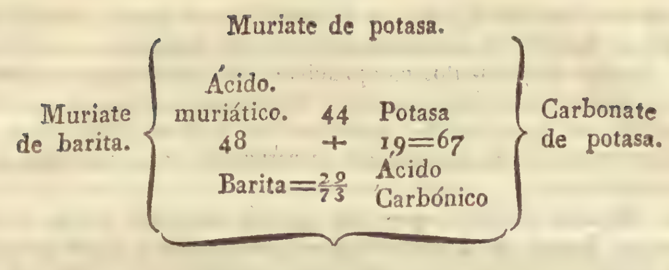
570. Para hacer mas sensibles estas verdades, se representarán estas cuatro fuerzas en una tabla que facilitará el medio de seguir el juego de su accion.

Segundo esperimento. Tómese una disolucion de muriate de barita, y mézclesele una disolucion de potasa; no sucede efecto alguno.

Tercer esperimento. Tómese una disolucion de muriate de barita, mézclese con ella agua saturada de ácido carbónico; no sucede alteracion alguna en la mezcla.

Esperimento cuarto. Tómese una disolucion de muriate de barita, mézclesele una porcion de carbonate de potasa: al instante el licor se enturbia y se precipita en el fondo del vaso una materia blanca.

El muriate de barita es compuesto de ácido muriático y de barita, cuyos agentes estan representados en el lado izquierdo de la figura. El carbonate de potasa está compuesto de ácido carbónico; y de potasa los que estan puestos en el lado derecho. La atraccion del ácido muriático para la barita, y la de la potasa para el ácido carbónico son las atracciones quiecentes. La atraccion del ácido muriático para la potasa y la de la barita para el ácido carbónico son las divelentes. Estas últimas son mas fuertes: las primeras combinaciones se descomponen, y en lugar de muriate de barita y de carbonate de potasa se tiene muriate de potasa y carbonate de barita, el que siendo insoluble en el agua, se precipita.



Carbonate de barita.

571. Puédense aun representar algunas circunstancias de la operacion, asi la punta de la abrazadera inferior siendo dirigida hácia abajo significa que el carbonate de barita se precipita, si estuviese dirigida hácia arriba indicaria que la nueva composicion ha quedado en disolucion.

Entre los físicos que se han ocupado en representar con números la fuerza comparativa de las atracciones químicas, Mr. de Morveau es quien lo ha hecho con mayor éxito. *Véase* á este fin la *enciclopedia metódica*, art. *Afinidad.*

572. La atraccion molecular ó química no tiene lugar sino entre las moléculas mas pequeñas de los cuerpos; esta es muy grande en el contacto, á una distancia sensible. Esta ley es un resultado nada equívoco dado por la esperiencia.

573. La atraccion química de diferentes sustancias se ejerce no solo en razon de su energía, sino tambien en razon de la cantidad de estas sustancias. Mr. Berthollet nos ha dado á conocer esta ley, cuya existencia apoya sobre hechos incontrarestables.

1.º Hágase una mezcla de ácido muriático, de barita y de potasa, de manera que haya una cantidad de barita suficiente para neutralizar el ácido. La esperiencia hace ver que el ácido se une no solo con la barita, sino tambien con la potasa cuya atraccion para el ácido es menor que la de la barita.

2.º Un compuesto de ácido muriático y de barita es en parte descompuesto por la potasa.

3.º Supóngase un sólido sumerjido en un líquido, y que este tenga la propiedad de disolverle. El sólido no puede esperimentar la accion del líquido sino en el contacto de este, de manera que esta accion es la misma, cualquiera que sea la cantidad del líquido, con tal que haya bastante para establecer todos los puntos de contacto. Pero como en los líquidos se establece un equilibrio de saturacion en toda su masa, es evidente que las moléculas que pueden ejercer su accion sobre el sólido, llegan tanto mas tarde á su término de saturacion, cuanto ma-

yor es la cantidad de líquido, y de consiguiente que la cantidad de sólido que se disuelve es proporcional á la del líquido.

4.° Varios esperimentos comprueban que cuando dos cuerpos impelidos por atracciones diferentes hácia un tercero, estan en contacto con este último, en igualdad de circunstancias este se parte entre los dos no solo en razon de la energía de su atraccion, sino tambien en razon de sus cantidades.

574. Síguese de aqui que una grande cantidad puede compensar una mayor fuerza de atraccion y recíprocamente; y de consiguiente que para que un cuerpo se parta igualmente entre otros dos, las atracciones de estos últimos para el primero deben ser recíprocas á sus cantidades. Supóngase por ejemplo, que la atraccion de la barita para el ácido muriático sea representada por el número 6, y que la de la potasa sea representada por 3: en esta suposicion el ácido muriático se repartirá igualmente entre la barita y la potasa, si la cantidad de potasa es á la de la barita como 6 á 3.

575. Para que una disolucion se efectúe es menester que el uno de los dos cuerpos sea fluido, á fin que sus moléculas puedan introducirse entre las del cuerpo sólido. Aqui la accion es recíproca, y no se da al fluido el nombre de disolvente sino porque da su forma al cuerpo sólido. Hay dos casos en que ninguno de los cuerpos que se combinan se halla en estado de fluidez.

576. Cuando un sólido se disuelve en un fluido, la tendencia á la combinacion ha de vencer la resistencia mecánica que nace de la diferencia de las gravedades específicas: ha de vencer tambien la fuerza de cohesion que mantiene unidas las moléculas del sólido, no obstante que debemos guardarnos de mirar la fuerza de cohesion como siempre opuesta á la fuerza de composicion. Sucede á menudo que la fuerza de cohesion determina las combinaciones.

577. No se hace combinacion sin mutacion de temperatura. Algunas veces esta mutacion es muy rápida, otras apenas es sensible; pero el grande número de casos en que se observa autoriza bastante para concluir que sucede en todos. Esto viene de que cada combinacion tiene su grado determinado de energía: que varía en cada una, de manera que las moléculas en todos los cuerpos de la naturaleza estan á distancias diferentes de sí mismas propias á cada cuerpo. Cuando se forma un nuevo compuesto, hay por lo dicho, una mayor ó menor aproximacion de sus moléculas diferente de la que habia en la combinacion de que sus elementos se han separado. En el primer caso hay separacion de calórico y aumento de temperatura; en el segundo hay absorcion de calórico, y disminucion de temperatura. La combinacion es tanto mas íntima, y de consiguiente tanto mayor la afinidad, cuanto mas considerable es la cantidad de calórico desprendido. Cuando el agua se combina con una sal que cristaliza, pasa al estado sólido, sus

moléculas se aproximan, y de consiguiente hay desprendimiento de calórico. Comunmente no notamos este desprendimiento, pero tenemos de esto una prueba satisfactoria, cuando vemos producirse frio en la disolucion de una sal cristalizada. Esto sucede porque el agua para volver al estado de liquidez adquiere el que habia perdido, y para que la disolucion se efectúe es menester mucho mas calórico del que seria preciso para disolver la sal en esta circunstancia.

578. Cuando hay combinacion, la gravedad específica en el compuesto es siempre mayor ó menor que en los combinados que se destruyen para formarlo. Esto es una consecuencia necesaria de la ley que se acaba de establecer.

579. Los grados de calor hacen variar de una manera muy desigual las atracciones de diferentes sustancias, asi por ejemplo el amoníaco descompone en frio al sulfate de magnesia, al que no descompone en caliente. Asi tambien el sulfate de magnesia, y el muriate de sosa se descomponen recíprocamente en la temperatura de 0, al paso que á 20 ó 30 grados encima de aquel término el ácido sulfúrico se ampara otra vez de la magnesia, y el ácido muriático de la sosa.

580. Vense ademas en el mayor número de fenómenos anomalías de las que no se hablará circunstanciadamente, porque no son propias del objeto que nos hemos propuesto en esta obra.

581. Preséntanse algunas veces sustancias tales que A, por ejemplo, descompone á BC y que B descompone á AC. De aqui han concluido algunos químicos que A unas veces tiene mas, otras menos atraccion que B para C; por la misma razon han intentado deducir de esta especie de descomposiciones un argumento contra la teoría de la atraccion; es en efecto absurdo que dos sustancias en igualdad de circunstancias, ejerzan sobre una tercera una accion tan contradictoria: asi no es esto lo que sucede.

Si se hallan algunas anomalías en este órden constante de fenómenos, es porque hay entonces alguna variacion en las circunstancias que les acompañan, ó alguna nueva fuerza que muda las condiciones de equilibrio, y turba el órden de las atracciones.

Cuando se hace hervir álcali sobre prusiate de hierro, este se descompone casi al instante; la potasa quita al óxide metálico el ácido que le constituye azul de prusia, forma un prusiate soluble, y el óxide de hierro queda precipitado en el fondo del vaso. No obstante si se observa bien este precipitado, se conoce que contiene aun ácido prúsico, y que es propio para dar azul. Si para quitar este resto de ácido se vuelve á hacer hervir con potasa como antes, por mas que se aumenten las doses, y se prolongue la ebulicion, no se llegará jamas al fin propuesto. Aqui pues, la potasa que parecia al principio tener mayor atraccion que el hierro con el ácido prúsico, se halla en este caso inerte para descomponer la misma combinacion de que habia triunfado:

primera anomalía. Aun hay mas: si se hace hervir óxide de hierro con prusiate de potasa, esta última sustancia que debe su existencia á una descomposicion del prusiate de hierro por la potasa, es descompuesta por el óxide de hierro, de manera que de esta parece resultar que la potasa tiene tan pronto mayor, tan pronto menor atraccion para el ácido prúsico que el hierro: segunda anomalía.

Si se hace hervir potasa con prusiate de hierro suceden instantánea y simultáneamente dos cosas; la potasa se ampara de una parte del ácido y el óxide de hierro separado se une con la parte de prusiate que no se ha descompuesto. Cuando en fuerza de esta reparticion de accion se halla todo reducido en prusiate de potasa por una parte y en prusiate de hierro con exceso de hierro de otra nada mas puede la potasa, y esto sin haber contradiccion, porque no existe mas el cuerpo sobre que tenia accion; pero si se quita el exceso de hierro por medio de una sustancia que tenga mayor atraccion con el óxide de hierro, que la que este óxide tiene con el prusiate de hierro, entonces este último puede ser atacado por la potasa con la misma restriccion arriba dicha. Tomando asi sucesivamente muchas veces el óxide de hierro por medio de un ácido, y tratando el residuo con la potasa se descompone todo el prusiate de hierro: de aqui es fácil concebir que el óxide de hierro en exceso es capaz de descomponer al prusiate de potasa. Desde luego se prevé lo que ha de pasar en esta esperiencia: la accion se divide, y se forma por una parte un prusiate de hierro, y por otra parte un prusiate de potasa, pero de manera que este no será jamas descompuesto por entero.

Es fácil aplicar estos principios á otros ejemplos. Asi el ácido muriático no descompone jamas sino en parte al nitrate de cobre; asi el ácido sulfúrico no descompone sino en parte al solfate de cal, etc.

582. Se ha hablado de atraccion simple y electiva; propiamente hablando no hay caso en la naturaleza que nos presente esclusivamente ejemplos de atraccion compuesta. Cuando una sustancia es separada por una tercera de un compuesto binario, esta sustancia se precipita, y entonces obedece á una cuarta fuerza que se compone de su fuerza de cohesion en virtud de la que se solidifica, y de su pesadez. Si la sustancia separada, ó el producto se escapa en estado de gas, lo hace tambien en virtud de una fuerza que debe añadirse á la que procuraba romper el equilibrio establecido. En fin si el todo ó parte queda en disolucion en el agua, este fluido obra entonces tambien por una fuerza que debe entrar en consideracion; y como siempre sucede una de estas tres cosas, es natural concluir que no hay jamas atraccion de tres fuerzas simplemente ó atraccion electiva.

CAPITULO II.

EN QUE SE PROCURA REDUCIR LA PRINCIPAL LEY DE LA ATRACCION MOLECULAR Á LA LEY DE LA ATRACCION NEWTONIANA.

583. *Newton* habia establecido la existencia de la atraccion que anima las grandes masas; habia demostrado las leyes á que está sujeta, y las habia aplicado con destreza para patentizar el verdadero mecanismo del sistema planetario. Las mismas leyes le parecieron dirigir los fenómenos que se refieren á la atraccion molecular; pero *Newton* acerca la identidad de estas dos especies de atraccion, no formó mas que conjeturas contrariadas muchas veces por la diversidad, y otras por la aparente oposicion de fenómenos.

584. Los discípulos de *Descartes* buscaron en los fenómenos de la atraccion molecular nuevas armas para combatir la doctrina de *Newton* y ofrecieron asi á sus turbillones arrojados de los espacios celestes un pequeño imperio sobre la tierra.

585. Por otra parte los newtonianos teniendo á *Keil* en su frente se afirmaban en probar que los nuevos fenómenos dependian esclusivamente de la atraccion; pero esta atraccion les parecia diferente de la que anima las grandes masas, pues que se sujetaba á leyes diferentes. Unos la hacian depender de la razon inversa del cubo de las distancias, otros de una razon mixta de la inversa del cuadrado y de la inversa del cubo etc.

586. Reflexionando sobre esta diversidad de opiniones, me decia á mí mismo; las atracciones eléctricas y magnéticas están sujetas á la ley inversa del cuadrado de la distancia. La atraccion de grandes masas está sujeta á la misma ley. ¿Será probable que la naturaleza haya establecido una ley diferente para las moléculas elementales? ¿No parece que estas moléculas, cuya existencia es sin duda anterior á la de las masas, han recibido de la naturaleza la ley de su tendencia recíproca, la que ha determinado su reunion para formar una grande variedad de cuerpos sujetos á la misma ley? Estas reflexiones fortificadas por la idea de la estrema simplicidad de la naturaleza, me inclinaban, lo confieso, á la opinion de *Bufon*, á quien la razon ejercitada al estudio de los fenómenos naturales le hacia ver en todas partes la impresion de la misma ley. Pero la geometría cuya marcha jamas es incierta parecia contradecir esta opinion, y ordenar su sacrificio. Vacilaba en medio de estas incertitudes, cuando tuve la idea de sujetar esta cuestion á un nuevo examen. Voy á esponer aqui el resultado de mis indagaciones, sin otra pretension que la de probar que la geo-

metría no contradice la identidad de la ley de las masas y la de las moléculas indicada antes por la analogía y la razon.

Primer principio.

587. A distancia finita, todos los cuerpos de la naturaleza se atraen en razon directa de las masas é inversa del cuadrado de las distancias. La atraccion no pertenece esclusivamente á las masas. Está dividida entre todas las moléculas.

Segundo principio.

588. Una masa finita cualquiera puede ser mirada como compuesta de un número infinito de partes infinitamente pequeñas á que llamo *moléculas elementales*, y en que cada una de consiguiente es igual á la masa entera dividida por el infinito.

589. El infinitamente pequeño, y el infinitamente grande no existen en la naturaleza. La pequeñez infinita de las masas de las moléculas elementales no es pues mas que una pequeñez relativa; y de consiguiente el resultado que se obtendrá no debe ser mirado sino como el límite á que tienden los resultados de la naturaleza, sin llegar jamas á él.

590. Bien sentados estos principios, sean dos masas finitas cualesquiera M, m, cuyos centros de accion estan separados por una distancia cualquiera finita D: la atraccion que M ejerce sobre m es igual á $\frac{M}{D^2}$ y la que m ejerce sobre M es igual á $\frac{m}{D^2}$; por lo que la suma de estas atracciones ó la atraccion total que se representa por $A=\frac{M+m}{D^2}$.

591. En lugar de las dos masas finitas de que se trata, supónganse dos de sus moléculas elementales; nada se ha mudado á escepcion de las masas. En lugar de dos masas finitas, tenemos dos de sus partes infinitamente pequeñas: por lo que para tener en este último caso la espresion de la atraccion, es menester sustituir $\frac{M}{\infty}$ en lugar de M, y $\frac{m}{\infty}$ en lugar de m; y nuestra fórmula general $A=\frac{M+m}{D^2}$ queda mudada en esta, $A=\frac{M+m}{D^2\infty}=\frac{1}{D^2\infty}$ haciendo $M+m=1$.

592. ¿Pero es cierto que esta última ecuacion represente exacta-

mente la suma de las acciones que ejercen entre sí las dos moléculas elementales? ¿En la hipótesis en que estas moléculas fueran esféricas, las masas no serian como los cubos de los radios, y el radio de cada una de estas pequeñas esferas suponiéndose infinitamente pequeño de primer órden, la masa seria un infinitamente pequeño de tercer órden?

En este caso, en lugar de $A = \frac{1}{D^2 \infty}$, tendriamos $A = \frac{1}{D^2 \infty^3}$.

593. 1.° Nadie disputa al geómetra el privilegio de establecer sus cálculos sobre bases hipotéticas, y de sacar resultados que aunque rigurosos no tienen mayor estabilidad que la de los principios que les han servido de base. Por lo que puede cuando considera los cuerpos, darles asi como á sus moléculas elementales, la esferoicidad y homogeneidad que les niega la naturaleza; pero esto que es permitido al geómetra no lo es siempre al físico. ¿Se trata de estimar la masa de una de las moléculas elementales de una masa finita? Halla en la ciencia que cultiva medios infalibles y enteramente independientes de una figura, de que la naturaleza le obliga á hacer abstraccion, pues que se obstina en ocultarle el conocimiento.

2.° Supóngase contra toda verosimilitud, que las moléculas elementales de los cuerpos esten dotadas de una figura esférica, y bajo esta hipótesis examinemos la dificultad que nos ocupa.

Primer principio.

594. La molécula elemental de una masa finita, no puede suponerse mas pequeña que una masa infinitamente pequeña de primer órden; porque se ha visto que se puede mirar una masa finita como compuesta de un número infinito de partes infinitamente pequeñas, á que llamamos *moléculas elementales*, de las que cada una es igual á la masa entera dividida por el infinito, esto es, que cada una de estas partes de una masa finita tiene y no puede tener sino una masa infinitamente pequeña de primer órden.

Segundo principio.

595. Las masas se estiman por los pesos, y estos se componen de los volúmenes combinados con las densidades.

Sentado esto por el primer principio, la molécula elemental de una masa finita es una masa infinitamente pequeña de primer órden: por lo que segun el otro principio el producto de su volúmen por su densidad debe siempre ser igual á $\frac{1}{\infty}$: luego si el volúmen $= \frac{1}{\infty}$, la den-

sidad $=1$; si el volúmen llega á ser $\frac{1}{\infty^2}$, la densidad $=\infty$: en fin, si el volúmen llega á ser $\frac{1}{\infty^3}$ la densidad es necesariamente ∞^2, sin lo que la masa de la molécula no quedaria infinitamente pequeña de primer órden, y por consiguiente no se podria mirar mas como una parte infinitamente pequeña de una masa finita. Ademas en la hipótesis en que la molécula es una esfera homogénea de un rayo infinitamente pequeño, siendo el volúmen como el cubo del radio es igual á $\frac{1}{\infty^3}$: luego en este caso la densidad será necesariamente ∞^2, para que la masa de la molécula quede siempre igual á $\frac{1}{\infty}$. En una palabra $\frac{1}{\infty^3}$ espresa el volúmen de una esfera homogénea de un rayo infinitamente pequeño; pero este volúmen no puede representar la molécula elemental de una masa finita: es decir, una masa infinitamente pequeña de primer órden, que es siempre igual á $\frac{1}{\infty}$.

596. Puede ser que se me diga: cuando se trata de una esfera supuesta homogénea, tal por ejemplo como el globo que habitamos, se sustituyen sin error sensible los cubos de los radios en lugar de las masas. Es verdad; pero aqui la densidad es finita, y se espresa por la unidad: luego las masas son como los volúmenes; pero si á una masa infinitamente pequeña de primer órden se le da una forma tal que el volúmen pase á ser infinitamente pequeño de segundo ó de tercer órden no se puede sin alterar la masa sustituirle el volúmen. En este caso es menester estimar la densidad, la que para que la masa quede la misma, debe necesariamente aumentar segun la misma razon que el volúmen disminuye.

597. ¿Pero no se puede suponer que quedando finita la densidad de la molécula, su volúmen sea $\frac{1}{\infty^3}$? Cierto que no, porque se trata aqui del elemento, ó de una parte infinitamente pequeña de una masa finita que es necesariamente un infinitamente pequeño de primer órden: por lo que si su volúmen llega á ser $\frac{1}{\infty^3}$, su densidad no puede quedar finita. Si asi no fuera, su masa no seria un infinitamente pequeño de tercer órden; desde entonces seria el elemento de una masa infinita-

mente pequeña de segundo órden, y dejaria de ser la molécula elemental de una masa finita.

598. Es pues evidente que $\frac{1}{\infty^3}$ no puede espresar la masa de la molécula elemental de una masa finita, aun en la hipótesis de su esferoicidad y de su homogeneidad: de que se sigue, que no he podido representar exactamente una parte infinitamente pequeña de una masa finita cualquiera M, sino por $\frac{M}{\infty}$; de consiguiente que la ecuacion $A=\frac{M+m}{D^2\infty}$ es la espresion fiel de la suma de acciones que ejercen las dos moléculas elementales la una sobre la otra.

Sentado esto, hágase variar la distancia D, que separa las dos moléculas elementales, siguiendo la serie 1, 2, 3, 4 .... ∞, la atraccion variará segun esta progresion geométrica decreciente.

$$\frac{M+m}{\infty},\ \frac{M+m}{4\infty},\ \frac{M+m}{9\infty},\ \frac{M+m}{16\infty},\ \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{M+m}{\infty^2\times\infty},\ \text{ó}\ \frac{M+m}{\infty^3}$$

que da la razon inversa del cuadrado de la distancia; pero siempre, esto es á una distancia finita cualquiera, la atraccion es infinitamente pequeña ó nula.

Desvanézcase ahora la distancia finita que separa las moléculas elementales.

En esta suposicion $D=\frac{1}{\infty}$; por lo que la fórmula ....

$$A=\frac{M+m}{D^2\infty}\ \text{da}\ A=\frac{\frac{M+m}{\infty}}{\frac{1}{\infty^2}}=\frac{M+m\times\infty^2}{\infty}=M+m\times\infty.$$

Por lo que en el instante en que la distancia que separa las moléculas sea infinitamente pequeña, esto es en el contacto, la atraccion es infinita.

Síguese de esto que si la distancia varía segun esta serie 0, 1, 2, 3, 4 .... ∞, la atraccion variará segun esta ley ....

$$M+m\times\infty\ \frac{M+m}{\infty},\ \frac{M+m}{4\infty},\ \frac{M+m}{9\infty},\ \frac{M+m}{16\infty}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ \frac{M+m}{\infty^3}$$

la que, dividiendo todo por $M+m$, se muda en esta otra, ...

$$\infty\ \frac{1}{\infty},\ \frac{1}{4\infty},\ \frac{1}{9\infty},\ \frac{1}{16\infty}\ldots\ldots\ldots\frac{1}{\infty^3}.$$

599. Hasta aqui se ha tratado de moléculas elementales aisladas,

consideremos ahora moléculas reunidas en masa, un cono por ejemplo que toque por su cúspide una molécula elemental que atrae. Concibamos este cono dividido en capas infinitamente delgadas paralelas á su base; las distancias de estas capas á la molécula atraida, crecen desde el vértice hasta la base, segun esta serie 0, 1, 2, 3, 4. . . . . . ∞: por lo que la accion de la molécula del vértice sobre la molécula atraida que toca $= \infty$. La atraccion de cada una de las moléculas situadas en la capa que sigue inmediatamente $= \frac{}{\infty}$: por lo que la accion de la capa entera $= 1$, pues que la distancia que la separa de la molécula atraida es espresada por 1, y su masa es como el cuadrado de esta distancia. La atraccion de cada una de las moléculas que se hallan en la capa que sigue $= \frac{1}{4\infty}$: luego la accion de la capa entera puesta á una distancia como 2 de la molécula atraida $= 1$; lo mismo sucede con las capas que siguen, de lo que es fácil convencerse por un raciocinio igual al precedente: por lo que empezando por el vértice del cono, la accion de cada una de las capas infinitamente delgadas que le componen sobre una molécula elemental situada en su vértice, sigue esta ley ∞, 1, 1, 1, 1. . . . . . 1; y de consiguiente la atraccion es infinitamente mayor en el contacto que á una distancia finita cualquiera.

600. Los medios que nos han conducido á estos resultados pueden ocasionar alguna duda sobre su exactitud. Es preciso justificar su bondad, llegando á ellos por un método diferente del que nos ha servido para encontrarlos. Si se concibe el cono dividido en capas infinitamente delgadas, paralelas á su base, la accion de cada capa sobre la molécula elemental que toca al vértice es igual á su masa dividida por el cuadrado de su distancia á la molécula atraida; y como la masa es proporcional á este cuadrado, la accion de cada capa es igual á 1; pero el vértice del cono que toca la molécula atraida no tiene ni puede tener mas que una molécula cuya masa es $\frac{1}{\infty}$. El cuadrado de su distancia á la molécula atraida es $\frac{1}{\infty^2}$: luego su accion sobre esta molécula es igual á $\frac{\frac{1}{\infty}}{\frac{1}{\infty}} = \infty$: luego empezando por el vértice, la accion de las capas que componen el cono sobre una molécula elemental que toque al vértice sigue esta ley ∞, 1, 1, 1. . . . . 1; resultando perfectamente conforme con el precedente.

601. Algunos físicos pretenden que aun en la misma hipótesis del contacto, el vértice del cono y cada una de las capas que le componen ejercen una accion igual sobre una molecula elemental. Concibamos,

dicen, un cono que toque por su vértice una molécula elemental á la que atrae, partido en capas infinitamente delgadas paralelas á su base: la atraccion de cada capa es como su base dividida por el cuadrado de su distancia al vértice del cono; pero la masa es proporcional á este cuadrado: luego su atraccion que se representa por $a=\frac{D^2}{D^2}=1$; y por ser lo mismo de cada capa la atraccion de un cono sobre una molécula elemental que toca al vértice es como la suma de sus capas, esto es como la longitud del cono.

Es claro que estos físicos conciben el cono como engendrado por el movimiento de una superficie, y que toman al vértice como la capa elemental: si fuera de otra manera D^2 no espresaria su masa; y de consiguiente no se habria obtenido por espresion de la atraccion ejercida por el vértice sobre la molécula elemental que toca $\frac{D^2}{D^2}=1$.

Si hemos llegado á un resultado contrario, es porque hemos mirado el vértice del cono como que no contiene mas que una molécula elemental. Nosotros concebimos este sólido engendrado por la revolucion de uno de los lados de un triángulo; y en la hipótesis de esta formacion el vértice del cono no es mas que un punto, y no puede por consiguiente constar mas que de una molécula elemental.

602. La atraccion que los cuerpos terrestres ejercen entre sí es absorvida por la atraccion que la tierra ejerce sobre cada uno de ellos, y esta recíprocamente es absorvida por la atraccion molecular; porque suponiendo que la masa de la tierra sea infinita con relacion á una masa infinitamente pequeña, la atraccion que la tierra ejerce sobre una masa molecular elemental es igual $\frac{\infty}{D^2}$, fraccion que se aproxima tanto mas á lo infinitamente pequeño, cuanto D se aproxima mas á lo infinitamente grande. Dos moléculas elementales puestas en contacto ejercen la una contra la otra una accion $=\infty$: luego la fuerza que produce en una molécula elemental la atraccion de la tierra es muy inferior á la que le imprime el contacto de una molécula semejante.

Sea una molécula elemental puesta á una distancia finita cualquiera de una esfera homogénea que la atrae. Atrayendo todas las partes de la esfera segun la ley inversa del cuadrado de sus distancias, la esfera atrae segun la ley inversa del cuadrado de la distancia de su centro. De aqui se ha deducido que si la molécula es transportada sobre la superficie de la esfera, la accion de la esfera sobre la molécula se hace proporcional al radio: conclusion falsa á la que se ha llegado por defecto de consideracion de la atraccion molecular. Cuando la molécula

elemental se halla situada encima la superficie de la esfera está en contacto con una de las moléculas del sólido cuya accion $= \infty$. La molécula de la esfera situada en el estremo opuesto del mismo diámetro ejerce sobre la molécula atraida una accion $= \frac{1}{\infty}$. Luego las dos moléculas de la esfera de las que la una toca la molécula atraida, y la otra está situada al estremo opuesto del mismo diámetro no obran como obrarian si estuvieran reunidas en el centro; y de consiguiente la accion de una esfera sobre una molécula elemental con que está en contacto no es proporcional al radio.

Las fórmulas analíticas son una espresion muy concisa de un razonamiento que muy á menudo debe reducirse, particularmente en las ciencias físicas á un idioma vulgar, para hacerse generalmente inteligible. Procuremos pues hacer ver sin el socorro del cálculo que dos moléculas elementales en contacto deben ejercer la una sobre la otra una accion infinita, por lo mismo que está en razon directa de las masas é inversa del cuadrado de la distancia. Si las masas de dos cuerpos finitos que se atraen, llegan, á ser infinitamente pequeñas, la atraccion que ejercen la una sobre la otra esperimenta bajo la razon de masas una disminucion infinita. Pero si estas masas que se han vuelto infinitamente pequeñas estan en contacto, sus centros de accion se hallan infinitamente aproximados: por lo que la atraccion, siguiendo la ley inversa del cuadrado de la distancia aumenta infinitamente mas por la aproximacion de los centros de accion de lo que disminuye por la estrema pequeñez de las masas: luego la atraccion es infinita.

CAPÍTULO III.

DE ALGUNAS PROPIEDADES DE LAS MOLÉCULAS ELEMENTALES, Y DE LA FORMACION DE LOS CUERPOS NATURALES.

Lo que se ha dicho en el capítulo precedente nos dará mucha luz sobre algunas propiedades de las moléculas elementales.

603. Suponiendo que la masa de cada molécula elemental es infinitamente pequeña es claro que su volúmen combinado con su densidad es igual á $\frac{1}{\infty}$, de consiguiente que la densidad de una molécula elemental no puede ser finita sino en la hipótesis inadmisible que fuera reducida á una sola dimension, esto es que su volúmen fuera igual á $\frac{1}{\infty}$: en

cualquiera otra suposicion admisible es fácil ver que la densidad de cada molécula elemental debe ser infinita: de que se sigue que las moléculas elementales estan dotadas de una estrema dureza que no pueden romperse, y de consiguiente que son indestructibles.

604. La indivisibilidad de las moléculas elementales puede sola garantir á la naturaleza su inalterabilidad y su duracion; porque si las moléculas elementales pudieran ser divididas, ó alteradas de un modo cualquiera, esta alteracion produciria otra necesariamente en los cuerpos que resultan de su reunion; y de consiguiente la naturaleza de los cuerpos mudaria con la de los elementos que los componen.

605. A estas moléculas indivisibles é indestructibles ha dado la naturaleza la impenetrabilidad, la movilidad, la inercia y la propiedad que tienen de tender las unas hácia las otras en virtud de una fuerza variable en razon directa de la masa é inversa del cuadrado de la distancia. Las moléculas elementales obedeciendo á esta fuerza se unen tanto mas estrechamente cuanto sus centros de accion estan mas aproximados, y forman asi moléculas mayores cuya fuerza atraente disminuye, porque la distancia que separa sus centros de accion aumenta. Muchas de estas últimas unidas entre sí constituyen moléculas aun mayores, cuya fuerza atraente va siempre debilitándose, y asi sucesivamente hasta á la formacion de las moléculas de que se componen los cuerpos naturales, y que son conocidas bajo el nombre de *moléculas integrantes.*

606. En cuanto á la forma de las moléculas elementales, es probable que varía considerablemente, lo que hace variar la fuerza atractiva que anima diferentes moléculas cuando estan en contacto; porque es claro que una diferencia en la forma de las moléculas debe producir otra en la aproximacion de los centros de atraccion cuando las moléculas estan en contacto: de que se debe originar necesariamente una diferencia en la fuerza atractiva que las anima.

607. La forma de las moléculas elementales nos es y nos será siempre desconocida. Parece no obstante que la figura esférica no es la que ellas han recibido de la naturaleza; porque 1.° la figura esférica no es favorable á la union de las moléculas, pues que dos esferas no pueden tocarse mas que por un punto; 2.° aunque las moléculas de los líquidos afectan constantemente la figura esférica, no por esto es menester pensar que esta figura sea la de sus moléculas elementales. La figura esférica es tan accidental á las moléculas de los líquidos como la liquidez que le da orígen. Basta para convencerse de esto observar que la forma esférica abandona las moléculas de los líquidos en su paso al estado de sólidos.

608. Pero cual es la forma de las moléculas integrantes de que se componen los cuerpos homogéneos? Este es sin duda uno de los problemas del que en vano se buscaria una resolucion completa y perfec-

tamente satisfactoria. Todo lo que podemos decir racionalmente es que la forma de láminas muy finas parece ser la mas favorable á la union de las moléculas, porque esta forma favorece mucho la aproximacion de los centros de accion; es claro que toda otra figura tiende á aumentar la distancia que separa los centros de accion de las moléculas puestas en contacto, y de consiguiente á disminuir la fuerza atractiva que las anima. Ademas se verá en lo sucesivo que los colores de los cuerpos naturales presentan fenómenos que no se pueden esplicar de un modo plausible, sino concibiendo los cuerpos compuestos de láminas muy delgadas aplicadas las unas sobre las otras.

CAPÍTULO IV.

DE LOS FENÓMENOS DE ADHESION Y COHESION.

609. Si se consideran dos cuerpos terrestres cualesquiera, dos esferas por ejemplo separadas por un intervalo cualquiera, se ven excitadas por la atraccion que ejercen mutuamente la una sobre la otra, y por la atraccion que la tierra ejerce sobre cada una de ellas: superando esta última fuerza á la primera hace inútil su efecto ó para decirlo mejor, insensible; pero si se aproximan estas dos esferas hasta tanto que se toquen, el contacto da orígen á otra especie de atraccion que se concentra en las moléculas que se tocan, la que es superior á la atraccion que la tierra ejerce sobre cada una de las dos moléculas (n.° 602). Esta nueva fuerza es la que causa el fenómeno de adhesion.

610. En el referido supuesto la adhesion no es considerable, porque dos globos no pueden tocarse mas que por un punto. Pero si en lugar de dos globos se aplican una sobre otra dos planchas de metal, de mármol, de vidrio pulido, ademas de la atraccion recíproca de las masas, se ve originarse de la aplicacion inmediata de las superficies una atraccion de contacto proporcional á la magnitud de las láminas y á lo pulido de la superficie.

611. En cuanto á la fuerza de cohesion que une entre sí las moléculas de un cuerpo homogéneo, ó que ha pasado á serlo por la atraccion de los principios que le componen, la teoría hace ver, y la esperiencia confirma que debe ser mucho mayor que la fuerza de adhesion. En esta solo hay aproximacion de superficies; en la cohesion hay contacto en todos los sentidos que las moléculas de la materia lo permiten. Dos láminas metálicas aplicadas la una sobre la otra deben pues oponer á su separacion una resistencia débil con relacion á la que oponen las dos láminas reducidas á una sola masa por medio de la fusion.

612. En las operaciones químicas se empieza por division por la

atenuacion de los cuerpos antes de ponerles en contacto para determinar su union. Esta especie de mecanismo presenta no solo la ventaja de destruir la fuerza de cohesion, sino tambien la de reducir las moléculas á un estado de estrema tenuidad, el que aumenta tanto mas la energía de la atraccion cuanto mas favorece la aproximacion de los centros de accion: de aqui resulta sin duda que la union de dos substancias se efectúa con mayor actividad cuando se les da la forma líquida; la combinacion es aun mas rápida si han recibido antes la fluidez aeriforme.

613. Si la atraccion ya aumentada por la escesiva tenuidad de las moléculas se halla aun ausiliada por su figura, de modo que aumente los puntos de contacto, su actividad llegará á ser muy poderosa; y es facil concebir que podrá serlo hasta al punto de mandar, para decirlo asi, la separacion de dos principios para formar nuevas combinaciones.

CAPITULO V.

APLICACION DE LA TEORÍA DE LA ATRACCION MOLECULAR AL FENOMENO DE LOS TUBOS CAPILARES.

614. Si se sumerje en agua un tubo capilar, es decir, cuya cavidad interior presente un cilindro bastante estrecho para ser comparado á un cabello; en el momento mismo de la inmersion el agua se eleva en su interior, y queda suspendida sobre el nivel á una altura que es en razon inversa del diámetro del tubo.

615. Si se sumerje el mismo tubo en mercurio, este fluido se pone debajo del nivel, y su depresion es tambien en razon inversa del diámetro del tubo.

Tal es el fenómeno de los tubos capilares, que ha pasado á ser un tratado importante de la física, sea porque sirve para la esplicacion de un grande número de otros fenómenos, sea porque parece oponerse á una de las principales leyes del equilibrio de los fluidos.

616. Sin entrar en la enumeracion de las hipótesis mas ó menos ingeniosas que se han imaginado para esplicar este fenómeno, vamos á esponer principios fundados en la esperiencia, y deducir de ellos consecuencias que nos conducirán á una esplicacion satisfactoria.

Primer principio.

617. Las moléculas del agua se atraen mutuamente; de aqui se origina la forma esférica que toman las gotas de este fluido aisladas, de aqui tambien se deduce aquella especie de conato con que se las ve reunir para formar una masa comun cuando estan en contacto.

Segundo principio.

618. El agua es atraida por el vidrio.

Tercer principio.

619. La atraccion del vidrio con el agua es mayor que la del agua consigo misma.

Primer esperimento. Sumérjase un pedazo de vidrio en agua, retírese y se ve su superficie cubierta de moléculas de agua adherentes á los elementos del vidrio lo que indica que el vidrio tiene mayor atraccion con el agua que está consigo misma.

620. Síguese de este principio y la esperiencia lo confirma, 1.° que si se sumerje en agua, cuya superficie está representada por MN (fig. 81), una lámina de vidrio A; este fluido en virtud de la atraccion del vidrio con el agua mayor que la del agua consigo misma, debe elevarse por cada lado de la lámina, y formar dos superficies cóncavas BDC, FGH.

621. 2.° Que de la masa de agua elevada debe desprenderse un gran número de moléculas de fluido, las que segun las circunstancias deben elevarse á diferentes alturas; de aqui depende que la mayor parte de cristalizaciones salinas tiene la propiedad de encaramarse á lo largo de las paredes de los vasos que los encierran, y de esparramarse aun fuera de ellos.

622. 3.° Que el peso de la masa de agua levantada es la medida exacta de la adherencia de esta masa con la *línea* de moléculas superiores, determinada en la longitud de la lámina.

623. 4.° Cualquiera que sea la naturaleza del fluido, la superficie curva es siempre la misma, y solo mas ó menos estensa, segun es mayor ó menor la cohesion de las moléculas del fluido.

624. 5.° Ni la adherencia del fluido con la parte sumerjida de la lámina, ni la preponderancia de las columnas esteriores contribuyen en nada en la suspension de la porcion de agua elevada: esta elevacion se debe únicamente á la adherencia de las moléculas de agua que terminan la superficie curva, con los elementos del vidrio que estan en contacto con estas mismas moléculas, y que estan inmediatamente encima.

625. 6.° Si se sumerje una segunda lámina paralela á la primera todo sucederá del mismo modo si estan á una cierta distancia la una de la otra (fig. 82). Si estas láminas se aproximan de modo que las curvaturas interiores se crucen (fig. 83), el agua se elevará mas que antes, porque si la superficie de agua levantada guardaba la forma no continua AHD, las fuerzas que en el primer caso podian levantar las dos masas consideradas separadamente, no producirian su entero efecto: por lo que suponiendo que estas fuerzas no hayan aumentado, es claro que elevan aun un volúmen de agua igual á CHD, que la superficie del agua se elevará hasta IGK, y esta elevacion aumentará á medida que se disminuya la distancia que separa las láminas.

626. 7.° Si en lugar de las láminas de vidrio se emplean tubos de la misma materia que sean capilares, la elevacion del agua encima del nivel debe ser en razon inversa del diámetro del tubo. Esta asercion que debe mirarse como una consecuencia necesaria de lo que se acaba de decir, puede confirmarse con el siguiente raciocinio.

Cuanto menor es el diámetro del tubo sumerjido, tanto mas aproximadas estan las acciones que sus moléculas egercen sobre el fluido: por lo que suponiendo una molécula de fluido puesta á la misma distancia de un punto atraente tomado sobre las curvaturas de muchos tubos capilares de diferentes diámetros, los arcos cuyo medio ocupará este punto, se doblarán tanto mas sobre esta molécula; y obrarán por consiguiente sobre ella por atracciones mas inmediatas al contacto cuanto pertenezcan á tubos menores: la elevacion de esta molécula encima del nivel será pues en razon inversa del diámetro del tubo.

627. De aqui puede deducirse un medio simple de determinar las razones de atraccion que hay entre las moléculas de los fluidos susceptibles de elevarse en los tubos capilares; porque puesto que el peso de cada columna levantada es la medida de su adherencia con una columna de moléculas que tiene el mismo diámetro que el tubo, bastará determinar las alturas en que se mantienen estos diferentes fluidos en un mismo tubo, y multiplicarlas respectivamente por la gravedad especifica de cada uno de ellos, cuidando de hacer todos estos esperimentos en la misma temperatura. Asi re-

presentando la atraccion del agua destilada consigo misma por la unidad, se hallan los números siguientes para las atracciones de tres otros fluidos, relativas á la temperatura de 20 grados (escala centígrada), ácido sulfúrico 0,7; alcohol 0,3; ether sulfúrico 0,2. Es probable que estas razones esperimentan variaciones por otras temperaturas.

628. Falta esplicar el fenómeno del descenso del mercurio debajo del nivel cuando se sumerje en él un tubo capilar.

Primer principio.

629. Las moléculas del mercurio se atraen mutuamente; de esto depende la figura esférica que toman las gotas de mercurio abandonadas á sí mismas; de esto depende tambien la union que contraen dos ó mas moléculas de este fluido desde el momento que esten en contacto.

Segundo principio.

630. El vidrio tiene atraccion con el mercurio.

Segundo esperimento. Si se pone una gota de mercurio sobre una hoja de papel, y se toca con un pedazo de cristal el mercurio se pega en él, y si el vidrio se levanta suavemente desde el papel, mercurio se pega por una superficie plana de una latitud considerable relativamente al volúmen de la gota, como se ve facilmente por medio de un microscopio; en fin si se pone el vidrio un poco oblicuo, la gota de mercurio gira lentamente sobre su ege á lo largo del borde inferior del vidrio, hasta tanto que llegue al estremo en que queda como antes.

Tercer principio.

631. El vidrio tiene menos atraccion con el mercurio que el mercurio por sí mismo.

Tercer esperimento. Si se presenta á una masa de mercurio una gota de este fluido pegada en la punta de una lámina de vidrio, la gota de mercurio abandona el vidrio para reunirse á la masa; de que procede que el vidrio sumerjido en un baño de mercurio no es mojado por este fluido.

632. Síguese de estos principios, y lo confirma la esperiencia, 1.° que si se sumerje una lámina de vidrio en una masa de mercurio, el fluido debe deprimirse por cada lado de la lámina, y formar dos superficies convexas de la misma naturaleza que las que dá el fenómeno de ascenso.

633. 2.° El peso del mercurio deprimido es la medida exacta de la fuerza con que adhieren entre sí dos líneas de moléculas fluidas de la misma longitud que la anchura de la lámina.

634. 3.° La depresion debe ser tanto mas considerable cuanto mayor es la cohesion de las moléculas del fluido.

635. 4.° La lámina es sublevada con una fuerza igual al peso del fluido deprimido.

636. 5.° Si se sumerje una segunda lámina paralela á la primera, todo sucede del mismo modo si las láminas se mantienen á una cierta distancia entre sí; pero si se aproximan bastante para que las curvas interiores se crucen, en este caso la depresion debe ser mas considerable que antes; y llega á ser tanto mayor cuanto la distancia de las láminas es mas pequeña.

637. 6.° Si en lugar de las láminas de vidrio se emplean tubos capilares, la depresion del mercurio debajo del nivel debe ser en razon inversa del diametro del tubo. Esta ley de depresion se deduce de los principios establecidos del mismo modo y por iguales raciocinios que los que nos han servido para establecer la ley de ascenso.

638. Puédese de aqui deducir un medio fácil para determinar numéricamente la atraccion del mercurio consigo mismo, comparada á la del agua destilada tomada por unidad. Basta para esto multiplicar la altura de la depresion por la gravedad especifica del mercurio, y dividir el producto por la altura á que se eleva el agua en el mismo tubo. Despues de un grande número de esperimentos hechos sobre diferentes tubos, se ha hallado que la fuerza de agregacion de las moléculas del mercurio es representada por 3,6 es decir que es casi cuádrupla de la que tienen las moléculas de agua entre sí.

639. Los efectos de los tubos capilares pueden reducirse á un esperimento muy sencillo, presentando el fenómeno desprendido de las leyes del equilibrio de los fluidos que se mezclan mas ó menos con la atraccion en los casos en que tiene lugar.

Cuarto esperimento. Inclínese un tubo capilar, y déjese caer en su superficie una gota de fluido; póngase despues el tubo derecho en el momento en que esta gota arrastrada por su peso llega al orificio inferior; al instante se verá precipitarse por este orificio al interior del tubo.

640. Este esperimento puede servir de camino para llegar á la

esplicacion de un grande número de fenómenos de que cada dia somos testigos. Un tronco sumerjido en agua por una de sus estremidades se embebe de agua en toda su longitud; la sábia se eleva desde las raíces de un árbol hasta las estremidades de sus ramas; el azúcar sumerjido por una punta en un fluido se halla en un instante humedecido hasta lo mas alto; la mecha de algodon atrae de abajo arriba el aceite de una lámpara &c. Estos fenómenos y otros muchos semejantes se deben evidentemente á la capilaridad.

NOTA.

El fenómeno de la capilaridad ha entretenido mucho tiempo la actividad de los geómetras: *Clairaut* ha sido el primero que se ha ocupado en su indagacion; pero la esplicacion que da es contraria á la esperiencia, y muy léjos de satisfacer á un físico.

En estos últimos tiempos *M. Laplace* ha dirigido sus indagaciones matemáticas al mismo objeto. Por ellas ha sido conducido á una teoría luminosa, fundada sobre principios cuya sucinta esposicion no parece agena de este tratado elemental.

1.° Los fenómenos de los tubos capilares son producidos por la atraccion molecular, es decir por una fuerza muy grande en el contacto, nula á una distancia sensible: de que se sigue que la pequeña columna liquida que ocupa el ege de un tubo que aunque capilar tiene siempre una anchura sensible, no puede ser sostenida encima del nivel por la accion de las paredes, y de consiguiente que deben su elevacion á la accion del líquido sobre sí mismo.

2.° En virtud de esta accion que no se egerce sino á muy pequeñas distancias, y que es independiente de la pesadez, un líquido cuya superficie es horizontal tiende á hacer entrar las moléculas de la superficie en lo interior, y si esta tendencia no produce su efecto es porque se opone la impenetrabilidad.

3.° Un líquido que se eleva en un tubo capilar no toma en su superficie una figura plana afecta la de un menisco cóncavo ó convexo, segun las circunstancias, muy aproximado al hemisferio.

4.° En este estado el líquido egerce aun sobre las moléculas de su superficie una accion perpendicular de fuera á dentro; pero esta accion es diferente de la del plano. *M. Laplace* prueba que es menos activa si la superficie es cóncava, mas fuerte si es convexa. La diferencia de estas fuerzas es la misma en los dos casos: es recíproca á los radios de la esfera, y siempre muy pequeña con relacion á la accion del plano.

De estos principios demostrados por un cálculo riguroso *M. Laplace* fue conducido á este importante resultado. *La accion del menisco sobre la columna líquida que ocupa el ege de un tubo capilar es recíproca al diámetro del tubo.*

Concibamos ahora con *M. Laplace* un canal infinitamente estrecho, que partiendo del punto mas bajo del menisco atraviesa el tubo, se repliega por debajo, y termina en la superficie libre del líquido. No puede estar en reposo sino hay equilibrio en el pequeño canal. Pero este último esperimenta dos presiones desiguales, la una en el orificio

libre, es la accion que resulta de una superficie plana, la otra en lo interior del tubo capilar, es la de una superficie cóncava ó convexa, y por consiguiente mas débil en el primer caso, mas fuerte en el segundo. Es pues menester para que se establezca el equilibrio que el líquido sometido á la accion de una superficie cóncava se eleve en el tubo capilar, hasta tanto que el peso de la pequeña columna levantada compense lo que falta á la accion atractiva por el efecto de la concavidad de la superficie. Si el líquido está sujeto á la accion de una superficie convexa, debe para que el equilibrio tenga lugar, bajar en el tubo en donde la accion es mas fuerte á fin que esta depresion produzca una diferencia de nivel que compense la debilidad de la fuerza opuesta. La altura de la pequeña columna en el primer caso y su depresion en el segundo, serán pues como la diferencia de las dos fuerzas; es decir recíprocas al diámetro del tubo, lo que es conforme con la esperiencia.

Analizando las fuerzas que se combinan en los fenómenos de los tubos capilares, *M. Laplace* llegó á esta teoría. Es notable 1.º por su simplicidad, pues que todo lo hace depender de la figura de la superficie. 2.º Por su fecundidad, pues que comprende un grande número de fenómenos de los que muchos parecen agenos de la capilaridad. 3.º Por la conformacion que se halla entre el cálculo y la esperiencia.

FIN DEL PRIMER TOMO.

TABLA

DE LOS CAPÍTULOS Y DE LOS PRINCIPALES ARTÍCULOS CONTENIDOS EN ESTE PRIMER TOMO.

LIBRO II.

PARTE SEGUNDA.

De los fenómenos que pertenecen á la inercia de los fluidos.

LIBRO III.

PARTE PRIMERA.

Del sistema planetario.

LIBRO III.

PARTE SEGUNDA.

De las causas físicas de los movimientos celestes.

LIBRO III.

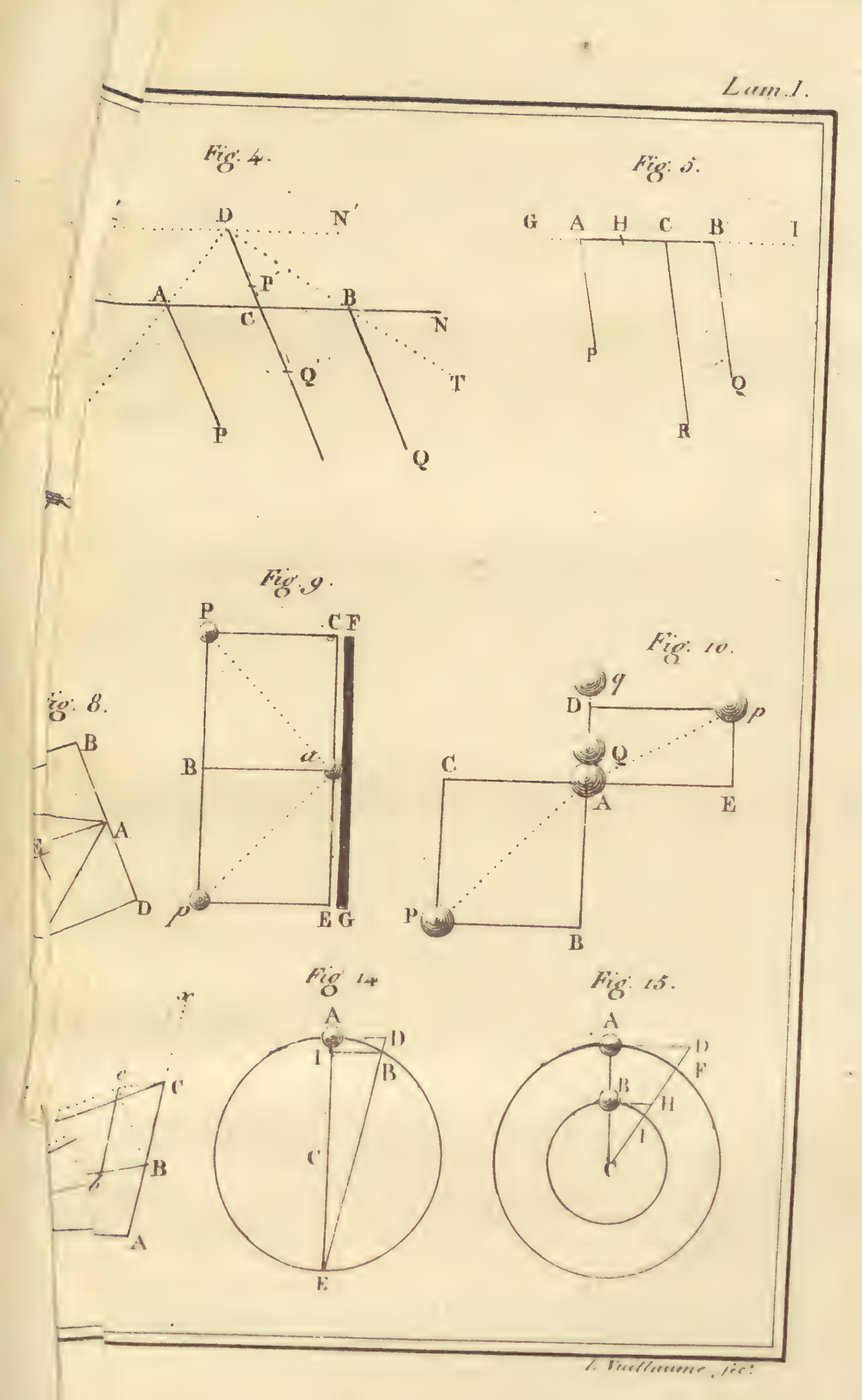
PARTE TERCERA.

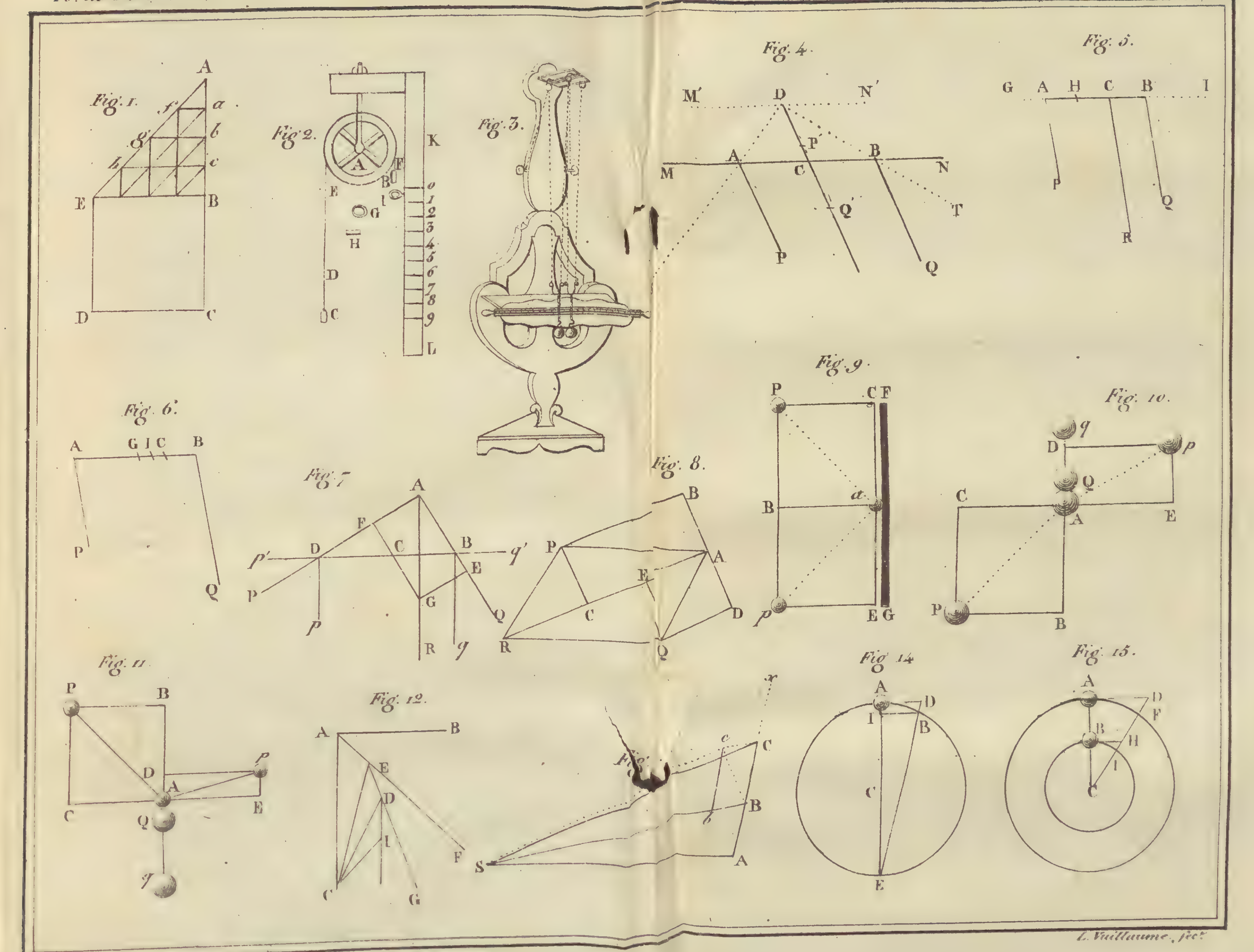
De la atraccion considerada en los cuerpos terrestres ó de la pesadez.

LIBRO III.

PARTE CUARTA.

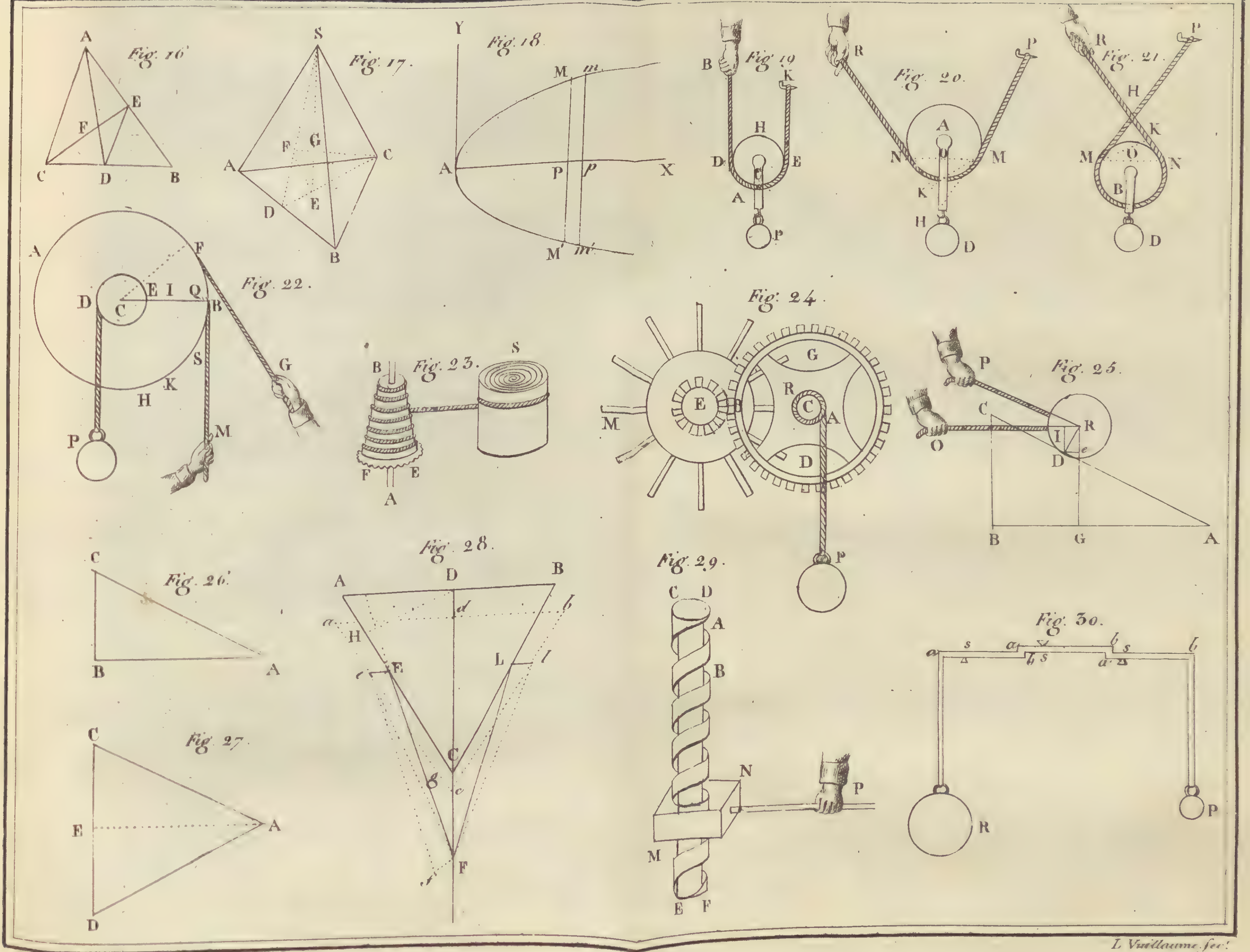
De la atraccion considerada en las moléculas elementales de los cuerpos.


Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 8.
Fig. 14
Fig. 15.



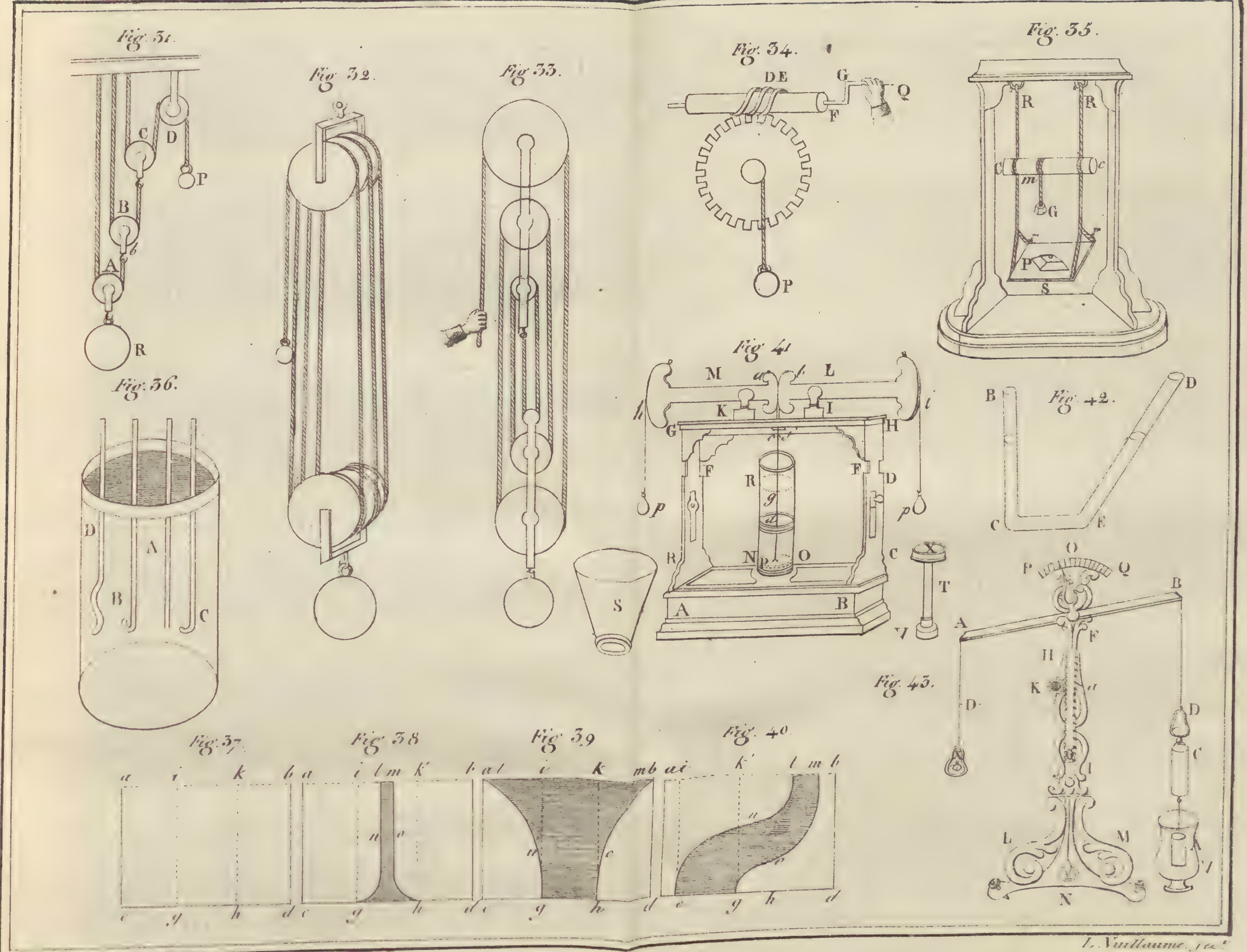
Fi. de Libes Tomo. I.
Lam. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11
Fig. 12.
Fig. 14
Fig. 15.
Impª Litogª de D. A. Brusi. Barcª
L. Vaillaume, fec.





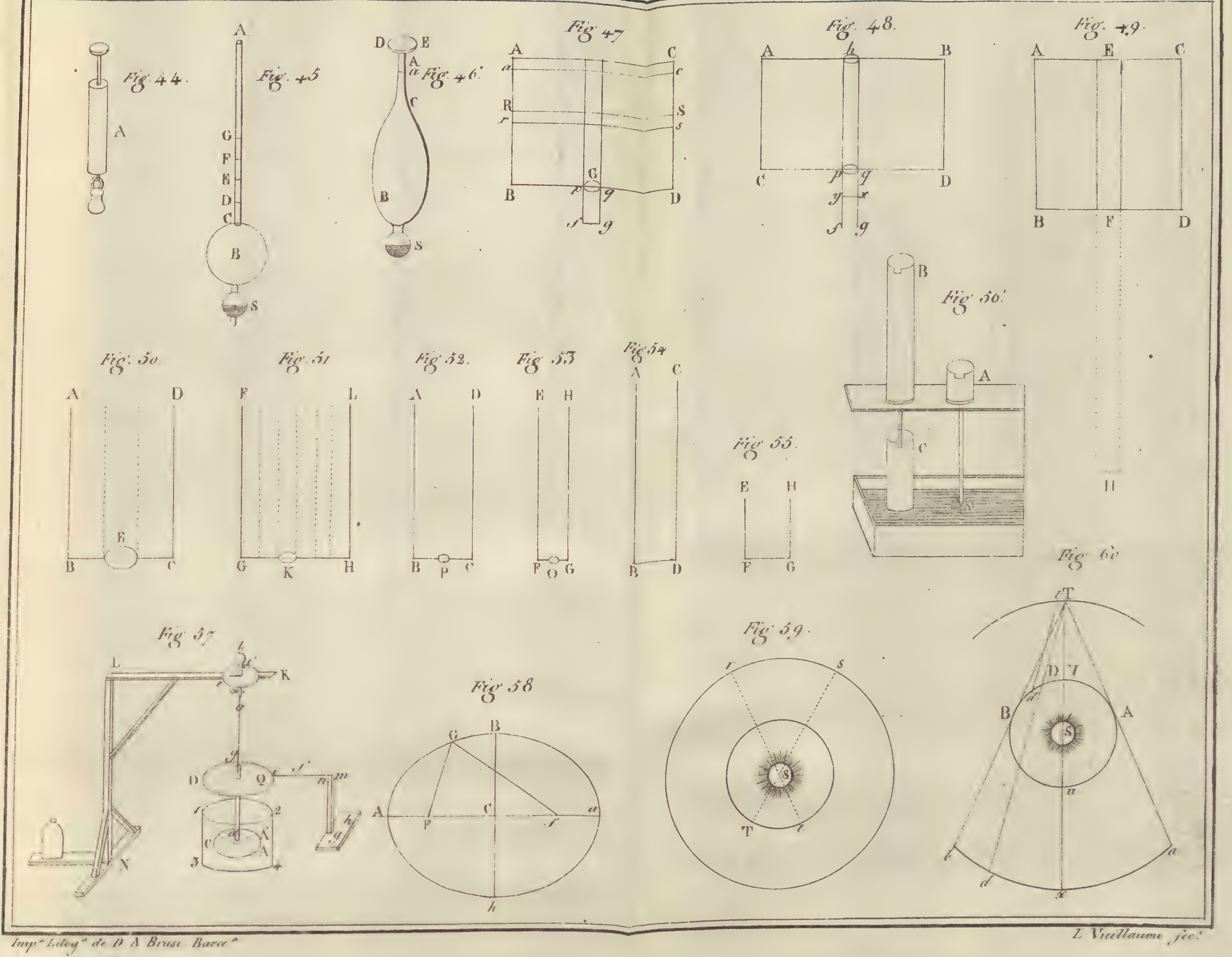
Impr. Litog. de D. A. Brusi. Barna.
L. Vuillaume fec.





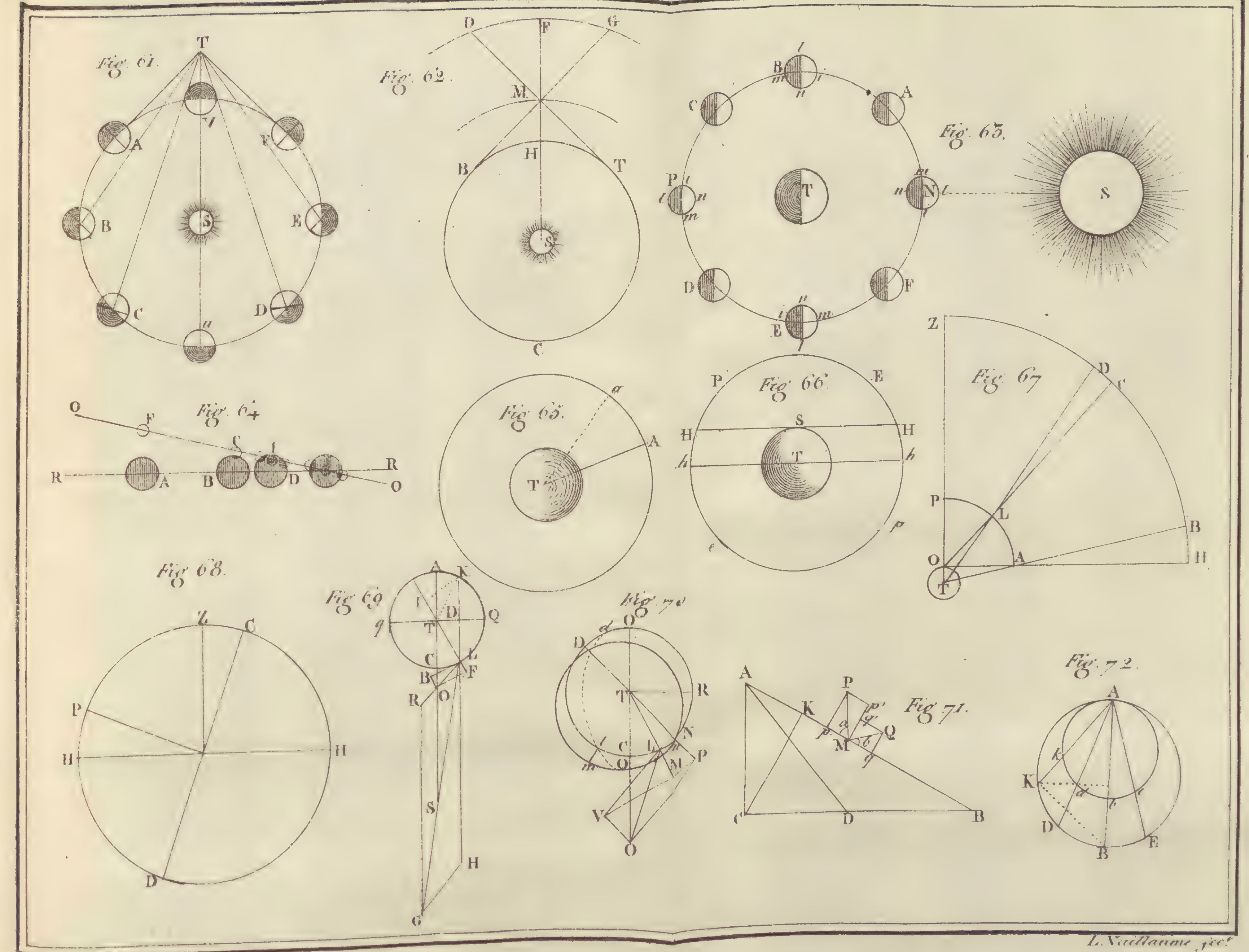
Impr. Litog. de D. A. Brusi Barc.
L. Vuillaume, fec.





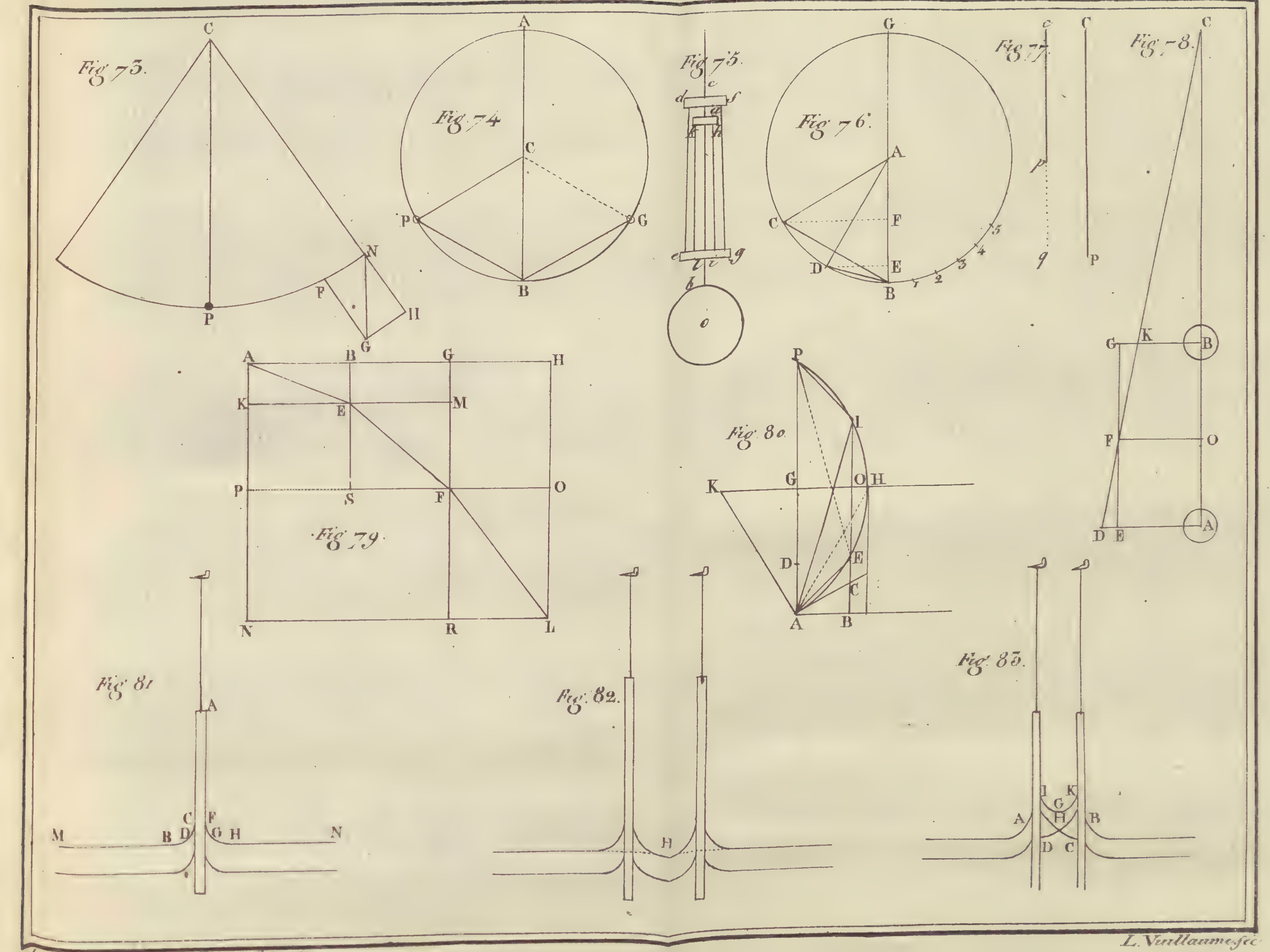
Impr. Litog. de D. A. Brusi. Barca.
L. Vuillaume fec.





Impr. Litog. de D. A. Brusi Barca.
L. Vaillaume, fec.





Imp. Litog. de D. A. Brusi Barc. L. Vuillaume fec.



Fig. 1.

Fig. 2.

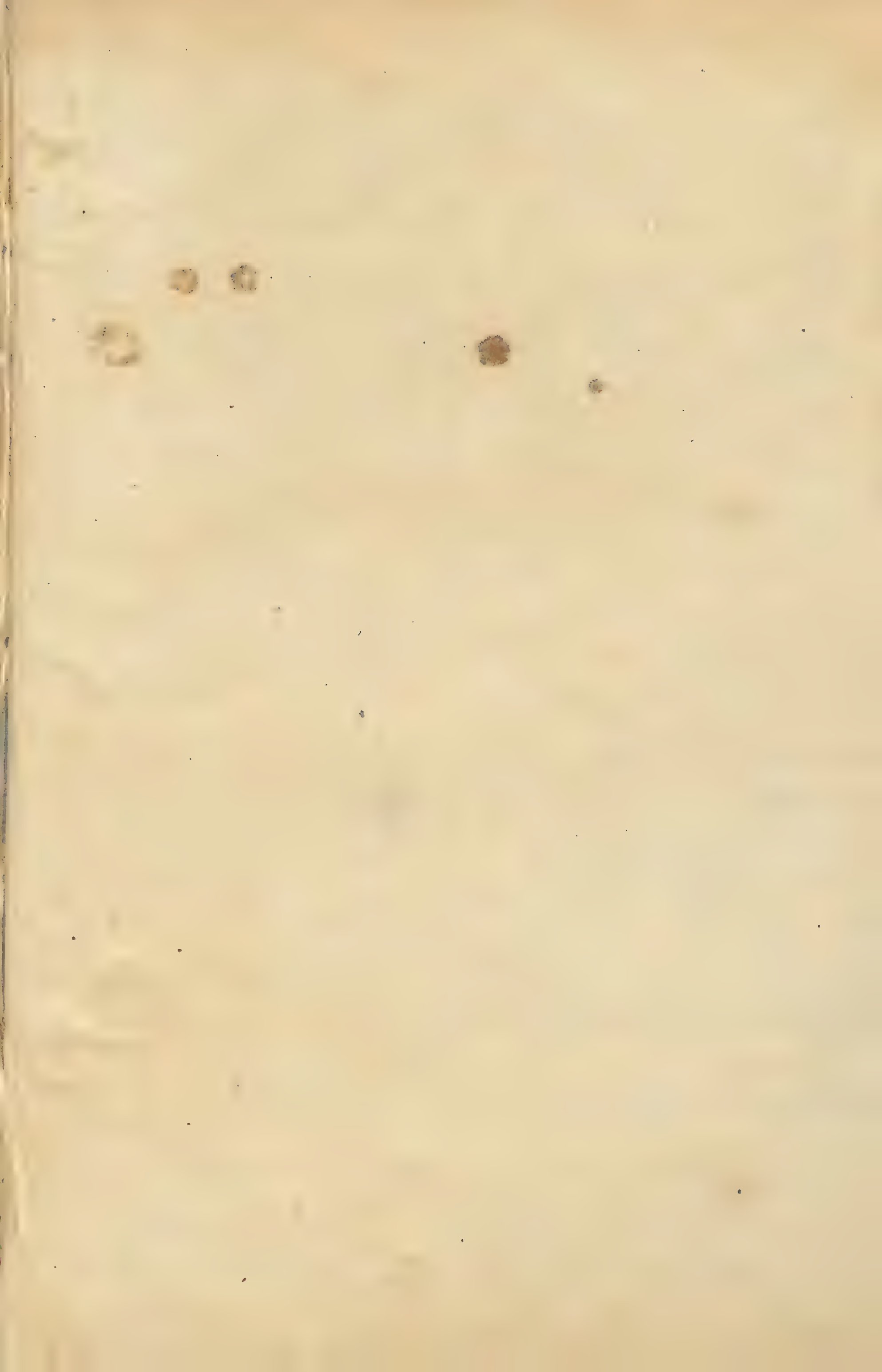
Fig. 3.

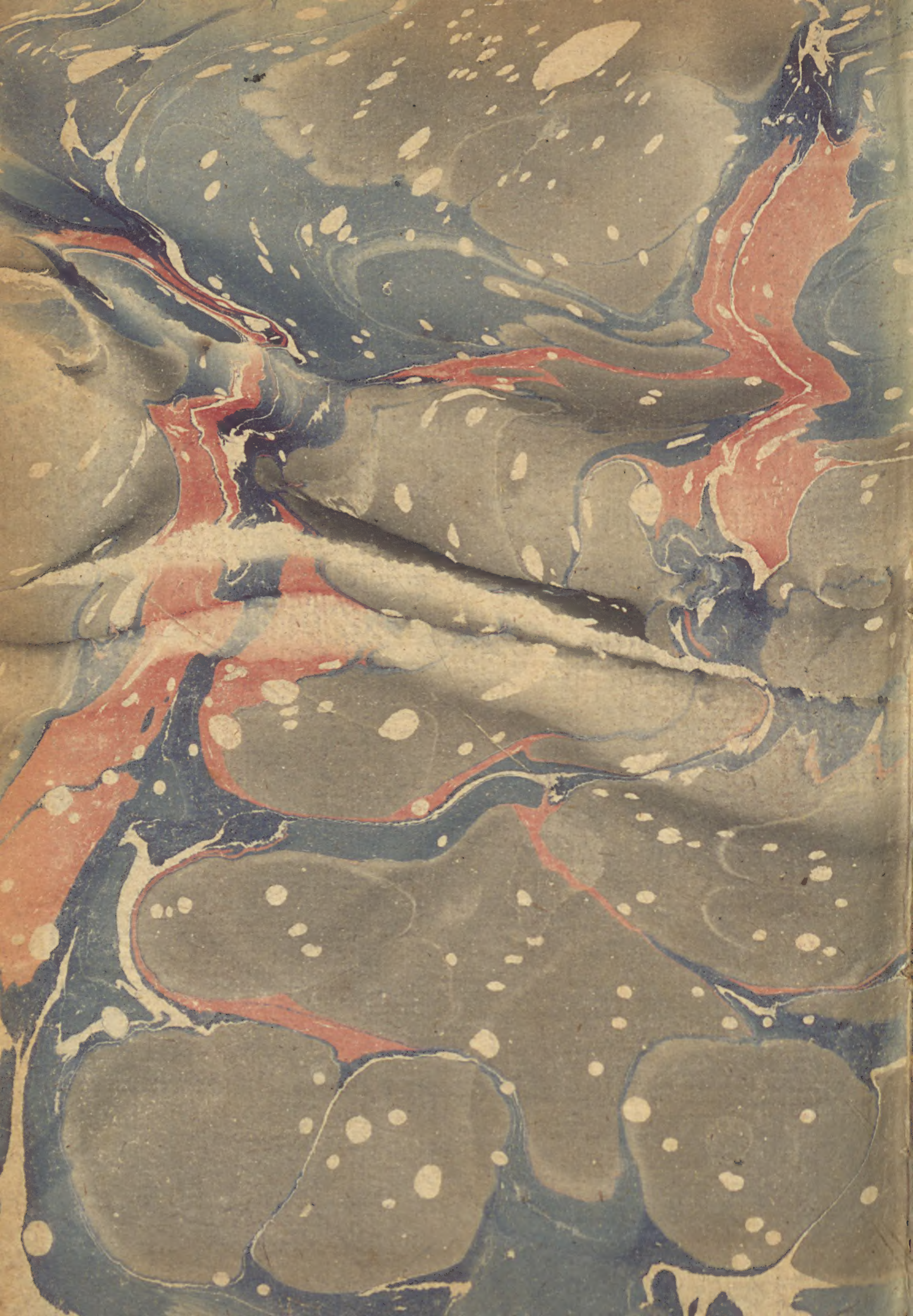
Fig. 4.

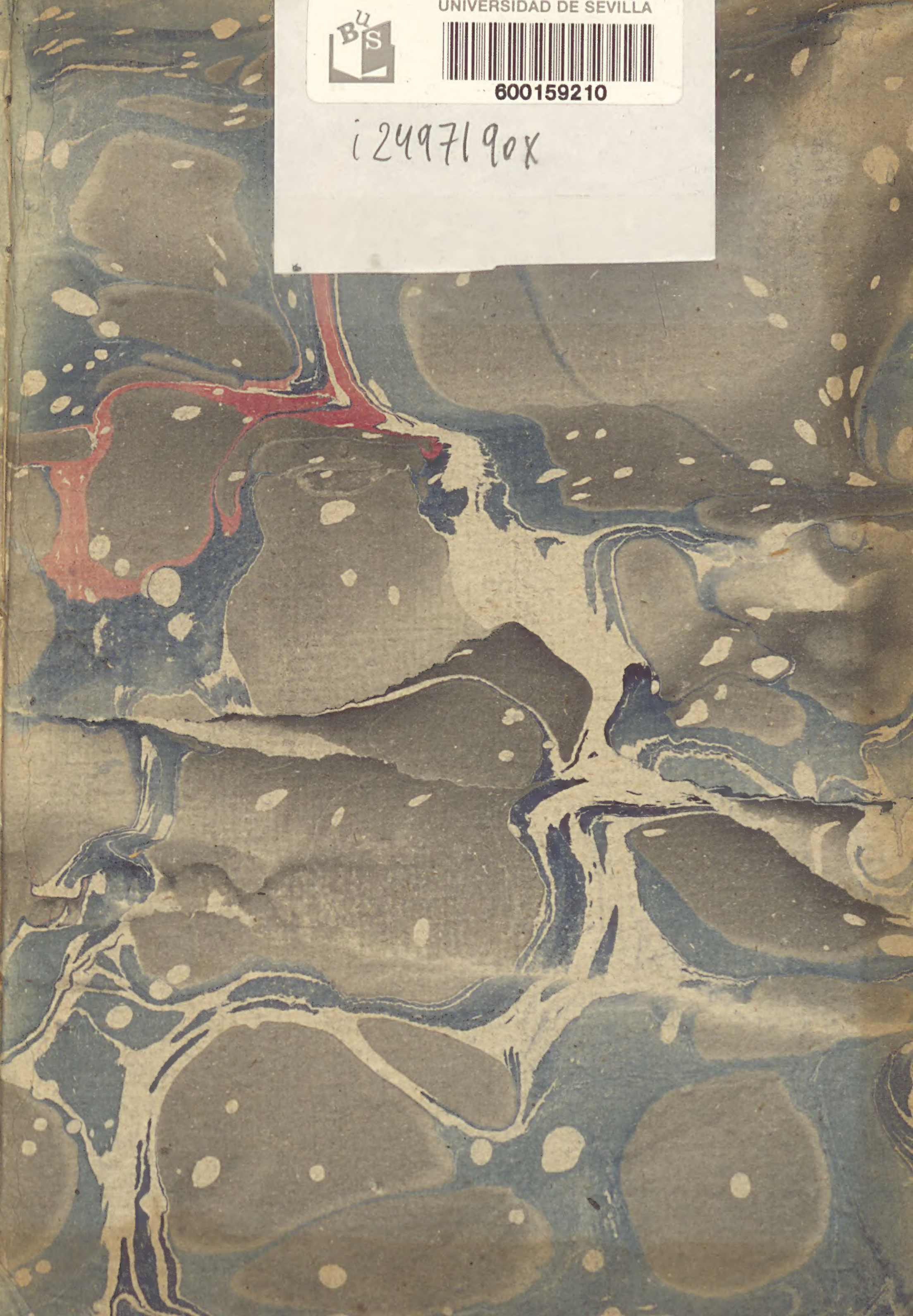
Impª Litogª de D. A. Brusi. Barcª

L. Vuillaume fᵗ










81
FISICA
DE
LIBES
1
42


colorchecker CLASSIC
calibrite
mm